

1. ÚVOD

Významné místo v počítačové analýze idealizovaných obvodů SC zaujímá modifikovaná metoda uzlových napětí (MUN), která umožňuje sestavení nábojových rovnic přímo v oblasti z. Maximální využitelnost této metody je podmíněna důkladným pochopením její podstaty. Informace o přenosových a imitancích vlastnostech analyzovaného obvodu lze získat z výsledné kapacitní matice. V současné době ještě není ukončen proces definování přenosových funkcí a branových imitancí. Vyskytují se rovněž různé názory na omezující předpoklady aplikovatelnosti metody nábojových rovnic.

V práci je diskutovaná metoda podrobena hlubší analýze. Autor se opíral o zkušenosti, nabyté z oblasti analýzy nestacionárních systémů, jakož i studií dnes již klasických prací, věnovaných problematice spínaných obvodů. Vzhledem k důležitosti analyzované metody z hlediska počítačového řešení obvodů SC jsou ostatní metody uvedeny jen přehledově.

2. STRUČNÝ PŘEHLED METOD ŘEŠENÍ OBVODŮ SC

S rostoucím významem obvodů se spínanými kapacitory a jejich uplatňováním v nejrůznějších aplikacích vznikala řada metod pro jejich řešení. Teoretické základy těchto metod se však formovaly již na přelomu 40. a 50. let, kdy byla vyřešena otázka kmitočtové analýzy časově proměnných systémů (například ZADEH [1]). Současně s tím byl zdokonalován i matematický aparát teorie diskrétních systémů: v r. 1949 diskrétní Laplaceova transformace (CYPKIN), na konci 40. let z-transformace (SHANNON aj.) a v 50. a 60. letech modifikovaná z-transformace a D-transformace [10] (ZADEH, RAGAZZINI, JURY).

První metody řešení obvodů SC byly spojeny se sestavováním ekvivalentních analogových modelů [11], [15]. Souběžně vznikl popis obvodů SC pomocí nábojových rovnic v z-oblasti. V r. 1972 byla publikována práce, věnovaná analýze lineárních

obvodů, obsahujících periodicky řízené analogové spínače [4]. Analýza vycházela ze stavového popisu spínaného obvodu. Konec 70. let je však charakteristický rozvojem metod, založených na nábojovém popisu z důvodů snadnější algoritmizace. V letech 1978 a 1979 byla k sestavení soustavy uzlových nábojových rovnic poprvé použita MUN [5], [7], avšak jen pro případ pasivních obvodů. Práce, týkající se modifikované metody uzlových napětí (MMUN) k řešení obvodů SC s neregulárními prvky, byly publikovány na počátku 80. let [9], u nás v r. 1984 [16]. Metoda je prezentována i v grafech MC a je snadno rozšiřitelná i na obvody s vícefázovým spínáním [31]. Ukázalo se, že je obzvláště vhodná pro počítačové řešení obvodů SC.

Některé nevýhodné vlastnosti MUN, založené na nábojových rovnicích, si vynutily návrat k metodě stavové proměnné, ovšem modifikované pro diskrétní systémy [8], [13]. Počítačové programy pro analýzu reálných spínaných obvodů z počátku 80. let [19], [20], [21] pracují vesměs na tomto principu.

Nad fyzikální podstatou dějů, probíhajících v spínaných obvodech, se hlouběji zamýšlí TSIVIDIS [13], [14]. Za stěžejní práci lze v tomto směru považovat [13] z r. 1983. V [13] a [14] zavádí tzv. ekvivalentní analogové signály a ekvivalentní analogové obvody. Nezávisle na tom byly tyto pojmy zavedeny v r. 1984 v [18] v souvislosti s popisem SH obvodů a v [25] a [32] byla na pojmu ekvivalentní signál založena teorie zobecněných přenosových funkcí spínaných obvodů. Tento přístup umožňuje popsat v kmitočtové oblasti libovolný lineární spínaný obvod, ovšem zůstává otevřená otázka jeho algoritmizace.

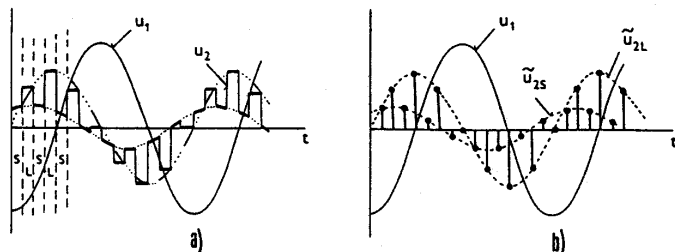
Samostatným směrem se ubírá teorie spínaných RLC obvodů, používaných ve výkonové elektronice [22].

Systematický výzkum v oblasti obvodů se spínanými kapacitory u nás probíhá na pracovištích v Brně (VAAZ a VUT) a v Praze (ČVUT). V Brně vznikly programy pro počítačové řešení idealizovaných obvodů SC, pracujících na principu MMUN (MINICOCO SC, COCOSC a SCNETA z VUT, SPASO z VAAZ) [27], [28], [29], [31]. V dalším bude žádoucí vytvořit počítačový program pro přímé sestavení redukované kapacitní matice [32] a program pro numerickou analýzu reálných spínaných obvodů [33].

3. POPIS OBVODŮ SC POMOCÍ z-TRANSFORMACE

Podobně jako v stabilních analogových obvodech dochází i v obvodech spínaných při harmonickém buzení k ustálenému stavu, kdy všechny obvodové veličiny je možné v jistém smyslu považovat za harmonicky proměnné. U idealizovaných obvodů SC však tyto veličiny mají diskrétní (proud, resp. nábojové změny) či impulsní (napětí) charakter [31]. K popisu tohoto ustáleného stavu se většinou používá z-transformace. Protože v obvodu SC působí kromě diskrétních signálů i signály impulsní a analogové, musí se tyto signály před aplikací z-transformace myšleně nahradit ekvivalentními diskrétními signály ve smyslu vzorkovací poučky.

Při harmonickém buzení se výstupní signál filtru SC jeví při dostatečném odstupu pracovní a vzorkovací frekvence $f:f_v$ rovněž jako harmonický. Pak tento obvod můžeme použít jako běžný nf filtr bez dodatečné filtrace výstupního signálu (zkreslení vlivem vzorkování je zanedbatelné). U jisté třídy spínaných obvodů však dochází k jevu, který je pro případ dvoufázového spínání zachycen na obr.1a a na snímku 2a. Jedná se konkrétně o časové průběhy filtru SC z obr.6. Při harmonickém buzení sleduje výstupní napětí v jedné fázi jiný průběh než v jiné fázi. Filtr se navíc v liché fázi chová jako pásmová a v sudé fázi jako horní propust. Vybíráme-li tedy vhodnou konfiguraci spínačů nebo SH obvodem sudé či liché



Obr.1 a) Příklad časových průběhů filtru SC s dvoufázovým spínáním, b) konstrukce ekvivalentních signálů $\tilde{u}_{2S}$ a $\tilde{u}_{2L}$

vzorky z výstupu, můžeme daný obvod využívat jako dva různé filtry [31]. Použijeme-li k výpočtu systémové funkce filtru jen sudé, resp. liché výstupní vzorky, hovoříme pak o systémové funkci s výběrem sudých, resp. lichých výstupních vzorků.

