

IMITANČNÍ POPIS SPÍNANÝCH OBVODŮ

Doc. Ing. Dalibor Biolek, CSc.

K 301 VA Brno, Kounicova 65, PS 13, 612 00 Brno
tel.: 4118 2487, fax: 4118 2888, email: biolek@ant.fee.vutbr.cz

Abstract:

Basic ideas concerning imittance description of general switched circuits with external switching are described in this contribution. Presented definition of imittance is based on the theory of equivalent signals and the generalized harmonic steady-state. The well-known imittance of continuous-time linear circuits is considered as special case if all switches are removed from switched circuit.

ÚVOD

Obvody se spínanými kapacitory, spínané obvody v proudovém módu, spínané konvertory DC-DC a další příbuzné principy jsou dnes běžně využívány v telekomunikacích, měřicí technice i výkonové elektronice. Porovnáme-li však základní teorie obvodových funkcí lineárních klasických a spínaných obvodů, zjistíme, že v spínané oblasti některé základní pojmy nejsou buď vůbec zavedeny, nebo se s nimi pracuje intuitivně a ne vždy korektně mechanickým přebíráním definic z analogových obvodů.

Toto se týká mimo jiné imitančního popisu spínaných obvodů. Teorie spínaných obvodů se totiž rozvíjela na pozadí idealizovaných obvodů se spínanými kapacitory (SC), které byly modelovány jako stacionární diskrétní systémy. V prvopočátcích modelování SC obvodů byly nejdůležitějšími charakteristikami přenosy napětí a citlivostní funkce. Kromě toho svou roli sehrál fakt, že v klasické teorii diskrétních systémů není imitanční popis vůbec zaveden.

Pokud se jedná o idealizované obvody se spínanými kapacitory, pak byly publikovány pouze tzv. **kapacitní funkce** v oblasti z , které lze za jistých podmínek využít k výpočtu imittance [1]. Pro reálné spínané obvody je výpočet imitancí dosud nepublikovanou záležitostí.

Dosavadní počítačové programy pro simulaci spínaných obvodů většinou řeší pouze napěťové přenosy nebo analyzují obvod v časové doméně. V současné době se však ukazuje neexistence imitančního popisu jako vážný problém. Analýza spínaných obvodů jak v napěťovém, tak i v proudovém módu totiž vyžaduje vzájemné přepočty mezi napětími a proudy, nehledě na to, že analyzační program by měl být schopen vykreslit kmitočtovou závislost imittance spínaného obvodu mezi dvěma zadanými uzly.

V příspěvku jsou nastíněny základy imitančního popisu spínaných obvodů, který poskytuje výsledky v souladu s klasickou fyzikální představou imittance. Východiskem je představa zobecněného harmonického ustáleného stavu, kterou jsme formulovali v původní teorii zobecněných přenosových funkcí [2]. Definice imittance spínaného obvodu přechází v klasickou definici imittance za předpokladu, že v obvodu vymizí spínače. V neposlední řadě definice umožňuje algoritmický výpočet imitancí na počítači nezávisle na tom, zda je simulován reálný spínaný obvod nebo ideální obvod SC se skokovým přebíjením kapacitorů.

MOŽNÉ ZPŮSOBY DEFINICE IMITANCE SPÍNANÉHO OBVODU

Klasická imittance je definována jako vztah mezi duálními veličinami - napětím a proudem dvoj pólu v harmonickém ustáleném stavu. Harmonického ustáleného stavu je dosaženo působením jedné z uvedených veličin o harmonickém časovém průběhu (buzení dvoj pólu - **příčina**), což vede u asymptoticky stabilních lineárních systémů k ustalování druhé

veličiny (vyvolané odezvy - **účinku**) v harmonický průběh o stejném kmitočtu. V případě lineárních stacionárních systémů je imitance invariantní vůči záměně budící a vyvolané veličiny (příčiny a účinku). Tuto skutečnost označme jako **princip záměny budící a vyvolané veličiny**.

