

Výuka elektrických signálů pomocí MATLABu

Ing. Viera Biolková
ÚREL FEI VUT v Brně, Purkyňova 118, 612 00 Brno, tel. 41149152,
email biolkova@urel.fee.vutbr.cz

Prof. Ing. Dalibor Biolek, CSc.
VA Brno, K301, Kounicova 65, PS 13, 612 00 Brno, tel. 41182487, email biolek@cs.vabo.cz

Abstrakt

V příspěvku jsou shrnuty některé zkušenosti autorů s využíváním programu MATLAB ve výuce základů elektrických signálů v předmětu „Systémy, procesy a signály I“ na Ústavu Radioelektroniky FEI VUT v Brně.

ÚVOD

Tvorba sbírky příkladů z předmětu „Systémy, procesy a signály I“ [1] potvrdila předchozí zkušenost, že mnohé příklady praktičtější povahy vedou na numerické řešení úlohy s následným vykreslováním grafů požadovaných závislostí. Numerické řešení má charakter rutinních, nicméně časově náročných úkonů, například výpočtů spojených s algoritmem FFT apod. Z těchto a dalších důvodů jsou numerická i laboratorní cvičení předmětu orientována na využívání programového produktu MATLAB.

Přednesený příspěvek se omezí na numerická cvičení. Základem je výše uvedená sbírka příkladů. Většina kapitol je organizována do částí „Souhrn teorie“, nutné k řešení navazujících příkladů, „Řešené příklady“, kde je detailně ukázána metodika řešení typických problémů včetně výpisů programů v MATLABu s komentářem a připojenými výstupy, a do částí „Neřešené příklady“, sloužící k samostatné práci studentů. Prakticky u všech neřešených příkladů je uveden kontrolní výsledek.

Programy v MATLABu jsou většinou velmi jednoduché a zpravidla obsahují jen několik řádků textu. V příspěvku budou prezentovány ukázky analýzy signálů souvislého i diskrétního času a jejich interakce se systémy. Velká pozornost je věnována aplikacím FFT pro spektrální, korelační, konvoluční a výkonovou analýzu signálů.

Příspěvek se nezabývá dalšími zajímavými aplikacemi MATLABu přímo v signálové laboratoři ÚREL, vybudované pod vedením Prof. Šebesty.

PŘEHLED VYBRANÝCH TÉMATICKÝCH CELKŮ S PODPOROU MATLABU

Signály se souvislým časem

Periodické signály

Globální charakteristiky periodických signálů. Harmonický signál. Fourierova řada periodického signálu. Vztah Fourierovy řady periodického signálu a DFT. Korelační funkce periodických signálů.

Aperiodické signály

Globální charakteristiky impulsů. Spektrální funkce, Fourierova transformace. Korelační funkce aperiodických signálů. Vztah Fourierovy transformace a DFT. Základní aperiodické signály - jednotkový skok a jednotkový impuls.

Vzájemný převod mezi signály souvislého a diskrétního času

Signál souvislého času - diskrétní signál. Vzorkovaný signál - signál souvislého času. Vzorkovaný signál - číslicový signál.

Diskrétní signály

Periodické diskrétní signály

Globální charakteristiky. Harmonický diskrétní signál. Fourierova řada diskrétního periodického signálu. Vztah Fourierovy řady diskrétního periodického signálu a DFT. Korelační funkce diskrétních

periodických signálů.

Aperiodické diskrétní signály

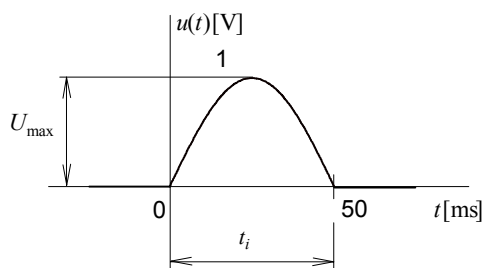
Globální charakteristiky. Spektrální funkce (DTFT). Korelační funkce aperiodických diskrétních signálů. Diskrétní Fourierova transformace (DFT). Vztah DFT a DTFT. FFT. Souvislost mezi spektrálními funkcemi impulsů souvislého a diskrétního času. Základní aperiodické signály - jednotkový skok a jednotkový impuls. Transformace z . Vztah jednostranné transformace z a DTFT. Vztah jednostranné transformace z a N - bodové DFT. Vztah jednostranné transformace z a koeficientů Fourierovy řady diskrétního periodického signálu.

ILUSTRATIVNÍ PŘÍKLADY

❑ Experimentálně ověřte Nyquistův vztah

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(kT_v) \operatorname{sinc} \left[(t - kT_v) \frac{\omega_v}{2} \right]$$

pro rekonstrukci signálu $s(t)$ z jeho vzorků. Pomocí MATLABu rekonstruuje sinusový puls na obr.1 pro vzorkovací kmitočty a) 100Hz, b) 200Hz, c) 1000Hz, d) 10 000Hz.



Obr.1. Signál určený k rekonstrukci z jeho vzorků.