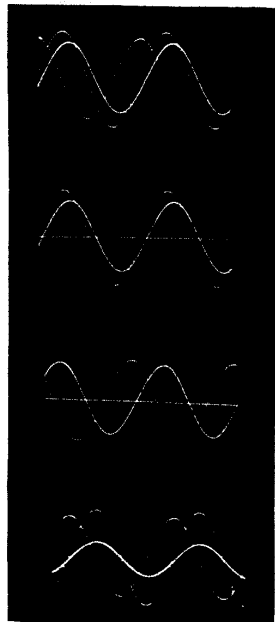
Přenosové vlastnosti spínaného obvodu lze rovněž modifikovat výběrovými obvody na vstupu. Tomu pak odpovídají systémové funkce, charakterizující přenos z libovolné vstupní do libovolné výstupní fáze. Systémová funkce obecně závisí i na struktuře výběrového obvodu (jednoduchý spínač, kombinace spínačů, SH obvody). U mnoha používaných obvodů SC již vlivem vnitřního uspořádání spínačů nedochází k akceptování vstupního signálu v určité fázi. Existují však obvody s trvale zprůchodněnou vstupní branou, kdy výběr vstupních vzorků není prováděn. Přenosové vlastnosti takovýchto obvodů jsou pak popsány systémovými funkcemi bez výběru vstupních vzorků. Dle názoru autora je účelné rozlišovat dva různé případy: 1. Vstupní brána je buzena analogovým signálem, který splňuje podmínku vzorkovacího teoremu. 2. Vstupní brána je buzena výstupním signálem jiného filtru SC, který je impulsního charakteru. V prvním případě je z-obraz vzorků vstupního signálu v obou fázích stejný, zatímco v druhém případě tomu tak být nemusí. Znalost vztahu mezi z-obrazy budicího signálu v sudých a lichých fázích je nutná ke konkrétnímu výpočtu systémové funkce bez výběru vstupních vzorků (viz část 4.5).

Fyzikální význam kmitočtových charakteristik filtrů SC, získaných ze systémových funkcí substitucí $z=e^{j\omega T}$, je vysvětlitelný pomocí tzv. ekvivalentních signálů ($\tilde{u}_{2S}$, $\tilde{u}_{2L}$) [33], které byly zavedeny již v [14]. Ekvivalentní signál je analogový signál, který splňuje podmínku vzorkovacího teoremu a "prochází" vzorky vstupního, resp. výstupního signálu na koncích sudých fází ($\tilde{u}_{1S}$, $\tilde{u}_{2S}$), resp. lichých fází ($\tilde{u}_{1L}$, $\tilde{u}_{2L}$). Je zřejmé, že v případě analogového buzení signálem u_1 je $u_1=\tilde{u}_{1S}=\tilde{u}_{1L}$. Kmitočtové charakteristiky, získané ze systémových funkcí s výběrem sudých, resp. lichých výstupních vzorků pak odpovídají kmitočtovým charakteristikám ekvivalentního analogového filtru se vstupním signálem u_1 (nebo $\tilde{u}_{1S}$ či $\tilde{u}_{1L}$ při buzení jiným obvodem SC) a výstupním signálem $\tilde{u}_{2S}$, resp. $\tilde{u}_{2L}$.

v kmitočtovém pásmu $|f| < f_v/2$.

V [17], [30] a [29] je zavedena tzv. systémová funkce bez výběru výstupních vzorků. Ukážeme, jaký je její fyzikální význam.

Spektrum výstupního signálu bez výběru vzorků je podobně



- a) jako v předchozích případech obohaceno o složky, způsobené vzorkováním. Abychom mohli vyjádřit přenos ekvivalentního analogového filtru, bude nás zajímat spektrum v kmitočtové oblasti vstupního signálu. Filtrací výstupního signálu bez výběru vzorků dolní propustí o mezním kmitočtu f_0 , kde $f < f_0 < f_v/2$ byl získán signál na obr.2d (je poněkud zeslaben a časově zpožděn průchodem filtrační dolní propustí). Je snadné dospět k závěru, že se jedná o součet ekvivalentních signálů $\tilde{u}_2 = \tilde{u}_{2S} + \tilde{u}_{2L}$. Na základě této úvahy lze odvodit, že systémová funkce bez výběru výstupních vzorků je dána součtem dílčích systémových funkcí s výběrem sudých a lichých výstupních vzorků. Při používání této funkce je třeba mít na zřeteli její fyzikální význam, t.j.

Obr.2 Časové průběhy vstupních a výstupních napětí filtru SC z obrázku 6. a) vstupní a výstupní napětí, b) výstupní napětí v sudých fázích, c) výstupní napětí v lichých fázích, d) filtrace výstupního napětí bez výběru vzorků

Lze dokázat [33], že z-transformace je nepostačující k popisu řady spínaných obvodů, kde přechodné děje při přepínání mají nezanedbatelnou délku trvání (např. v spínaných RLC obvodech a ve vf aplikacích). Přesto představuje z-transformace významný matematický aparát k popisu určité třídy spínaných obvodů.

4. ANALÝZA OBVODŮ SC V OBLASTI Z POMOCÍ MÚN

4.1 Výchozí předpoklady

Soustavou maticových nábojových rovnic typu $q(z) = C(z)U(z)$ lze popsat idealizované obvody SC, obsahující ideální spínače (s okamžitým přepínáním, s nulovým odporem v sepnutém a nekonečným v rozepnutém stavu), kapacitory (bez svodových odporů), ideální transformační mnohobrany a ideální zdroje náboje. Kmitočtovou závislost zesílení aktivních prvků je možno postihnout jeho transformací z oblasti p do oblasti z [30]. Často je uváděn další omezující předpoklad [16] - zanedbatelné změny obvodových veličin (nábojů a napětí) během doby trvání kvazistabilních fází. Tento předpoklad považujeme za splněný pro pásmo pracovních kmitočtů $f \ll f_v/2$. Vliv změn obvodových veličin během doby trvání dané fáze lze popsat tak, že uvažujeme napěťové a nábojové vzorky vždy na koncích fází těsně před přepnutím do druhého stavu.

V dalším se omezíme na popis obvodů SC s dvoufázovým spínáním. Metoda je však snadno rozšiřitelná na obvody s vícefázovým spínáním [31].

4.2 Princip metody

V obvodech SC, které splňují výše uvedené předpoklady, mají obvodové veličiny vlivem přepínání uvnitř obvodu impulsní (napětí, náboje), resp. diskrétní (nábojové změny) charak-

ter. Impulsní napěťové průběhy lze nahradit posloupnostmi vzorků, t.j. diskretními signály a podrobit je z-transformaci. Dílčím cílem aplikace popisované metody na konkrétní obvod SC je sestavení maticové rovnice typu

$$\mathbf{q}(z) = \mathbf{C}(z) \mathbf{U}(z) \quad (1)$$

což je analogie zápisu metody uzlových napětí pro řešení analogových obvodů. Zde $\mathbf{q}$ je matice nábojových změn a $\mathbf{U}$ je matice uzlových napětí. Kapacitní matice $\mathbf{C}$ je funkcí operátoru z v důsledku periodické časové proměnnosti struktury obvodu. Každá z matic je rozdělena na části, příslušející daným fázím činnosti. Z kapacitní matice pak lze běžným způsobem určovat obvodové funkce v oblasti z .