Dále je známo, že na imitanci je možno pohlížet i jako na vztah mezi Fourierovými, případně Laplaceovými obrazy napětí a proudu, čímž lze rozšířit definici imitance i mimo oblast harmonického ustáleného stavu.

Situace je poněkud komplikovanější u spínaných obvodů. Budíme-li například určitou bránu spínaného obvodu zdrojem harmonického napětí, odebíraný proud v ustáleném stavu obvykle již není harmonický, nýbrž je impulsního charakteru. Harmonicky proměnné jsou však některé jeho integrální charakteristiky, například:

- 1) **střední hodnota signálu za jednu spínací periodu,**
- 2) **1. harmonická signálu,**
- 3) **tzv. ekvivalentní signál (viz dále).**

Nahradíme-li tedy impulsní proud některou z jeho integrálních charakteristik, umožní nám to definovat nad spínaným systémem **zobecněný harmonický ustálený stav** a následně i **zobecněnou imitanci**.

Obdobné úvahy je možné rozvíjet v případě buzení obvodu zdrojem proudu.

Ukazuje se však, že náhrada impulsního signálu jeho integrální charakteristikou obecně vede na *negaci principu záměny budící a vyvolané veličiny*. Konkrétně to znamená, že imitance spínaných dvojpólů obecně budou záviset na způsobu jejich buzení. To se mimo jiné nepříznivě projeví v tom, že pozbývají platnosti pravidla „imitanční algebry“ o zjednodušování sérioparalelních imitančních struktur. Zdá se, že se jedná o přirozený důsledek nestacionarity reálného spínaného obvodu. Výjimkou z tohoto pravidla může být ideální obvod se spínanými kapacitami, který je možno zjednodušeně modelovat jako diskrétní stacionární systém nábojovými rovnicemi v oblasti z . Imitanční popis takového systému v oblasti z však nesplňuje jednu ze základních podmínek, zavedených níže, totiž kompatibilitu s klasickým imitančním popisem.

Z uvedeného vyplývá možnost volby různých integrálních charakteristik impulsního signálu a z toho pramenících různých definic imitance. Při výběru integrální charakteristiky bychom měli být vedeni snahou o naplnění následujících požadavků na imitanční popis:

- Kompatibilita s imitančním popisem obvodů souvislého času.

Jestliže ze spínaného obvodu odstraníme spínače, resp. eliminujeme jejich vliv, musí zobecněná imitance spínaného obvodu automaticky přejít k imitanci vzniklého obvodu se souvislým časem.

- Možnost algoritmického výpočtu imitancí na počítači.

Dalším logickým požadavkem by mělo být zachování pravidel imitanční algebry, což je však problematické z výše uvedených důvodů.

Střední hodnota impulsního signálu za jednu spínací periodu je integrální veličina, která se používá k přibližnému určování imitance ideálních spínaných obvodů. Například známý vzorec pro odpor spínaného kapacitoru $R = T/C$ vznikl náhradou impulsního proudu odebíraného ze zdroje konstantního napětí jeho střední hodnotou. Na principu střední hodnoty je postaven nábojový popis ideálních SC obvodů, kdy spínaný dvojpól je reprezentován vzorky odebíraného náboje v každé spínací fázi. Každý vzorek má velikost střední hodnoty proudu tekoucího do dvojpólu během celé spínací fáze. Z nábojové rovnice v rovině z pak můžeme dospět k imitanci jako vztahu mezi z -obrazy vzorků napětí a proudu. Výhodou je snadný algoritmický výpočet imitance a jsou-li splněny další podmínky, pak i platnost

pravidel imitanční algebry. Nevýhod je více: Nejsou všeobecně známy uvedené „další podmínky“, takže imitanční algebra někdy vede k správným výsledkům a jindy selhává. Další nevýhodou je nepřesnost imitančního popisu, která se nejvíce projeví v jeho nekompatibilitě s popisem klasickým.

