

VÝUKA OBECNÝCH METOD ANALÝZY LINEÁRNÍCH OBVODŮ

Dalibor Biolek, Katedra elektrotechniky a elektroniky, VA Brno

ÚVOD

Obecné metody analýzy elektronických obvodů prodělaly dlouhé období svého vývoje. Katalyzátorem tohoto procesu byla a je počítačová simulace rozsáhlých elektronických systémů, která s sebou přinesla vznik nových a netradičních přístupů směřujících k urychlení analýzy při současném snižování nároků na kapacitu paměti. Proto je dnes problematika analýzy obvodů značně rozsáhlá a naskytá se otázka, jak přistupovat k její výuce. V úvahu připadá více možností, jejichž volba závisí mimo jiné na vytyčených cílech výuky. K obvyklým cílům výuky metod analýzy patří zejména:

1. Výchova k inženýrskému způsobu myšlení při řešení elektrických obvodů s důrazem na tvůrčí přístup řešitele.
2. Osvojení účinného nástroje - algoritmu k "ručnímu" řešení elektrických poměrů v jednodušších obvodech.
3. Výklad principu moderních metod analýzy obvodů, využívaných k počítačové simulaci.

K naplňování různých cílů je zřejmě optimální použití různých metod, případně jejich kombinací. Všechny známé metody analýzy lze rozdělit na **nealgoritmické** (vhodné pro naplňování cíle 1) a **algoritmické** (vhodné pro cíle 2 a 3).

V první fázi studia elektrotechniky je žádoucí vést studenta k tomu, aby přistupoval k analyzační úloze tvořivě za pomoci znalosti Ohmova zákona, Kirchhoffových zákonů a základních principů teoretické elektrotechniky. Cíl č.1 je tedy třeba naplňovat pomocí nealgoritmických metod již v úvodním kursu Teoretické elektrotechniky, resp. Základů elektrotechniky. Současně je však třeba připravovat půdu i pro výuku algoritmických metod. Studentům, kteří nejsou vybaveni potřebnou dávkou tvůrčího myšlení, tyto metody více vyhovují. Při úspěšném pochopení podstaty algoritmu pak jeho aplikace vždy vede k cíli. Zde se však objevuje otázka "nebezpečnosti" algoritmu ve smyslu odtržení procesu řešení od fyzikální podstaty problému.

Jednou z cest, jak tento nedostatek eliminovat, je vnášení prvků tvořivosti do algoritmické metody. Znamená to, že v průběhu analýzy je třeba provést rozhodnutí o dalším postupu, které je získáno z fyzikální úvahy. Úvaha může být podmíněna například faktem, že si řešitel uvědomuje fyzikální význam sestavovaných obvodových rovnic. Typickým příkladem je sestavování níže uvedených napěťových vazebních rovnic u jedné z variant modifikované metody uzlových napětí.

Jestliže je však student seznámen jak s nealgoritmickými, tak i algoritmickými metodami, stává se otázka "nebezpečnosti" algoritmu méně významnou. Pak namísto vyhraněných úvah, zda vyučovat metody jedné nebo druhé skupiny se objevuje výhodnější alternativa jejich kombinování a vzájemného doplňování. Každá z metod pak v dané symbióze plní svou funkci: nealgoritmická nutí k fyzikálnímu myšlení, algoritmická pak poskytuje účinný nástroj k praktickému řešení.

V následujícím textu se omezíme pouze na některé algoritmické maticové metody analýzy lineárních obvodů, které si zasluhují naši pozornost, konkrétně na dvě varianty modifikované metody uzlových napětí (*MMUN*).

VOLBA ALGORITMICKÉ METODY

V základních elektrotechnických předmětech se běžně vyučují tři algoritmické metody: metoda Kirchhoffových a prvkových rovnic, metoda smyčkových proudů a metoda uzlových napětí. V Teorii obvodů se dále studenti seznámí s metodou stavových rovnic, která však zaujímá mezi ostatními metodami zvláštní postavení: Existuje sice řada publikovaných algoritmů pro sestavení stavových rovnic, avšak pro jejich komplikovanost a dnes i neaktuálnost většinou nejsou přednášeny. Studenti se seznámí s obecnou podstatou tvorby stavových rovnic, při jejich vlastním sestavování však používají tvůrčí postupy.