4.3 Rovnice kapacitní větve ve spínaném režimu

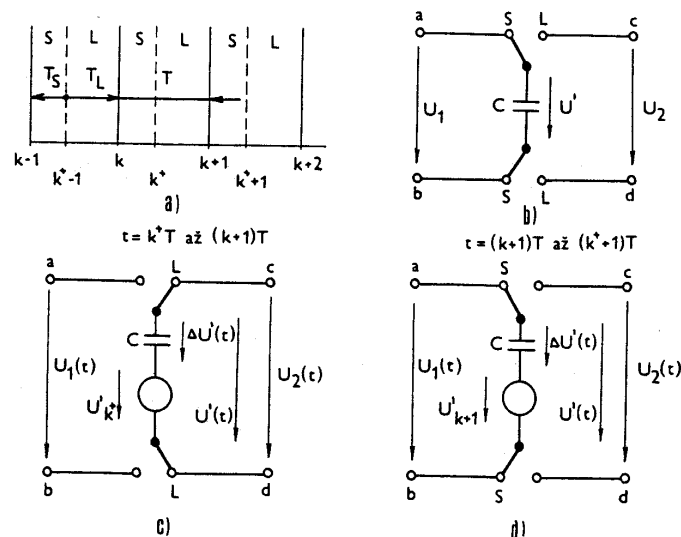
Jádrum metody jsou nábojové rovnice v oblasti z , popisující signálové poměry při periodickém přepínání kapacitoru. Uvažujeme kapacitor C , který je v sudé fázi připojován k bráně a, b a v liché fázi k bráně c, d (obr.3b). Na obr.3a je zachycen diagram činnosti obvodu SC s dvoufázovým spínáním. Do by trvání fází S a L bývají obvykle stejné, a proto $T_S = T_L = T/2$. Na obr.3c,d je použita následující symbolika:

$U_1(t), U_2(t), U'(t) \dots$ okamžité hodnoty napětí na branách $a-b, c-d$, na kapacitoru

$U'_k = U'(k^+T) = U_1(k^+T) \dots$ hodnota napětí na kapacitoru na konci sudé fáze (limita zleva)

$U'_{k+1} = U'[(k+1)T] = U_2[(k+1)T] \dots$ hodnota napětí na kapacitoru na konci liché fáze (limita zleva)

$\Delta U'(t) \dots$ změna napětí na kapacitoru od ukončení jedné fáze do ukončení další fáze.



Obr.3 a) Časový diagram spínání, b) přepínaný kapacitor, c,d) náhradní schémata pro sudou a lichou fázi

Vždy na konci určité fáze se obvodové veličiny na kapacitoru stávají počátečními podmínkami pro další fázi. Obr.4a,b ukazuje situaci na konci liché a sudé fáze těsně před následným přepnutím. Vidíme, že v době od ukončení sudé fáze po ukončení liché fáze se napětí na kapacitoru změnilo o hodnotu

$$\Delta U'_{k+1} = U'_{k+1} - U'_k \quad (2)$$

a v době od ukončení liché fáze po ukončení sudé fáze o hodnotu

$$\Delta U'_{k+1} = U'_{k+1} - U'_{k+1} \quad (3)$$

Podrobíme posloupnosti $\{\Delta U'_k\}$, $\{U'_{k+1}\}$, $\{U'_k\}$ a $\{U'_k\}$ z-transformaci. Pro z -obrazy zavedeme toto označení:

$$\mathcal{Z}\{U'_{k+1}\} = \sum_k U'_{k+1} z^{-k} = U'_S(z)$$

$$\mathcal{Z}\{U'_k\} = \sum_k U'_k z^{-k} = U'_L(z)$$

$$\mathcal{L}\{\Delta U'_k\} = \sum_k \Delta U'_k \cdot z^{-k} = U'_L(z) \quad .$$

Figure 1 consists of two circuit diagrams, labeled a) and b). Both diagrams show a series combination of a capacitor C and a voltage source U_{k+1}^1 . In diagram a), the voltage across the capacitor is ΔU_{k+1}^1 and the voltage across the source is U_{k+1}^1 . The total voltage is $U_{2,k+1} = U_{k+1}^1$. In diagram b), the voltage across the capacitor is ΔU_{k+1}^1 and the voltage across the source is U_{k+1}^1 . The total voltage is $U_{2,k+1} = U_{k+1}^1$.

Aplikujemo-li na rovnici (2) operátor $\mathcal{Z}\{ \} = \sum_k \{ \} z^{-k}$,
dostanemo

$$\sum_k \Delta U'_{k+1} z^{-k} = \sum_k U'_{k+1} z^{-k} - \sum_k U_{k+1} z^{-k}.$$

$$z u_L'(z) = z U_L'(z) - \sum_j U_{k^+} z^{-(k^+ - T_S/T)}.$$
$$u_L'(z) = U_L'(z) - z^{-T_L/T} U_S'(z) . \quad (5)$$
$$u_L'(z) = U_L'(z) - z^{-1/2} U_S'(z) \quad (6)$$

Podobně po aplikaci operátoru $\mathcal{Z}\{ \}_{k^+} = \sum_k \{ \} z^{-k^+}$ na rovnici

$$u'_S(z) = U'_S(z) - z^{-T} S^T U'_L(z), \quad (7)$$
$$u'_S(z) = U'_S(z) - z^{-1/2} U'_I(z) \quad . \quad (8)$$
$$\begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -z^{-T}S^T/T \\ -z^{-T}L^T/T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix}, \quad (9)$$
$$\begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -z^{-1/2} \\ -z^{-1/2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U'_S \\ U'_L \end{bmatrix} \quad (10)$$

Protože současně platí $U'_S = U_{1S}$ a $U'_L = U_{2L}$, představují čtvercové matice v (9), resp. (10) jakési incidenční matice mezi napětími na kapacitoru a napětími branovými:

$$\begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix} = S_U^* \begin{bmatrix} U_{1S} \\ U_{2L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_U^* = \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{z}^{-T} \mathbf{S}^T \\ -\mathbf{z}^{-T} \mathbf{L}^T/T & 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}_U} + \begin{bmatrix} & -\mathbf{z}^{-T} \mathbf{S}^T \\ -\mathbf{z}^{-T} \mathbf{L}^T/T & \end{bmatrix} \quad (11)$$

Všimněme si, že matice S_U^* se skládá ze dvou částí. S_U je obyčejná incidenční matice, zachycující statické stavy: $u_S = U_{1S}$, $u_L = U_{2L}$. Tyto rovnice říkají, že změny napětí na C na koncích daných fází se rovnají hodnotám napětí, na které se na koncích fází kapacitor přebíjí. Matice S_U tedy popisuje stav, kdy se kapacitor přebíjí vždy z nulové počáteční podmínky z předchozí fáze. Přídavná matice, obsahující proměnnou z , pak popisuje vliv nenulových počátečních podmínek před přepnutím. Např. rovnice $u'_S = U_{1S} - z^{-T_S/T} U_{2L}$ napovídá, že změna napětí na C od konce liché fáze do ukončení sudé fáze se rovná rozdílu konečného napětí v sudé fázi a původního napětí na konci liché fáze.

Napětové a nábojové změny na kapacitoru jsou svázány multiplikativní konstantou C, takže

$$\begin{bmatrix} q'_S \\ q'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & \\ & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix} \quad (12)$$

Zde q'_S , resp. q'_L jsou z-obrazy posloupností nábojových změn na kapacitoru při přechodu od konce liché fáze ke konci sudé fáze, resp. naopak. Tyto změny musí být hrazeny přítokem náboje z bran c-d, resp. a-b jak v důsledku skokového přebití kapacitoru při přepnutí, tak vlivem případných změn branových napětí během dané fáze. Po dosazení (12) do (9), resp. (10) dostáváme základní rovnice kapacitní větve ve spínaném dvoufázovém režimu:

$$\begin{bmatrix} q'_S \\ q'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & -C z^{-T_S/T} \\ -C z^{-T_L/T} & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix} \quad (13)$$

resp.

$$\begin{bmatrix} q'_S \\ q'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & -C z^{-1/2} \\ -C z^{-1/2} & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix} \quad (14)$$

V dalším se omezíme na případ $T_S = T_L = T/2$.

4.4 Sestavování uzlových nábojových rovnic

Základní přístupy

Dílním cílem analýzy je sestavení maticové rovnice typu (13), resp. (14) pro celý analyzovaný obvod. Tato rovnice tedy musí udávat vztah mezi maticí nábojových změn a maticí napětí na zvolených nezávislých branách. Výslednou rovnici lze získat lineární transformací dílčích matic kapacitních větví. Charakter transformace je ovlivněn zapojením spínačů a přítomností transformačních článků. Nejznámější způsob realizace těchto transformací je následující [16], [23], [29]: Spínaný obvod se rozdělí na dva subobvody, z nichž jeden obsahuje pouze spínače, druhý kapacitory a případně aktivní prvky. U druhého subobvodu se provede jednak transformace nábojů a napětí kapacitorů v náboje a napětí zvolených bran, jednak přídavná transformace, vyvolaná působením aktivních prvků. Při počítačovém řešení je upřednostňována manipulace s řádky a sloupci kapacitní matice před aplikací incidenčních matic. Takto transformovaná "statická" matice je pak dále převáděna na čtyři výsledné submatice respektováním činnosti subobvodu spínačů. Podrobněji je tato problematika rozvedena v [16].