1. harmonická impulsního signálu je další integrální veličina použitelná pro výpočet imitance. Její výhodou je snadná fyzikální interpretace definované imitance jako vztah mezi budicím harmonickým napětím a první harmonickou proudem nebo mezi harmonickým budicím proudem a první harmonickou napětí. Obecně zde neplatí princip záměny budicí a vyvolané veličiny. Hlavní nevýhodou je nesnadný algoritmický výpočet.

Jako nejvhodnější integrální veličina impulsního průběhu se pro naše účely jeví **ekvivalentní signál** [2].

Jak budicí (s_b), tak i vyvolaný (s_v) impulsní signál dvoufázového spínaného dvoj pólu jsou složeny ze dvou signálů spínacích fází **1** a **2** na principu časového multiplexu. Předpokládejme, že budicí signály s_{b1} a s_{b2} ve fázích **1** a 2 vznikly multiplexováním budicích signálů s_{b1}^e a s_{b2}^e , které mají ohraničené spektrum a splňují podmínku vzorkovacího teorému. Pak signály s_{b1}^e a s_{b2}^e nazveme **ekvivalentními signály** k signálu s_b ve fázích **1** a 2 .

Pro každý z vyvolaných impulsních signálů jsou charakteristické okamžiky přechodů do následující spínací fáze, které se opakují v rytmu vzorkování. Ekvivalentní signál se k takovému signálu přiřadí podle následujících pravidel:

- 1. Shoduje se s nahrazovaným impulsním signálem v charakteristických okamžicích.**
- 2. Jeho spektrální čáry se nacházejí ve stejném frekvenčním pásmu jako spektrum signálu s_{b1}^e , resp. s_{b2}^e . Vztahuje se tedy i na něj podmínka vzorkovacího teorému.**

Vlastnosti této integrální charakteristiky jsou obdobné jako u 1. harmonické s tím rozdílem, že výpočet imitance lze snadno algoritmizovat a její frekvenční analýzu uskutečňovat prostřednictvím analýzy semisymbolické v rovinách s a z . Nevýhodné však je, objeví-li se v nahrazovaném impulsním průběhu Diracův impuls. Jeho přítomnost se pak v ekvivalentním signálu neprojeví, což může vést k fyzikálně nesprávné definici imitance. Proto se snažíme vyhnout vzniku těchto impulsů ve vyvolaných signálech vhodnou volbou budicí a vyvolavé veličiny, nejčastěji tak, že budicí veličinou je proud a vyvolanou pak napětí.

DEFINICE IMITANCE POMOCÍ EKVIVALENTNÍCH SIGNÁLŮ

Uvažujme dvoufázový spínaný dvoj pól s dobou trvání fáze **1** (resp. **2**) T_1 (resp. T_2) a s vzorkovací periodou $T = T_1 + T_2$. Pro impulsní signály ve fázi **1**, resp. **2** vypočteme tzv. **činitele plnění** $a_1 = T_1/T$, resp. $a_2 = T_2/T$. Uvažujme, že spínaný obvod je buzen multiplexně proudy i_1 a i_2 . V řadě případů není možné spínaný obvod budit v obou fázích, například tehdy, je-li vstupní brána v jedné fázi rozpojena spínačem. Pak je proud v příslušné fázi nulový. Často však dochází k buzení v obou fázích, a to buď jediným zdrojem signálu ($i_1 = i_2$, typické pro vstupní bránu celého spínaného systému), nebo dvěma různými průběhy ($i_1 \neq i_2$, časté pro dvoj póly uvnitř systému).

Dále předpokládejme, že budicí proudy splňují podmínku vzorkovacího teorému, neboli $i_1 = i_1^e$ a $i_2 = i_2^e$. Musíme se smířit s tím, že v případě obecného dvoj pólu uvnitř složeného systému nemusí proudové impulsy tuto podmínku splňovat přesně a tudíž se pak nelze spolehnout na korektní fungování pravidel imitanční algebry.