Do učebních osnov bývají zahrnuty i některé varianty *MMUN*, které umožňují analýzu obvodů s řízenými zdroji a které nekladou žádná omezení na typ obvodových prvků. *MMUN* je slibná metoda přítomnosti i budoucnosti. Tato metoda je naprogramována ve většině moderních analogových simulátorech. Je tedy snadno algoritmizovatelná. Při vhodné modifikaci je též velmi vhodná pro ruční výpočty. Z uvedených důvodů je zařazení této metody do výuky nanejvýš žádoucí.

Problém je v tom, že v současné době existuje více variant *MMUN*. Na kterou z nich se zaměřit? Odpověď je opět vázána na vytyčené cíle výuky.

Různé varianty *MMUN* vždy představují kompromis mezi "průhledností", t.j. jednoduchostí algoritmu sestavení soustavy obvodových rovnic, a počtem těchto rovnic, t.j. výpočetní složitostí řešení. Při výběru vhodné varianty se můžeme pohybovat v prostoru ohraničeném dvěma extrémy:

1. Maximální počet obvodových rovnic a primitivní a snadno zapamatovatelný algoritmus jejich sestavování bez nutnosti využití tvůrčího přístupu.

2. Minimální počet obvodových rovnic a náročnější algoritmus jejich sestavování využívající tvůrčí přístup řešitele.

Jestliže vyučujeme moderní metody počítačové analýzy, pak uvedené aspekty pro nás nebudou tolik významné jako v případě, snažíme-li se studentům předat účinný nástroj pro usnadnění "ručního" řešení obvodů. Pak bude určujícím faktorem celkový počet obvodových rovnic a z toho pramenící snaha směřovat k extrému č.2.

V dalším popíšeme dvě varianty *MMUN*, které nevedou na velký počet rovnic a jsou tudíž vhodné pro "ruční" výpočty. Jsou zvláště výhodné pro analýzu obvodů se zdroji napětí řízenými napětím (*ZNŘN*), ne však pro ostatní typy řízených zdrojů. To nepředstavuje omezení, pokud analyzujeme obvody s operačními nebo oddělovacími zesilovači. V případě řízených zdrojů jiného typu je výhodnější použít variantu *MMUN* rozšiřující počet rovnic o počet řízených zdrojů, která je všeobecně známa a kterou se proto nebudeme zabývat.

VARIANTY MMUN S MALÝM POČTEM ROVNIC

Z hlediska výpočetního je nejvýhodnější metoda, vedoucí na minimální počet obvodových rovnic.

Z hlediska pedagogického je nejvýhodnější metoda, která představuje vyvážený kompromis mezi počtem obvodových rovnic a složitostí algoritmu jejich sestavení.

Názory na způsob volby tohoto kompromisu se mezi pedagogy různí.

V závislosti na použité variantě *MMUN* mohou řízené zdroje typu *ZNŘN* zvyšovat, zachovávat nebo snižovat počet rovnic vzhledem k počtu rovnic standardní metody uzlových napětí, který je roven počtu nezávislých uzlů. Popíšeme metody zachovávající a snižující počet rovnic, které se osvědčily ve výukovém procesu.

Metoda zachovávající počet rovnic (metoda zakázaného řádku, metoda Prof. Mikuly) [1]

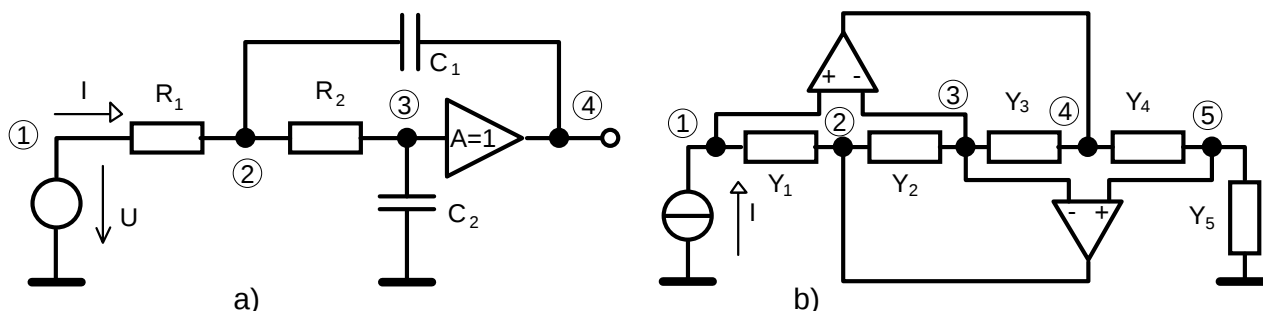
Bez ohledu na počet napěťových zdrojů sestavujeme tolik rovnic, kolik je nezávislých uzlů v obvodu. Rovnice 1. Kirchhoffova zákona budou sestaveny pouze pro ty uzly, k nimž není připojen zdroj napětí. Pro uzel, k němuž je připojen zdroj napětí, zapíšeme tzv. napěťovou vazební rovnici,

kteřá má tvar buď *uzlové napětí* = *napětí zdroje* (pro neřízený zdroj), nebo *uzlové napětí řízeného zdroje* = *lineární kombinace jiných uzlových napětí* (pro řízené zdroje).