Ukázka výpisu programu MATLABu:

```
Fv=100; % zadání vzorkovacího kmitočtu
T=1/Fv; % výpočet vzorkovací periody
m=50e-3*Fv; % počet vzorků na časovém intervalu 0-50ms
for k=0:m,
    x(k+1)=sin(20*pi*k*T); % výpočet vzorků signálu
end
t=-100e-3:250e-3/500:150e-3; % zadání časové osy a výpočetního kroku
y=0.*t; % nulování pole výsledků
for k=0:m,
    y=y+x(k+1).*sinc((t-k*T)*Fv); % postupná rekonstrukce signálu z funkcí sinc
end
plot(t,y) % vykreslení výsledku (viz obr.2)
```

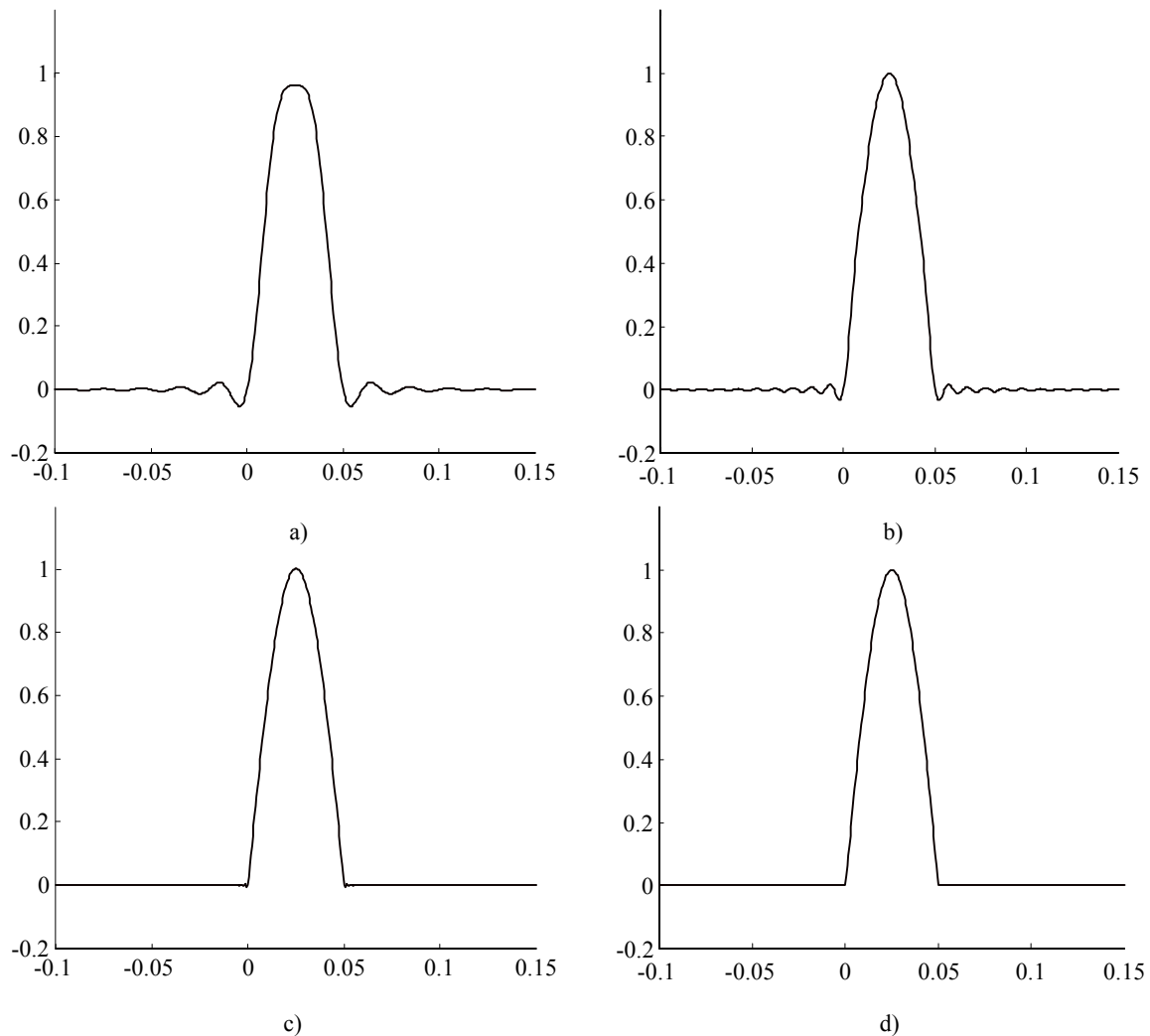
❑ Vypočítejte cyklickou konvoluci s_3 signálů s_1 a s_2

$$s_1 = [1 \ 2 \ -1 \ 0 \ 3], \quad s_2 = [-1 \ 3 \ 2 \ 1 \ 1]$$

s opakovací periodou $N = 5$ pomocí přímé a inverzní Fourierovy transformace.

☑ **Řešení:**

1. Vypočteme Fourierovy koeficienty x_1 a x_2 signálů s_1 a s_2 pomocí DFT.
2. Vynásobením koeficientů dostaneme Fourierovy koeficienty cyklické konvoluce.
3. Z Fourierových koeficientů určíme signál - konvoluci - pomocí inverzní DFT.