Budicí proud vyvolá na vstupní bráně multiplexní napětíové průběhy u_1 a u_2 , které pro účely definice imitance nahradíme ekvivalentními signály u_1^e a u_2^e . Pak je možno definovat a algoritmicky stanovit čtyři tzv. **ekvivalentní imitance** dvoufázového spínaného dvoj pólu:

$$\begin{aligned} U_1^e(\omega) &= Z_{11}^e I_1^e(\omega) + Z_{12}^e I_2^e(\omega) \\ U_2^e(\omega) &= Z_{21}^e I_1^e(\omega) + Z_{22}^e I_2^e(\omega) \end{aligned} \quad \text{resp.} \quad \begin{aligned} I_1^e(\omega) &= Y_{11}^e U_1^e(\omega) + Y_{12}^e U_2^e(\omega) \\ I_2^e(\omega) &= Y_{21}^e U_1^e(\omega) + Y_{22}^e U_2^e(\omega) \end{aligned}$$

kde symboly typu U a I značí Fourierovy obrazy ekvivalentních napětí a proudů.

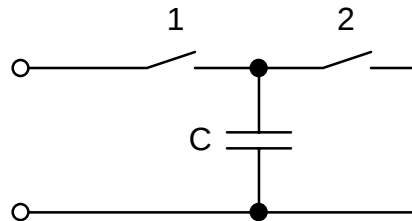
Ekvivalentní impedance a admitance lze vzájemně přepočítávat pomocí stejných pravidel jako při přepočtu impedančních a admitančních parametrů dvojbranů.

Skutečné imitanční poměry v spínaném dvojpólu se určí z čtveřice ekvivalentních imitancí postupem, který bere v úvahu charakter budících proudů, což souvisí s hodnotami činitelů plnění a_1 a a_2 . Postup ukážeme na jednoduchém příkladu.

ILUSTRAČNÍ PŘÍKLAD

Uvažujme spínaný obvod na obr.1 s odpory obou spínačů v sepnutém stavu R a s nulovými vodivostmi v opačném stavu. Metodou ekvivalentních signálů za předpokladu buzení proudem získáme vztahy

$$Z_{11}^e = R + \frac{1}{j\omega C} \frac{1 - e^{-j\omega T_1}}{1 - e^{-j\omega T} e^{-T_2/(RC)}}, Z_{12}^e = Z_{21}^e = Z_{22}^e = 0.$$



Obr.1. Příklad řešeného obvodu. Jsou uvažovány nenulové odpory spínačů v sepnutém stavu.

Vezmeme-li v úvahu, že ve skutečnosti je obvod buzen proudem jen ve fázích **1**, ačkoliv ekvivalentní impedance Z_{11}^e je přiřazena ekvivalentnímu proudu I_1^e , který je definován kontinuálně pro obě spínací fáze, bude skutečná impedance větší v poměru $1:a_1$:

$$Z = \frac{1}{a_1} Z_{11}^e = \frac{T}{T_1} Z_{11}^e.$$

Pro $R \rightarrow 0$ získáme impedanci ideálního obvodu se spínaným kapacitorem

$$Z = \frac{T}{T_1} \frac{1 - e^{-j\omega T_1}}{j\omega C} = \frac{T}{C} \frac{\sin(\omega T_1/2)}{\omega T_1/2} e^{-j\omega T_1/2}$$

a pro $\omega \rightarrow 0$ známý přibližný vztah $Z = T/C$.

ZÁVĚR

V článku jsou stručně objasněny problémy spojené s definováním imitance reálného spínaného obvodu a je navržen možný způsob jejich kompromisního řešení pomocí ekvivalentních signálů. Matematický popis metody a jejích algoritmů však přesahuje rámec tohoto příspěvku.

Tato práce vznikla v rámci řešení projektu GA ČR, grant č. 102/94/1080.

LITERATURA

- [1] DOSTÁL,T.-POSPÍŠIL,J.: Switched Circuits I. Research Report No. FE-58, Dept. of Radioelectronics TU Brno, 1985.
- [2] BIOLEK,D.: Modeling of periodically switched networks by mixed s - z description. AMSE'94, Lyon, Vol.1, pp. 199-210, 1994, France.