Vlastní algoritmus tvorby soustavy rovnic pak vypadá následovně:

Nakreslíme "kostru" maticové rovnice. Speciální značkou, např. kolečkem, označíme řádky, odpovídající uzlům, k nimž jsou připojeny napěťové zdroje. Do těchto řádků vepíšeme napěťové vazební rovnice, příslušející daným zdrojům. Do ostatních řádků vepíšeme rovnice 1. Kirchhoffova zákona pro ostatní uzly. Zde si můžeme pomoci známým algoritmem vepisování symbolů prvků do hlavní diagonály obvodové matice a mimo ni. Nesmíme však již nic vepisovat do výše označených řádků (odtud název "zakázaný řádek"), abychom nemodifikovali napěťové vazební rovnice.

Jako příklad uveďme filtr *Sallen - Key* napájený ze zdroje proudu, resp. napětí (obr.1a).



Obr.1. a) Analyzovaný aktivní filtr, b) Antoniuův mutátor.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 U_1 & U_2 & U_3 & U_4 \\
 1 & G_1 & -G_1 & \\
 2 & -G_1 & G_1 + G_2 + pC_1 & -G_2 & -pC_1 \\
 3 & & -G_2 & G_2 + pC_2 & \\
 4 & & & A & -1
 \end{array} \cdot \begin{array}{c} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{array} = \begin{array}{c} I \\ \\ \\ \end{array} \\
 \uparrow AU_3 - U_4 = 0 \quad \text{symbol zakázaného řádku} \uparrow
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 U_1 & U_2 & U_3 & U_4 \\
 1 & 1 & & \\
 2 & -G_1 & G_1 + G_2 + pC_1 & -G_2 & -pC_1 \\
 3 & & -G_2 & G_2 + pC_2 & \\
 4 & & & A & -1
 \end{array} \cdot \begin{array}{c} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{array} = \begin{array}{c} I \\ \\ \\ \end{array}
 \end{array}
 \quad (1)$$

Někteří pedagogové se snaží vyhnout se "tvůrčímu prvku", který spočívá v nutnosti formulace napěťových vazebních rovnic tím, že definují matice - razítka řízených zdrojů [1] (konkrétně u uvedeného zesilovače tato matice obsahuje dva nenulové prvky A a -1 , viz rovnice 1). Tyto matice - razítka se studenti naučí nazpaměť. Dle mých zkušeností je však výhodnější dát přednost tvorbě napěťových vazebních podmínek před memorováním. Naopak je možné studentům ukázat, že zápis vazební podmínky v zakázaném řádku může být proveden různými způsoby bez vlivu na výsledek analýzy (lze zapsat $AU_3 - U_4 = 0$ stejně jako $U_3 - U_4 / A = 0$ apod.).

Pro ilustraci uveďme ještě soustavu rovnic pro výpočet vstupní impedance mutátoru na obr.1b).

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 U_1 & U_2 & U_3 & U_4 & U_5 \\
 1 & Y_1 & -Y_1 & & \\
 2 & & & -1 & 1 \\
 3 & & -Y_2 & Y_2 + Y_3 & -Y_3 \\
 4 & 1 & & -1 & \\
 5 & & & & -Y_4 & Y_4 + Y_5
 \end{array} \cdot \begin{array}{c} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{array} = \begin{array}{c} I \\ \\ \\ \\ \end{array}
 \end{array}
 \quad (2)$$

Pro úplnost dodejme, že v případě plovoucích zdrojů napětí dojde k určitému zkomplikování algoritmu. Tyto případy naštěstí nepatří k nejrozšířenějším.