Zajímavý způsob sestavení výsledných nábojových rovnic je publikován v [32]. Ukazuje se, že kapacitní matici je možno sestavit přímo na základě incidenčních matic nábojů a napětí, jejichž koeficienty už zachycují vliv neregulárních prvků. Postup vede na redukovanou matici s minimálním možným počtem řádků a sloupců, který odpovídá minimálnímu počtu nezávislých uzlových napětí a nábojů. Velmi se tím zjednoduší "ruční" analýza. Při počítačové analýze to znamená jak snížené nároky na kapacitu paměti, tak především podstatné urychlení výpočtu. Z těchto důvodů uvedený přístup podrobněji rozvedeme s cílem vytvoření vhodného základu pro algoritmi-zaci.

Lineární transformace souřadnic

Nechť je dán spínaný obvod, idealizovaný ve výše uvedeném smyslu. Ze všech uzlových napětí pro sudý a lichý takt vybereme pouze napětí nezávislá a sestavíme je do sloupcové matice typu

$$U = \begin{bmatrix} U_S \\ U_L \end{bmatrix} \quad (15)$$

Výběrem nezávislých napětí se vlastně nepřímo provede redukce souřadnic, které se staly závislými vlivem transformace spínači a aktivními prvky.

Zároveň vybereme stejný počet nezávislých uzlových nábojových změn

$$q = \begin{bmatrix} q_S \\ q_L \end{bmatrix} \quad (16)$$

Orientujeme napětí na kapacitorech a sestavíme rovnici

$$q' = C' u' \quad (17)$$

kde

$$q' = \begin{bmatrix} q'_S \\ q'_L \end{bmatrix} \quad \text{je matice nábojových změn na kapacitorech,} \quad (18)$$

$$u' = \begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix} \quad \text{je matice napěťových změn na kapacitorech.} \quad (19)$$

C' je diagonální matice, kde každý prvek C_i je obsažen v této matici dvakrát. Dále platí

$$u' = S_U^* U \quad (20)$$

$$q = S_Q q' \quad (21)$$

S_Q je nábojová incidenční matice. Pro obvod s regulárními prvky ji lze určit jednoznačně z incidenční matice napěťové podle vztahu

$$S_Q = S_U^t \quad (22)$$

Sloučením (17), (18) a (19) dostáváme výsledný vztah

$$q = CU \quad (23)$$

kde

$$C = S_Q C' S_U^* \quad (24)$$

je tzv. kapacitní matice.

Určíme nejprve strukturu incidenčních matic S_Q a S_U^* . Struktura S_Q plyne z (16), (18) a (21):

$$\begin{bmatrix} q_S \\ q_L \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} S_{QS} & \\ & S_{QL} \end{bmatrix}}_{S_Q} \underbrace{\begin{bmatrix} q'_S \\ q'_L \end{bmatrix}}_{\begin{matrix} S \\ L \end{matrix}} \quad (25)$$

a struktura S_U^* z (15), (19), (20) a (11):

$$\begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} S_{US} & -S_{UL} z^{-1/2} \\ -S_{US} z^{-1/2} & S_{UL} \end{bmatrix}}_{S_U^*} \underbrace{\begin{bmatrix} U_S \\ U_L \end{bmatrix}}_{\begin{matrix} S \\ L \end{matrix}} \quad (26)$$

Kapacitní matice C' je diagonální dvojnásobného řádu, než je počet kapacitorů n :

$$\begin{bmatrix} q'_S \\ q'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'' & \\ & C'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_S \\ u'_L \end{bmatrix} \quad (27)$$

kde

$$C'' = \begin{bmatrix} C_1 & & & \\ & C_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & C_n \end{bmatrix}$$

K realizaci součinu tří matic (24) použijeme speciální algoritmus, který je popsán v [2]. Schéma algoritmu je následující:

$$\begin{bmatrix} C'' & \\ & C'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{US} & -S_{UL} z^{-1/2} \\ -S_{US} z^{-1/2} & S_{UL} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} S_{QS} & \\ & S_{QL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{QS} C'' S_{US} & -z^{-1/2} S_{QS} C'' S_{UL} \\ -z^{-1/2} S_{QL} C'' S_{US} & S_{QL} C'' S_{UL} \end{bmatrix} \begin{matrix} S \\ L \end{matrix}$$

Ze schématu plyne struktura výsledné kapacitní matice:

$$C = \begin{bmatrix} C_{SS} & -z^{-1/2} C_{SL} \\ -z^{-1/2} C_{LS} & C_{LL} \end{bmatrix} \begin{matrix} q_S \\ q_L \end{matrix} \quad (29)$$

$$\begin{matrix} U_S & U_L \end{matrix}$$

kde dílčí submatice lze stanovit na základě lineárních trans-

formací

$$C_{SS} = S_{QS} C'' S_{US} \quad (30)$$

$$C_{SL} = S_{QS} C'' S_{UL} \quad (31)$$

$$C_{LS} = S_{QL} C'' S_{US} \quad (32)$$

$$C_{LL} = S_{QL} C'' S_{UL} \quad (33)$$

Z (28) vyplývá, že postup stanovení výsledné kapacitní matice lze zjednodušit. Předně není nutno zapisovat faktor $z^{-1/2}$ do matice S_U^* . Postačí matice C_{SL} a C_{LS} tímto členem vynásobit dodatečně. Dále lze násobení zjednodušit tak, že zredukujeme řád diagonální matice na polovinu a upravíme incidenční matice tak, jak je znázorněno níže:

$$\begin{bmatrix} C' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{US} & S_{UL} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{matrix} S_Q \\ S \end{matrix} \begin{bmatrix} S_{QS} \\ S_{QL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{SS} & -z^{-1/2} C_{SL} \\ -z^{-1/2} C_{LS} & C_{LL} \end{bmatrix} \begin{matrix} S \\ L \end{matrix}$$

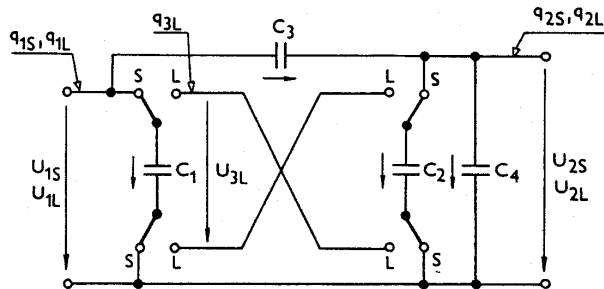
Výsledná kapacitní matice je minimálního možného řádu, který je dán minimálním počtem nezávislých uzlových napětí, resp. nábojových změn.

P a s i v n í o b v o d S C

V případě, že spínaný obvod obsahuje pouze prvky, které jsou regulární vzhledem k použité MUN, pak mezi incidenčními maticemi S_U a S_U^* platí vztah (22). Ze schématu (34) pak plyne, že výsledná kapacitní matice bude symetrická vzhledem k hlavní diagonále.

