

MODIFIED M-C GRAPHS

MODIFIKOVANÉ M-C GRAFY

¹Dalibor Biolek, ²Viera Biolková

¹Vojenská Akademie Brno, K301, Kounicova 65, 612 00 Brno, dalibor.biolek@vabo.cz

²FEKT VUT Brno, UREL, Purkyňova 118, 612 00 Brno, biolkova@feec.vutbr.cz

Abstract:

Modified Mason-Coates flow graphs are introduced as an analogy of well-known matrix-based modified nodal approach. Thévenin/Norton model of two-port connected between two nodes is represented by additional subgraph. Utilizing this approach, arbitrary type of controlled or classical source can be described, as well as the components that can be modeled by means of these sources, for instance current conveyors or current-feedback amplifiers.

1. Úvod

Je dobře známo, jak obcházet nevýhodu klasické metody uzlových napětí, totiž nemožnost řešit obvody obsahující prvky, které nemají definován admitanční popis. Jednou z četných modifikací je rozšiřování původní soustavy admitančních rovnic o přídatné rovnice, které modelují vliv těchto prvků na napěťové a proudové poměry v obvodu. Tyto modifikace metody uzlových napětí mají zásadní význam při řešení linearizovaných analogových obvodů s moderními, avšak dnes již běžnými součástkami, jako jsou proudové konvejory nebo proudové operační zesilovače. V behaviorálních modelech těchto součástek se totiž objevují řízené zdroje, které nelze popsat admitančními rovnicemi.

Pro kontrolní analýzu, jakož i syntézu méně rozsáhlých obvodů je často výhodné použít metodu grafů signálových toků, například Masonovy-Coatesovy (M-C) grafy s neorientovanými vlastními smyčkami [1], [2]. Sestavení těchto grafů je velmi jednoduché přímo na základě schématu zapojení, jestliže se jedná o pasivní obvody typu RLC. Jakmile se však ve schématu objeví prvek bez admitančního popisu, situace se začíná komplikovat. Graf je pak většinou možno dotvořit pod podmínkou jednoho mezikroku – vypsání soustavy obvodových rovnic [3].

Ukazuje se tedy jako účelné vytvořit grafovou analogii modifikované metody uzlových napětí. Modifikované M-C grafy by měly mít následující vlastnosti [4]:

1. Musí existovat jednoduchá pravidla, na jejichž základě sestavíme graf přímo ze schématu obvodu bez nutnosti psaní pomocných rovnic, bez omezení na typy linearizovaných modelů.
2. Struktura grafu musí být dostatečně úsporná, jinak analýza i relativně jednoduchého obvodu povede na příliš složitý a tudíž obtížně vyhodnotitelný graf.
3. Musí existovat jednoduchá pravidla pro vyhodnocení grafu, tj. pro extrakci výsledku přímo z grafu bez jakýchkoliv mezivýpočtů.
4. Graf musí umožňovat vyhodnocení napěťových a proudových přenosů i imitancí.

V článku je ukázán způsob, jak přídatným subgrafem popsat dvojpól, včleněný dodatečně mezi dvojici uzlů obvodu. Je použito obecných forem popisu dvojpólu, a to Théveninův a Nortonův model. Tyto subgrafy pak tvoří jádro grafového popisu všech obvodových součástek, které lze modelovat pomocí klasických i řízených zdrojů.

2. MC grafy s neorientovanými vlastními smyčkami a jejich modifikace

Základní koncepce těchto grafů je známa již řadu let a nebude zde detailně popisována. Podrobnosti lze nalézt např. v [4], [5].

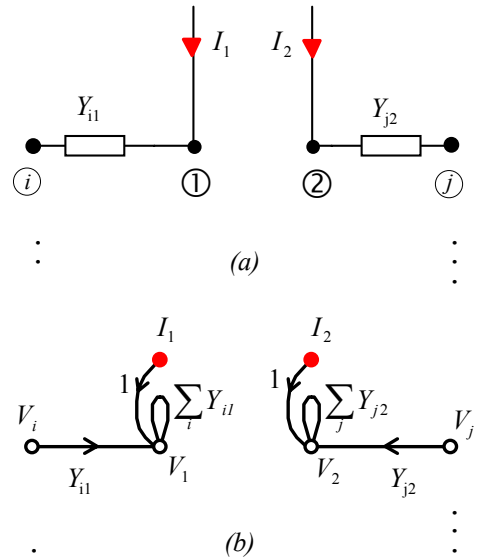
Uvažujme jednoduchý obvod na obr. 1a. K uzlům 1 a 2 je připojena řada admitancí, indexovaných symboly i a j . Proudové poměry v uzlech 1 a 2 jsou popsány následujícími rovnicemi:

$$\text{Uzel 1: } I_1 = \sum_i Y_{i1}(V_1 - V_i) \Rightarrow \sum_i Y_{i1}V_1 = I_1 + \sum_i Y_{i1}V_i \quad (1)$$