Metoda snižující počet rovnic (upravená dvougrafová metoda Prof. Vlacha) [2]

a) Redukce počtu rovnic vlivem neřízeného zdroje napětí

Všimněme si, že v druhé variantě soustavy rovnic (1), která je sestavena pro budící zdroj napětí, je do vektoru neznámých veličin zahrnuto napětí U_1 , které však známe. Soustavu (1) je proto možno redukovat na tvar

$$\begin{array}{c} U_2 \quad U_3 \quad U_4 \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & G_1 + G_2 + pC_1 & -G_2 & -pC_1 \\ \hline 3 & -G_2 & G_2 + pC_2 & \\ \hline 4 & & A & -1 \\ \hline \end{array} \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline U_2 \\ \hline U_3 \\ \hline U_4 \\ \hline \end{array} = - \begin{array}{|c|} \hline U_1 \\ \hline -G_1 \\ \hline \\ \hline \end{array} U. \quad (3)$$

Algoritmus sestavení pseudoadmitanční matice a vektoru na pravé straně je zřejmý. Podstatné je to, že

1. řád pseudoadmitanční matice = počet nezávislých uzlů - počet neřízených zdrojů napětí, 2. vektor na pravé straně je předznačen záporně.

b) Redukce počtu rovnic vlivem působení řízeného zdroje napětí

V soustavě rovnic (3) jsou do vektoru neznámých zahrnuty napětí U_3 a U_4 , která jsou však vzájemně závislá vztahem $U_4 = AU_3$. V našem případě $A = 1$, což umožňuje jednoduše sloučit sloupce matice označené jako U_3 a U_4 a vypustit napěťovou vazební rovnici. Výsledek vypadá takto:

$$\begin{array}{c} U_2 \quad U_3 = U_4 \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & G_1 + G_2 + pC_1 & -G_2 - pC_1 \\ \hline 3 & -G_2 & G_2 + pC_2 \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{|c|} \hline U_2 \\ \hline U_3 = U_4 \\ \hline \end{array} = - \begin{array}{|c|} \hline U_1 \\ \hline -G_1 \\ \hline \\ \hline \end{array} U. \quad (4)$$

Obvod z obr.1a) lze tedy algoritmicke popsat pouze dvěma rovnicemi. Zásada je taková, že v soustavě figurují pouze rovnice 1. Kirchhoffova zákona a jen pro ty uzly, k nimž nejsou připojeny zdroje napětí (neřízené i řízené). Při algoritmicke vyplňování matice je třeba brát v úvahu všechny možné kombinace indexů řádků a sloupců.

Pro mutátor z obr.1b) vyjde redukovaná soustava rovnic takto:

$$\begin{array}{c} U_1 = U_3 = U_5 \quad U_2 \quad U_4 \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & Y_1 & -Y_1 & \\ \hline 3 & Y_2 + Y_3 & -Y_2 & -Y_3 \\ \hline 5 & Y_4 + Y_5 & & -Y_4 \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{|c|} \hline U_1 = U_3 = U_5 \\ \hline U_2 \\ \hline U_4 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline I \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array}. \quad (5)$$

Poznámka: V případě ideálních zesilovačů napětí se zesílením různým od jedničky je možno uvedenou redukcí počtu rovnic rovněž uskutečnit, ovšem komplikovanějším postupem [3]. Ušetříme tím sice jednu rovnici, ale za cenu složitějšího a těžko zapamatovatelného algoritmu. Pro popis těchto zesilovačů je proto výhodnější použít metodu "zakázaného řádku". V případě, že v obvodu jsou jak tyto zesilovače, tak i ideální operační zesilovače, případně zesilovače jednotkové, lze metody kombinovat.

ZÁVĚR

Volba vhodného typu vyučované metody analýzy závisí na pedagogických záměrech výuky. Pokud se jedná o metody vhodné pro ruční výpočty obvodů s ideálními zesilovači napětí, jsou doporučovány dvě metody, které jednak zachovávají, jednak snižují standardní počet obvodových rovnic. Praxe ukazuje, že studenti si většinou nejlépe osvojí metodu zachovávající počet rovnic (metodu "zakázaného řádku"), která představuje vyvážený kompromis mezi počtem obvodových rovnic a složitostí algoritmu jejich sestavení. Autor příspěvku považuje za optimální metodu

snižující počet rovnic, kombinovanou s metodou "zakázaného řádku" v případě popisu zesilovačů se zesílením různým od jedničky.

LITERATURA

- [1] MIKULA,J. a kol.: Teorie lineárních obvodů. Učebnice, VA Brno, U-1104, 1985.
- [2] VLACH,J.-SINGHAL,K.: Computer methods for circuit analysis and design. Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1983.
- [3] BIOLEK,D.: Rychlá analýza lineárních obvodů s operačními zesilovači. Radioelektronika '91, VUT FE Brno, 1991, s.4-5.