Princip sestavování matic objasníme na příkladu spínané-

ho obvodu na obr.5. Snadno zjistíme minimální počet nezávislých uzlových napětí a nábojových změn: $U_{1S}, U_{1L}, U_{2S}, U_{2L}, U_{3L}; q_{1S}, q_{1L}, q_{2S}, q_{2L}, q_{3L}$ (lze pomocí nich jednoznačně určit obvodové veličiny ve všech větvích a uzlech). Nábojové změny zobrazujeme jako orientované šipky, v jejichž směru je injektován do uzlu náboj, čímž je vyvolána změna uzlových



Obr.5 Příklad pasivního obvodu SC

napětí. Nábojovou incidenční matici získáme aplikací zákona zachování náboje (obdoba 1. Kirchhoffova zákona), napětovou incidenční matici aplikací 2. Kirchhoffova zákona. Snadno se přesvědčíme, že platí $S_Q = S_U^T$ a že výsledná kapacitní matice je symetrická vzhledem k hlavní diagonále.

C_1				
	C_2			
		C_3		
			C_4	

1		1		1
	1			-1
1	-1	1	-1	
	1		1	

1		1		
	1	-1	1	
1		1		
		-1	1	
1	-1			

$C_1 + C_3$	$-C_3$	$-(C_1 + C_3)z^{1/2}$	$C_3 z^{1/2}$	$-C_1 z^{1/2}$
$-C_3$	$C_2 + C_3 + C_4$	$C_3 z^{1/2}$	$-(C_3 + C_4)z^{1/2}$	$C_2 z^{1/2}$
$-(C_1 + C_3)z^{1/2}$	$C_3 z^{1/2}$	$C_1 + C_3$	$-C_3$	C_1
$C_3 z^{1/2}$	$-(C_3 + C_4)z^{1/2}$	$-C_3$	$C_3 + C_4$	
$-C_1 z^{1/2}$	$C_2 z^{1/2}$	C_1		$C_1 + C_2$

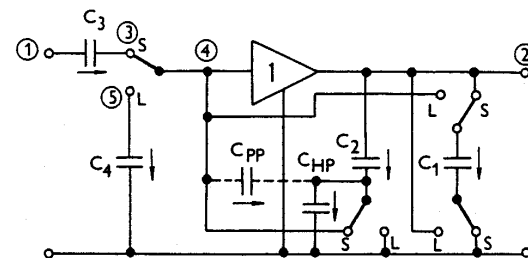
U_{1S} U_{2S} U_{1L} U_{2L} U_{3L}

Obvod SC s neregulárními prvky

Vyskytují-li se v spínaném obvodu transformační vícebrany, které nejsou regulární vzhledem k MUN, je nutno modifikovat kapacitní matici přidavnou transformací, doplněnou redukcí souřadnic. Přístup k realizaci této transformace a redukce je několik. Popíšeme postup, kdy redukci souřadnic provedeme již při výběru nezávislých uzlových veličin a transformaci zahrneme do koeficientů incidenčních matic.

V tabulce Tab 1 jsou znázorněny nejčastější případy transformace souřadnic operačním zesilovačem a ideálním zesilovačem napětí. Schémata jsou nakreslena pro určitou kvazistabilní fázi. Souřadnice typu q redukuje tak, že neuvažujeme nábojové buzení uzlů, příslušejících výstupům zesilovačů napětí. U DOZ vyloučíme jedno z napětí, příslušející vstupním uzlům, u zesilovače napětí jedno ze závislých uzlových napětí.

Pro ilustraci uvedme příklad přímého sestavení kapacitní matice filtru SC na obr.6.



Obr.6 Příklad aktivního filtru SC

Vlivem působení jednotkového zesilovače jsou uzlová napětí U_2 a U_4 závislá ($U_2 = U_4$), a proto U_4 nemusíme uvažovat ani v sudé, ani v liché fázi. Rovněž není třeba uvažovat zdroj náboje na výstupu zesilovače. Systém nezávislých obvodových veličin je tedy např. $U_{1S}, U_{2S}, U_{5S}, U_{1L}, U_{2L}, U_{3L}; q_{1S}, q_{3S}, q_{5S}, q_{1L}, q_{3L}, q_{5L}$.

zapojení	obecný popis bez aktivního prvku	popis po transfor- maci a redukci																																																																																																
	<table border="1"> <tr><td>C1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>C2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>C3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>C4</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> $U_1 = U_2$	C1					C2					C3					C4	1					1					-1					1	1					1					-1					1	<table border="1"> <tr><td>C1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>C2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>C3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>C4</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> $U_1 = U_2$	C1					C2					C3					C4	1					1					-1					1	1					1					-1					1
C1																																																																																																		
	C2																																																																																																	
		C3																																																																																																
			C4																																																																																															
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
			1																																																																																															
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
			1																																																																																															
C1																																																																																																		
	C2																																																																																																	
		C3																																																																																																
			C4																																																																																															
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
			1																																																																																															
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
			1																																																																																															
	<table border="1"> <tr><td>C1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>C2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>C3</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td></tr> </table> $U_1 = 0$	C1				C2				C3	1				1				-1	1				1				-1	<table border="1"> <tr><td>C1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>C2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>C3</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td></tr> </table> $U_1 = 0$	C1				C2				C3	1				1				-1	1				1				-1																																										
C1																																																																																																		
	C2																																																																																																	
		C3																																																																																																
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
C1																																																																																																		
	C2																																																																																																	
		C3																																																																																																
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
	<table border="1"> <tr><td>C1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>C2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>C3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>C4</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> $U_1 = U_2 = U_3/A$	C1					C2					C3					C4	1					1					-1					1	1					1					-1					1	<table border="1"> <tr><td>C1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>C2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>C3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>C4</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> </table> $U_1 = U_2 = U_3/A$	C1					C2					C3					C4	1					1					-1					1	1					1					-1					1
C1																																																																																																		
	C2																																																																																																	
		C3																																																																																																
			C4																																																																																															
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
			1																																																																																															
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
			1																																																																																															
C1																																																																																																		
	C2																																																																																																	
		C3																																																																																																
			C4																																																																																															
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
			1																																																																																															
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
			1																																																																																															
	<table border="1"> <tr><td>C1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>C2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>C3</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td></tr> </table> $U_1 = U_2/A$	C1				C2				C3	1				1				-1	1				1				-1	<table border="1"> <tr><td>C1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>C2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>C3</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-1</td></tr> </table> $U_1 = U_2/A$	C1				C2				C3	1				1				-1	1				1				-1																																										
C1																																																																																																		
	C2																																																																																																	
		C3																																																																																																
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
C1																																																																																																		
	C2																																																																																																	
		C3																																																																																																
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																
1																																																																																																		
	1																																																																																																	
		-1																																																																																																

Tab. 1 Transformace nábojových rovnic působením aktivních prvků

C ₁					
	C ₂				
		C ₃			
			C ₄		
				C _{HP}	
					C _{PP}

	1				
				1	
1	-1		1		-1
		1		1	
	1				
				1	

		1			
	-1	-1		1	
			1		
		1			
		-1			
1			1		1

C ₃	-C ₃		-C ₃ z ^{-1/2}		C ₃ z ^{-1/2}	q _{1S}
-C ₃	C ₃ +C _{HP}		C ₃ z ^{-1/2}	C ₂ z ^{-1/2}	-C ₃ z ^{-1/2}	q _{3S}
		C ₄		C ₄ z ^{-1/2}		q _{5S}
-C ₃ z ^{-1/2}	C ₃ z ^{-1/2}		C ₃		-C ₃	q _{1L}
C ₃ z ^{-1/2}	-C ₃ z ^{-1/2}		-C ₃		C ₃	q _{3L}
	-C ₁ z ^{-1/2}	-C ₄ z ^{-1/2}		C ₄ +C _{PP}		q _{5L}

U_{1S}

U_{2S}

U_{5S}

U_{1L}

U_{2L}

U_{3L}

4.5 Určení obvodových funkcí z kapacitní matice

Ze soustavy nábojových rovnic lze určit řadu obvodových funkcí v z-oblasti. Nejčastěji počítáme přenosy napětí a vstupní a výstupní imitance, vše z algebraických doplňků kapacitní matice. Někteří autoři [29], [30] používají tzv. branové kapacity. Praktičtější je výpočet branových admitancí, které mají konkrétní fyzikální význam.