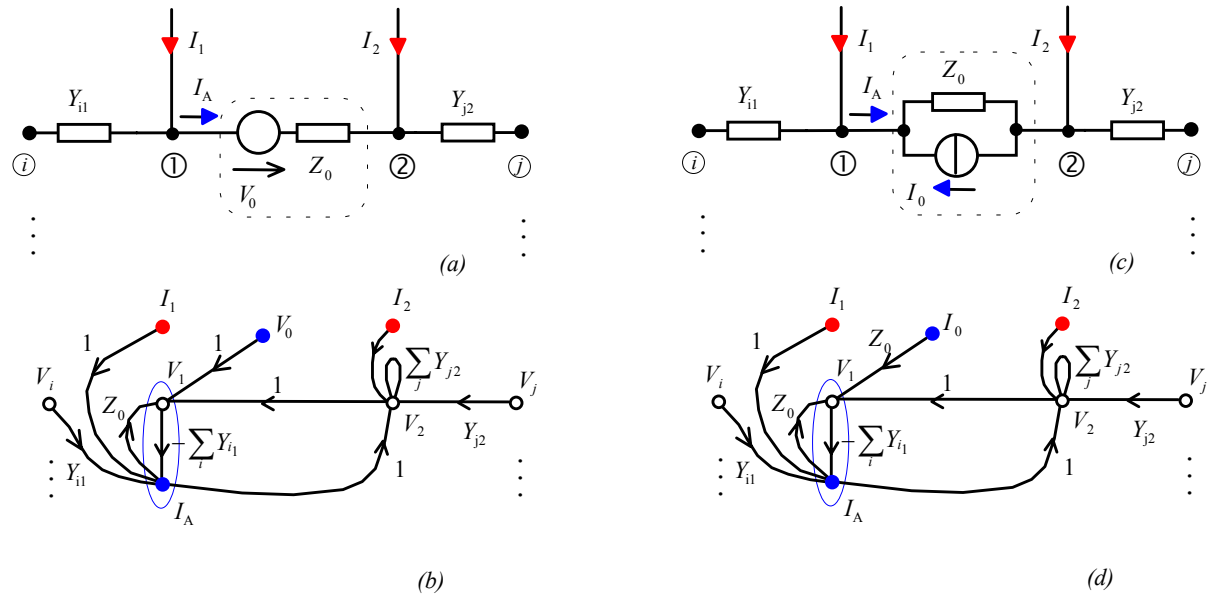
$$\text{Uzel 2: } I_2 = \sum_j Y_{j2}(V_2 - V_j) \Rightarrow \sum_j Y_{j2}V_2 = I_2 + \sum_j Y_{j2}V_j \quad (2)$$

Příslušný M-C graf je na obr. 1b.

Obr. 2 zachycuje situaci po vložení obecného dvojpólu mezi uzly 1 a 2, který je popsán Théveninovým, resp. Nortonovým modelem. V obou případech je zavedena další proměnná, proud I_A tekoucí dvojpólem. Původní rovnice (1) a (2) budou modifikovány takto:



Obr. 1 Příklad pasivního obvodu a jeho M-C grafu.



Obr. 2 Modifikace M-C grafu při uvažování přidavného dvojpólu reprezentovaného Théveninovým (a, b) a Nortonovým (c, d) modelem.

$$\text{Uzel 1 (pro oba modely):} \quad I_A = I_1 - \sum_i Y_{i1}(V_1 - V_i) \quad (3)$$

$$\text{Uzel 2 (pro oba modely):} \quad \sum_j Y_{j2}V_2 = I_2 + \sum_j Y_{j2}V_j \quad (4)$$

$$\text{Přídavná rovnice (Théveninův model):} \quad V_1 = V_2 + Z_0 I_A + V_0 \quad (5)$$

$$\text{Přídavná rovnice (Nortonův model):} \quad V_1 = V_2 + Z_0 (I_A + I_0) \quad (6)$$

Důsledky jsou zřejmé z modifikovaných M-C grafů na obr. 2 b a 2d. Napěťový uzel V_1 je rozšířen o proudový uzel I_A . Spolu vytvářejí tzv. hybridní uzel [5], což je vyznačeno graficky

oválem. Ze srovnání obrázků 1b, 2b a 2d vyplývají následující pravidla pro hybridní uzel a související modifikaci grafu:

- Vlastní smyčky vnitřního napětového a proudového uzlu jsou jednotkové a není je tedy třeba zakreslovat.
- Dovnitř napětového uzlu vedou tyto tři cesty: 1. cesta o přenosu 1 z druhého napětového uzlu, který odpovídá uzlu připojení dvojpólu, 2. cesta z uzlu, reprezentujícího vnitřní zdroj Théveninova, resp. Nortonova modelu, o přenosu 1, resp. Z_0 . 3. cesta o přenosu Z_0 z vnitřního proudového uzlu.
- Z vnitřního napětového do vnitřního proudového uzlu vede cesta, jejíž přenos je roven záporně vzatému součtu všech admitancí, připojených k obvodovému uzlu 1.
- Do vnitřního proudového uzlu směřují zvenčí stejné cesty jako cesty, které by u klasického M-C grafu směřovaly do napětového uzlu.
- Z vnitřního proudového uzlu směřuje ven cesta s přenosem 1 do napětového uzlu V_2 , který odpovídá obvodovému uzlu, k němuž je připojen dvojpól. Proud I_A totiž vystupuje vzhledem k uzlu V_2 ve stejné úloze jako proud I_2 , totiž teče do obvodového uzlu 2.