Obr.2. Rekonstruovaný impuls, vzorkovací kmitočty [Hz] / počet vzorků v intervalu 0+50ms:
a) 100 / 6, b) 200 / 11, c) 1000 / 51, d) 10000 / 501.

```

s1=[1 2 -1 0 3];           % definice signálu s1
s2=[-1 3 2 1 1];          % definice signálu s2
x1=fft(s1);                % Fourierovy koeficienty signálu s1
x2=fft(s2);                % Fourierovy koeficienty signálu s2
x3=x1.*x2;                 % Fourierovy koeficienty cyklické konvoluce
s3=real(ifft(x3))          % cyklická konvoluce
s3 =
    9.0000    6.0000   12.0000    5.0000   -2.0000

```

□ Známe z-obraz signálu $s(k)$

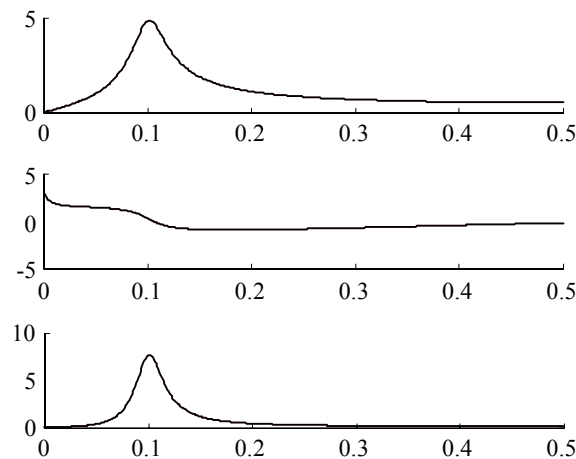
$$S(z) = \frac{0,866 - 0,895z^{-1}}{1 - 1,4562z^{-1} + 0,81z^{-2}}$$

Je třeba určit spektrální funkci signálu, jeho časový průběh a energii.

```

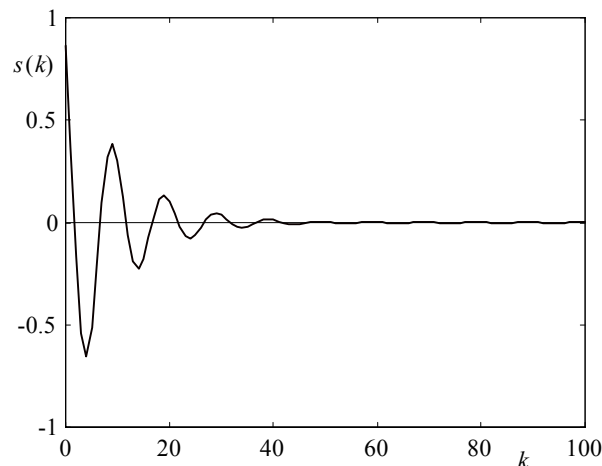
a=[1 -1.4562 0.81];b=[0.866 -0.895]; % definice vektorů jmenovatele a čitatele z- obrazu
[H,F]=freqz(b,a,500,1);              % výpočet 500 vzorků spektrální funkce H v celém
                                       % rozsahu kmitočtů F od 0 do Fs/2 = 1/2 Hz
subplot(311);plot(F,abs(H))           % vykreslení modulu spektrální funkce
subplot(312);plot(F,phase(H))         % vykreslení argumentu spektrální funkce
L=abs(H).^2/pi;                       % výpočet jednostranné spektrální hustoty energie
subplot(313);plot(f,L)                % vykreslení jednostranné spektrální hustoty energie

```



Obr.3. Výstup z MATLABu, obrázky shora dolů: modulové spektrum signálu, fázové spektrum, jednostranná spektrální hustota energie. Na vodorovnou osu je vyneseno normovaný kmitočet.

```
W=trapz(L)*pi/500           % výpočet integrálu spektrální hustoty energie
                             % lichoběžníkovým pravidlem
W =
.. 2.5049
s=real(ifft(H));           % výpočet vzorků signálu z vzorků jeho spektrální
                             % funkce
plot(s(1:100))             % vykreslení prvních 100 vzorků signálu
```



Obr.4. Výsledný signál.

```
w=sum(s.^2)                 % kontrolní výpočet energie z vzorků signálu
w =
2.5051
```

ZÁVĚR

K základní analýze signálů souvislého a diskrétního času pomocí MATLABu studenti zpravidla vystačí s velmi omezeným počtem příkazů. Při vlastních počítačových cvičeních se osvědčilo vypracovat jejich seznam se stručným popisem, který má každý student k dispozici. Účinnost takovýchto cvičení silně závisí na předzpracování daných témat na přednáškách a zejména na předchozích numerických cvičeních.

LITERATURA

- [1] BIOLKOVÁ,V.-BIOLEK,D.-PROKEŠ,A.: Systémy, procesy a signály I - sbírka příkladů. Skriptum FEI VUT Brno, 1996, 226s.