Uvažujme obvod SC, k němuž jsme zavedli matice nezávislých uzlových veličin (15) a (16). Nechť v uzlu *a* působí zdroj náboje v sudých fázích *q_{aS}*. V uzlu *b* vyvolá v sudých, resp. lichých fázích napěťové vzorky o z-obrazech

$$U_{bS} = \frac{\Delta_{aS:bS}}{\Delta} q_{aS}, \quad \Delta \neq 0, \quad U_{bS} \in U \quad (35)$$

resp.

$$U_{bL} = \frac{\Delta_{aS:bL}}{\Delta} q_{aS}, \quad \Delta \neq 0, U_{bL} \in U. \quad (36)$$

Tento zdroj obdobně vyvolá v uzlu a napětí

$$U_{aS} = \frac{\Delta_{aS:aS}}{\Delta} q_{aS}, \quad \Delta \neq 0, U_{aS} \in U \quad (37)$$

resp.

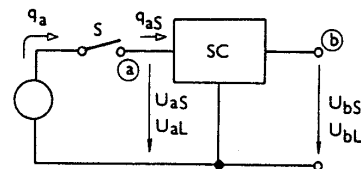
$$U_{aL} = \frac{\Delta_{aS:aL}}{\Delta} q_{aS}, \quad \Delta \neq 0, U_{aL} \in U. \quad (38)$$

Při výpočtu přenosových funkcí je nutno rozlišovat budící a vyvolané veličiny, příčinu a následek. U MUN se automaticky předpokládá, že napětí na dané bráně, vyvolané působením připojeného zdroje proudu, je rovno hodnotě napětí zdroje, který musí být připojen k bráně, aby do ní tekla proud stejně velký jako v předešlém případě. Zde není důležité, která veličina byla budící a která je důsledkem působení buzení. Proto můžeme pomocí MUN určovat i přenosy obvodů, buzené napětově, i když při analýze se předpokládá budící zdroj proudový. V případě obvodů SC můžeme tento princip uplatnit pouze v rámci dané fáze, nikoliv v přechodu mezi fázemi. Tak např. náboj q_{aS} , injektovaný do uzlu a vždy v sudých fázích, vyvolává v tomto uzlu v sudých fázích napětí U_{aS} , v lichých U_{aL} . Kdybychom naopak budili uzel a napětíovými vzorky U_{aS} , ze zdroje napětí by obvod SC odebíral odpovídající nábojové vzorky q_{aS} . To však neplatí pro vzorky napětí U_{aL} . V lichých fázích totiž v našem myšleném pokusu uzel a nebyl buzen, takže vzorkům U_{aL} odpovídají nulové vzorky náboje. Určovat přenos napětí pro případ, kdy vstupní uzel v dané fázi není buzen, je nelogické. Proto je účelné z (35) až (38) počítat pouze tyto systémové funkce:

$$K_{aS,bS} = \frac{\Delta_{aS:bS}}{\Delta_{aS:aS}} \quad (39)$$

$$K_{aS,bL} = \frac{\Delta_{aS:bL}}{\Delta_{aS:aS}} \quad (40)$$

Tyto systémové funkce popisují případ, kdy budící zdroj (lho-
stejnec, či zdroj napětí či náboje) působí na obvod SC pouze
v sudých fázích, jak je to znázorněno na obr.7. Protože vztahy
(35) až (40) byly počítány pro případ, kdy vyjma zdroje
 q_{aS} ostatní zdroje nepůsobí, znamená to, že v lichých fázích
se předpokládá uzel a naprázdno.



Obr.7 K definici systémových funkcí (39) a (40)

Obdobně při buzení uzlu a v lichých fázích mají význam
vzorce

$$K_{aL,bS} = \frac{\Delta_{aL:bS}}{\Delta_{aL:aL}} \quad (41)$$

$$K_{aL,bL} = \frac{\Delta_{aL:bL}}{\Delta_{aL:aL}} \quad (42)$$

Naznačíme postup výpočtu systémové funkce pro případ,
kdy na buzeném vstupu není prováděn výběr vzorků. Pak uzlové
napětí U_{bS} , resp. U_{bL} je dáno superpozicí příspěvků od zdroje
 q_{aS} a q_{aL} , tedy

$$U_{bS} = \frac{\Delta_{aS:bS}}{\Delta} q_{aS} + \frac{\Delta_{aL:bS}}{\Delta} q_{aL}, \quad (43)$$

$$U_{bL} = \frac{\Delta_{aS:bL}}{\Delta} q_{aS} + \frac{\Delta_{aL:bL}}{\Delta} q_{aL}. \quad (44)$$

Výpočet systémové funkce provedeme za předpokladu, že uzel a
je buzen analogovým napětím U_a , které vyhovuje podmínkám

vzorkovacího teorému, tedy

$$U_{aS} = U_{aL} = U_a \quad (45)$$

Předpokládáme-li buzení filtru z výstupu jiného obvodu SC, pak je nutno znát vztah mezi U_{aS} a U_{aL} . Dále platí

$$U_{aS} = \frac{\Delta_{aS:aS}}{\Delta} q_{aS} + \frac{\Delta_{aL:aS}}{\Delta} q_{aL} \quad (46)$$

$$U_{aL} = \frac{\Delta_{aS:aL}}{\Delta} q_{aS} + \frac{\Delta_{aL:aL}}{\Delta} q_{aL} \quad (47)$$

Z (45) až (47) pak plyne vztah mezi náboji q_{aS} a q_{aL}

$$(\Delta_{aS:aS} - \Delta_{aS:aL}) q_{aS} = (\Delta_{aL:aL} - \Delta_{aL:aS}) q_{aL}$$

což můžeme podle [6] zapsat zkráceně jako

$$\frac{[:aS>aL]}{\Delta_{aS:aS}} q_{aS} = \frac{[:aL>aS]}{\Delta_{aL:aL}} q_{aL} \quad (48)$$

Symbol $[:aS>aL]$, resp. $[:aL>aS]$ znamená přičtení sloupce "aS" k sloupci "aL", resp. obráceně.

Systémové funkce bez výběru vstupních vzorků pro případ buzení analogovým signálem definujeme takto:

$$K_{aB,bS} = \frac{U_{bS}}{U_a} \quad (49)$$

$$K_{aB,bL} = \frac{U_{bL}}{U_a} \quad (50)$$

Po dosazení (48), (43) a (44) do (49) a (50) a úpravě obdržíme vztahy pro systémové funkce pomocí algebraických doplňků kapacitní matice:

$$K_{aB,bS} = \frac{\Delta_{aS:bS} \frac{[:aL>aS]}{\Delta_{aL:aL}} + \Delta_{aL:bS} \frac{[:aS>aL]}{\Delta_{aS:aS}}}{\Delta_{aS:aS} \frac{[:aL>aS]}{\Delta_{aL:aL}} + \Delta_{aL:aS} \frac{[:aS>aL]}{\Delta_{aS:aS}}} \quad (51)$$

$$K_{aB,bL} = \frac{\Delta_{aS:bL} \frac{[:aL>aS]}{\Delta_{aL:aL}} + \Delta_{aL:bL} \frac{[:aS>aL]}{\Delta_{aS:aS}}}{\Delta_{aS:aS} \frac{[:aL>aS]}{\Delta_{aL:aL}} + \Delta_{aL:aS} \frac{[:aS>aL]}{\Delta_{aS:aS}}} \quad (52)$$

Poznámka: Způsob definice systémových funkcí bez výběru vstupních vzorků je závislý na druhu buzení obvodu SC (viz část 3). V případě buzení jiným spínaným obvodem je v určitých případech výhodné definovat tyto funkce podílem $U_{bS}/(U_{aS}+U_{aL})$, resp. $U_{bL}/(U_{aS}+U_{aL})$ [29], [30].