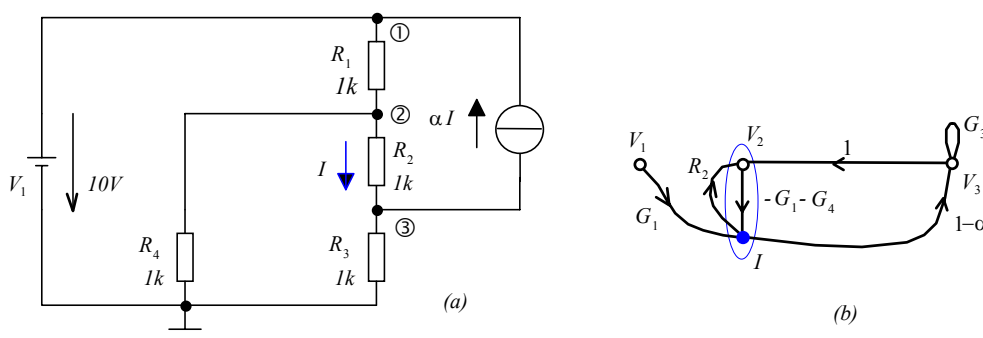
Speciálním případem těchto modelů je ideální zkrat mezi uzly 1 a 2, kdy $V_0 = 0$, $I_0 = 0$, $Z_0 = 0$. Příslušný dvojpól pak může modelovat například vstupní bránu proudem řízeného zdroje.

Uvedený rozbor je omezen na případ reciprocitních dvojpólů. Často je však třeba řešit případy, kdy například v důsledku působení oddělovacích zesilovačů je proud I_A průchodem dvojpólu modifikován, takže jeho příspěvek do uzlu 2 neodpovídá příspěvku do uzlu 1. Některé podrobnosti jsou uvedeny v [5].

3. Ukázka použití

Obvod na obr. 3a) obsahuje zdroj proudu řízený proudem. Úkolem je nalézt napětí na rezistoru R_2 pro velikost řídicí konstanty $\alpha = 1,5$.

Úlohu vyřešíme tak, že nejprve sestavíme modifikovaný M-C graf, kde napětový uzel V_2 rozšíříme o proudový uzel I . Výsledek je na obr. 3b). Z grafu pak vypočteme proud I . Protože $R_2 = 1\text{k}\Omega$, bude velikost proudu v mA přímo odpovídat hledanému napětí.



Obr. 3 a) příklad analyzovaného obvodu, b) jeho modifikovaný M-C graf.

Vyhodnocením grafu podle známého Masonova pravidla dostáváme pro proud I :

$$I = \frac{G_1 G_3}{G_3 + (G_1 + G_4) R_2 G_3 + (G_1 + G_4)(1 - \alpha)} V_1$$

Po dosazení číselných hodnot vyjde proud 5mA. Dodatečnou analýzou obvodu je možné zjistit, že při dané hodnotě $\alpha = 1,5$ není z baterie odebírán proud.

4. Závěr

Popsaná modifikace MC grafů zavedením tzv. hybridních uzlů umožňuje jednoduchým způsobem sestavit graf obvodu s libovolnými aktivními prvky, které lze modelovat klasickými nebo řízenými zdroji. To lze s výhodou využít k analýze obvodů s transformačními prvky, jako jsou například proudové konvejory CCII, u nichž je sestavení klasických MC grafů obtížné.

Literatura

- [1] COATES, C.L.: Flow-graph Solution of Linear Algebraic Equations. IRE Trans. Circuit Theory, CT-6, pp. 170-187, 1959.
- [2] MIKULA, J.: Signal-Flow-Graph-gain with Respect to the General Node of a Graph. Electronics Letters, August 1969, No. 16, pp. 382-383.
- [3] ČAJKA, J.-KVASIL, J.: Teorie lineárních obvodů. SNTL/ALFA, Praha 1979.
- [4] BIOLEK, D.-BIOLKOVÁ, V.: Signal Flow Graphs Suitable for Teaching Circuit Analysis. Int. Conference Radioelektronika 2001, Brno, Czech Republic, pp. 310-313.
- [5] BIOLEK, D.-BIOLKOVÁ, V.: Flow Graphs for Analysis (not only) Current-Mode Analogue Blocks. CSCC2002, Crete, Greece, 2002. V tisku.

Tato publikace vznikla během řešení projektů Grantové agentury ČR č. 102/01/0432 & 102/00/0907 a výzkumných záměrů VUT Brno MSM 262200022 & MSM 262200011.