Výpočet systémových funkcí pomocí (51) a (52) vede vždy k cíli a postup odvození těchto vztahů se nemění ani při modifikaci podmínky (45). Výpočet, prezentovaný v [29], je možný pouze za určitých podmínek.

Ze složitosti vztahů (51) a (52) plyne určitá nevýhoda metody řešení pomocí MMUN: obtížný výpočet systémových funkcí, které popisují skutečné přenosové vlastnosti obvodů SC bez výběru budících vzorků.

O způsobu výpočtu systémových funkcí bez výběru výstupních vzorků jsme se zmínili v části 3. Uvedeme výsledné vztahy:

$$K_{aS,bS} = \frac{U_{bS} + U_{bL}}{U_{aS}} = K_{aS,bS} + K_{aS,bL} \quad (53)$$

$$K_{aL,bS} = \frac{U_{bS} + U_{bL}}{U_{aL}} = K_{aL,bS} + K_{aL,bL} \quad (54)$$

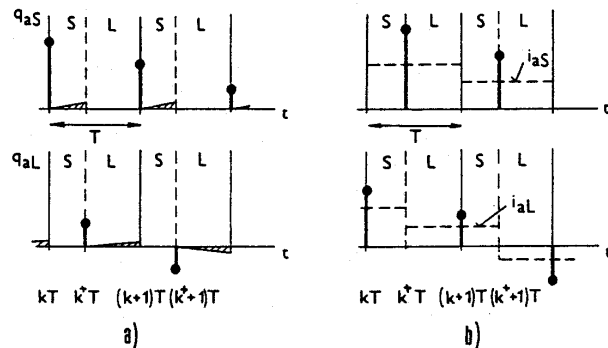
$$K_{aB,bS} = K_{aB,bS} + K_{aB,bL} \quad (55)$$

V (55) je vstupní napětí chápáno v jednom z výše uvedených významů. Obdobně je možno zavádět systémové funkce s výběrem vzorků SH obvodem [27].

Otázky imitačního popisu obvodů SC začaly být systematicky studovány teprve nedávno [29]. Pokusme se o vlastní formulaci vztahů pro výpočet branových admitancí.

Kapacitní matice vyjadřuje vztah mezi změnami nábojů a vzorky napětí na branách. Obecný průběh nábojových změn v li-

bovolném uzlu a při přepínání z jedné fáze do druhé je znázorněn na obr.8a. V okamžiku přepnutí dojde obecně k skokové



Obr.8 a) Obecný průběh nábojových změn v uzlu a , b) průběh ekvivalentních nábojových změn na koncích daných fází

změně napětí U_a , což musí být hrazeno dodáním nábojové změny q_a do uzlu a formou Diracova impulsu o mohutnosti q_a . Pokud se v rámci dané fáze uzlové napětí mění s časem, je to opět v důsledku nábojových změn. Proto je výhodné uvažovat nábojové změny q_{aS} , resp. q_{aL} ve formě Diracových impulsů vždy na koncích fází S, resp. L a do jejich mohutností zahrnout celkové nábojové změny (při přepnutí i během dané fáze). Plně to odpovídá způsobu odvození nábojových rovnic v části 4.3.

Podobně lze zavést vzorky proudu. Střední hodnota proudu za jednu periodu vzorkovacího signálu je rovna podílu změny náboje a periody. Zavedeme vzorky proudu v sudé a liché fázi i_S a i_L a jejich z-obrazy

$$I_S(z) = \frac{1}{T} q_S(z) \quad (56)$$

$$I_L(z) = \frac{1}{T} q_L(z) \quad (57)$$

Pro matici uzlových proudů pak z (23) platí

$$I = \frac{1}{T} C U \quad (58)$$

Můžeme tedy zavést admitanční matici obvodů SC

$$Y = \frac{1}{T} C \quad (59)$$

takže z algebraických doplňků kapacitní matice lze určovat i-mitanční poměry.

Je-li obvod SC buzen do uzlu a jen v sudých taktech podle obr.7, pak lze definovat admitanci

$$Y_{aS} = \frac{I_{aS}}{U_{aS}} = \frac{1}{T} \frac{q_{aS}}{U_{aS}}, \text{ neboli}$$

$$Y_{aS} = \frac{1}{T} \frac{\Delta}{\Delta_{aS:aS}} \quad (60)$$

Obdobně

$$Y_{aL} = \frac{1}{T} \frac{\Delta}{\Delta_{aL:aL}} \quad (61)$$

Poznamenejme, že v [29] a [30] jsou branové admitance definovány poněkud složitějšími výrazy.

V praxi je častý případ buzení filtru SC analogovým signálem v obou fázích. Pak platí

$$Y_{aB} = \frac{I_{aS} + I_{aL}}{U_a} = \frac{1}{T} \frac{q_{aS} + q_{aL}}{U_a} \quad (62)$$

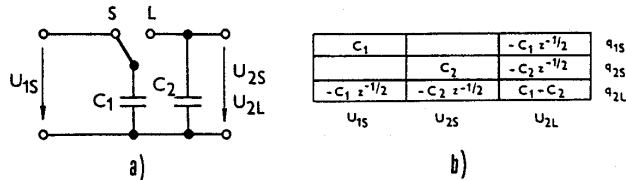
Další výpočet je obdobný jako výpočet systémové funkce bez výběru vstupních vzorků. Uvedeme jen výsledek:

$$Y_{aB} = \frac{1}{T} \Delta \frac{[\Delta_{aL:aL} > aS] + [\Delta_{aS:aS} > aL]}{[\Delta_{aS:aS} > aS] + [\Delta_{aL:aL} > aS]} \quad (63)$$

případně

$$Y_{aB} = \frac{1}{T} \Delta \frac{[aS:aL:aS:aL]}{\Delta_{aS:aS} \Delta_{aL:aL} + \Delta_{aL:aS} \Delta_{aS:aS}} \quad (64)$$

Jako příklad uveďme výpočet vstupní a výstupní admitance pasivního obvodu SC na obr.9a. Analýzou lze dospět ke kapacitní matici na obr. 9b. Vstupní admitance bude



Obr.9 a) Pasivní dolní propust SC , b) kapacitní matice obvodu

$$Y_{1S} = \frac{1}{T} \frac{\Delta}{\Delta_{1S:1S}} = \frac{C_1}{T} \left[1 - \frac{z^{-1}}{1 + \frac{C_2}{C_1} (1 - z^{-1})} \right],$$

výstupní admitance

$$Y_{2S} = \frac{1}{T} \frac{\Delta}{\Delta_{2S:2S}} = \frac{C_2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} z^{-1}},$$

$$Y_{2L} = \frac{1}{T} \frac{\Delta}{\Delta_{2L:2L}} = \frac{C_1 + C_2}{T} (1 - z^{-1}).$$

Použijeme-li přibližného vztahu $z^{-1} \approx 1 - pT$, $|pT| \ll 1$, pak dostaneme přibližné vzorce pro impedance

$$Z_{1S} = Y_{1S}^{-1} \approx \frac{T}{C_1} \frac{C_2}{C_1 + C_2} + \frac{1}{p(C_1 + C_2)},$$

$$Z_{2S} = Y_{2S}^{-1} \approx \frac{T}{C_2} \frac{C_1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{p(C_1 + C_2)},$$

$$Z_{2L} = Y_{2L}^{-1} \approx \frac{1}{p(C_1 + C_2)},$$

což odpovídá fyzikálnímu názoru.

5. ZÁVĚR

Výsledky práce je možno shrnout do těchto bodů :

- 1) Metoda uzlových napětí je v uvedené formě vhodná pro popis idealizovaných obvodů SC, které obsahují kapacitory, ideální přepínače a ideální transformační články.
- 2) Omezující předpoklad neproměnnosti branových napětí během kvazistabilních fází je příliš silný a nemusí být dodržen, pokud definujeme vzorky nábojových změn a napětí vždy na koncích daných fází.
- 3) Výsledná soustava nábojových rovnic v maticovém tvaru udává vztah mezi maticemi z-obrazů posloupností nábojových změn a posloupností uzlových napětí.
- 4) Výslednou kapacitní matici lze získat z incidenčních matic S_U a S_Q speciálním algoritmem násobení tří matic, což je velmi výhodné pro "ruční" analýzu.
- 5) Transformaci a redukci souřadnic vlivem působení aktivních prvků je možno provést přímo tak, že pracujeme pouze s nezávislými branovými veličinami. Transformace souřadnic se projeví přímo v prvcích incidenčních matic. Výsledkem je kapacitní matice minimálního možného řádu, čehož je možno s výhodou využít při počítačové analýze.
- 6) Obvodové funkce s různou kombinací výběru vzorků je třeba definovat s ohledem na jejich fyzikální význam. To platí zejména o systémových funkcích bez výběru vstupních či výstupních vzorků.
- 7) Výpočet systémových funkcí bez výběru vstupních vzorků je možný z kapacitní matice vždy, známe-li vztah mezi z-obrazy posloupností budicího napětí v sudých a lichých fázích. V případě buzení analogovým signálem je tento vztah zřejmý (45).

- 8) Nevýhodou prezentované metody je složitý výpočet systémových funkcí bez výběru vstupních vzorků. Přitom tyto funkce popisují přenosové vlastnosti v praxi používaných spínaných obvodů.
- 9) Chápeme-li vzorky proudu jako střední hodnoty vzorků nábojových změn za jednu periodu T , pak admitanční matici v oblasti z získáme z kapacitní matice vydělením touto periodou.
- 10) Metoda je snadno zobecnitelná i na obvody SC s víceřázkovým spínáním, jak je ukázáno v [31].

LITERATURA

- [1] ZADEH, L.A.: Frequency analysis of variable networks. PIRE, 38, č.3, 1950.
- [2] MIKULA, J.: Zjednodušené zostavenie matíc obvodových sústav. Slaboproudý obzor, 26, 1965, č.7, s.412-414.
- [3] DERUSSO, P.M. - ROY, R.J. - CLOSE, C.M.: State variables for engineers. V ruštině, Moskva 1970.
- [4] LIOU, M.L.: Exact analysis of linear circuits containing periodically operated switches with applications. IEEE Trans. Circuit Theory, CT-19, č.2, 1972, s.146-154.
- [5] BRGLEZ, F.: Exact nodal analysis of switched - capacitor - networks with arbitrary switching sequences and general inputs - part I. In: Proc. 12th Asilomar Conf. on circuits, systems, and computers (Pacific Grove, CA., 1978).
- [6] ČAJKA, J. - KVASIL, J.: Teorie lineárních obvodů. SNTL, ALFA, 1979.
- [7] KURTH, C.F. - MOSCHYTZ, G.S.: Nodal analysis of switched capacitor networks. IEEE Trans. on Circuits and Systems, CAS-26, 1979, č.2, s.93-105.
- [8] LIOU, M.L. - KUO, Y.-L.: Exact analysis of switched capacitor circuits with arbitrary inputs. IEEE Trans. on Circuits and Systems, CAS-26, č.4, 1979, s.213-223.
- [9] FANG, S.C. - TSIVIDIS, Y.P.: Modified nodal analysis with improved numerical methods for switched capacitive networks. In: Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems, (Houston, TX, 1980), s.977-980.
- [10] VORONOV, A.A.: Osnovy teorii avtomatičeskovo upravlenija. Osobyje linejnyje i nelinejnyje sistemy. Moskva, Elektroizdat 1981.
- [11] GHAUSI, M.S. - LAKER, K.R.: Modern filter design. Bell Telephone Lab. Inc., 1981.
- [12] MIKULA, J.: Analýza obvodov so spínanými kapacitami. Slaboproudý obzor, 42, 1981, č.6, s.293-297.
- [13] TSIVIDIS, Y.: Principles of operation and analysis of switched - capacitor circuits. Proceedings of the IEEE,

- 71, č.8, 1983, s.926-940.
- [14] TSIVIDIS, Y.: Representation of sampled - data signals as continuous time. Proceedings of the IEEE, 71, č.1, 1983, s.181-183.
 - [15] MING, L.L. aj.: A tutorial on computer - aided analysis of switched - capacitor circuits. Proceedings of the IEEE, 71, č.8, 1983, s.987-1005.
 - [16] DOSTÁL, T.: Analýza aktivních obvodů se spínanými kapacitorem metodou uzlových napětí a lineární transformací souřadnic. Slaboproudý obzor, 45, č.1, 1984, s.21-27.
 - [17] DOSTÁL, T. - TREZZI, M.: Spínané integrátory. Slaboproudý obzor, 45, č.9, 1984, s.417-423.
 - [18] BIOLEK, D. - ŠEBESTA, V. - BIOLEK, Z.: Dynamické chyby paměťového vzorkovacího obvodu I. Výzkumná zpráva. Brno, FE VUT 1984, 113 s.
 - [19] PUN, C.K. - SEWELL, J.I.: Symbolic analysis of ideal and non-ideal switched capacitor networks. Proceedings of ISCAS 85, s.1165-1168.
 - [20] RUDD, E.P. - SCHAUMANN, R.: A program for the analysis of the high-frequency behaviour of switched capacitor networks. Proceedings of ISCAS 85, s.1173-1176.
 - [21] RIBNER, D.B. - COPELAND, M.A.: Computer - aided analysis of nonideal linear switched - capacitor networks for high - frequency applications. Proceedings of ISCAS 85, s.1169-1172.
 - [22] UENO, F. aj.: Steady - state and dynamic analyses of Cuk converter in the continuous and the discontinuous mode. Proceedings of the ISCAS 85, s.1007-1009.
 - [23] MIKULA, J. a kol.: Filtry se spínanými kapacitorem. Výzkumná zpráva. Brno, VAAZ 1985, 137 s.
 - [24] DOSTÁL, T. - POSPÍŠIL, J.: Spínané obvody I. Výzkumná zpráva. Brno, FE VUT 1985, 106 s.
 - [25] BIOLEK, D.: Zobecněné přenosové funkce spínaných obvodů. In: Rádioelektronika 86, sborník přednášek.
 - [26] CIOCHINA, S.: Computer aided analysis of switched - capacitor filters. Revue Roumaine des Sciences, 31, č.2, 1987,

- s.163-168.
- [27] ČAJKA, J. - DOSTÁL, T.: Symbolická analýza obvodů se spínanými kapacitorem. Slaboproudý obzor, 47, 1986, č.11,12, s.574-576.
 - [28] ČAJKA, J. - DOSTÁL, T. - FENCL, F.: Analýza obvodů SC na počítači. In: Knižnice odborných a vědeckých spisů VUT v Brně, svazek B-114, 1987, s.97-100.
 - [29] DOSTÁL, T. a kol.: Spínané obvody II. Výzkumná zpráva. Brno, FE VUT 1987, 55s.
 - [30] DOSTÁL, T.: Analýza a syntéza obvodů se spínanými kapacitorem. Doktorská disertační práce. Brno, FE VUT 1987, rukopis.
 - [31] MIKULA, J. a kol.: Aktivní kmitočtové filtry. Výzkumná zpráva. Brno, VAAZ 1987. V tisku.
 - [32] MIKULA, J.: Zkrácené sestavení kapacitních matic SC obvodů. In: Knižnice odborných a vědeckých spisů VUT Brno, svazek B-114, 1987, s.121-122.
 - [33] BIOLEK, D. - BIOLEK, Z.: Kmitočtová analýza spínaných obvodů. Slaboproudý obzor, 48, 1987, č.9, s.410-417.