

2. ALGORITMUS VÝPOČTU POČÁTEČNÍCH PODMÍNEK V LINEÁRNÍCH SPÍNANÝCH OBVODECH

V této kapitole je popsán jednoduchý algoritmus přepočtu počátečních podmínek v spínaném obvodu těsně před a po změně spínací fáze. Algoritmus se vyhýbá jak limitním přechodům [15], tak i výpočtově náročné numerické inverzní Laplaceově transformaci [16].

2.1. Úvod

Při modelování spínaných obvodů (filtry se spínanými kapacitami SC , spínané filtry v proudovém módu, konvertory DC - DC , spínané modulátory apod.) často dochází k nespojitým změnám obvodových veličin v okamžicích změny stavu spínačů. Hovoříme o tzv. nekonzistentních počátečních podmínkách [16]. V [16] je popsán počítačový algoritmus hledání transformačních matic, které přepočítávají počáteční podmínky těsně před a po změně stavu spínačů. Algoritmus je založen na tzv. dvoukrokové inverzní Laplaceově transformaci. V důsledku hledání optimálního kroku, který zabezpečuje minimalizaci výpočetní chyby způsobené případným Diracovým impulsem v počítané odezvě, je výpočet časově náročný. Další nevýhodou může být nutnost použití komplexní aritmetiky.

V této části popíšeme jednoduchý způsob hledání transformačních matic, který spočívá v řešení soustavy lineárních algebraických rovnic. V dalším textu budeme označovat symboly 0^+ , resp. 0^- okamžiky bezprostředně před, resp. po změně stavu spínačů.

Algoritmus objasníme na příkladech ideálního SC obvodu a obecného obvodu obsahujícího jak reaktanční, tak i rezistivní prvky. Zobecněním získaných výsledků dospějeme k formulaci obecných algoritmů pro přepočet nekonzistentních počátečních podmínek jak v idealizovaných, tak i v reálných spínaných obvodech.

Časové okamžiky bezprostředně po/před změnou stavu spínačů jsou označeny jako $0^+/0^-$.

2.2. Algoritmus pro idealizované obvody SC

Uvažujme jednoduchý obvod SC na obr. 2.1a). Ve fázi 1, resp. 2 je obvod popsán soustavou nezávislých uzlových napětí $\mathbf{v}^1: [v_1^1 = v_3^1, v_4^1]$, resp. $\mathbf{v}^2: [v_1^2 = v_2^2, v_3^2 = v_4^2]$. Je třeba určit vektor $\mathbf{v}^2(0^+)$ těsně po přechodu obvodu z fáze 1 do fáze 2, známe-li vektor $\mathbf{v}^1(0^-)$ těsně před změnou stavu spínačů.

Na obr. 2.1b) je uvedeno operátorové schéma obvodu ve fázi 2 s uvažováním počátečních nábojů na kapacitách Q_1 , Q_2 , Q_3 a Q_4 . Pro obvod lze sestavit zkrácenou soustavu rovnic modifikované metody uzlových napětí ($MMUN$) [17]

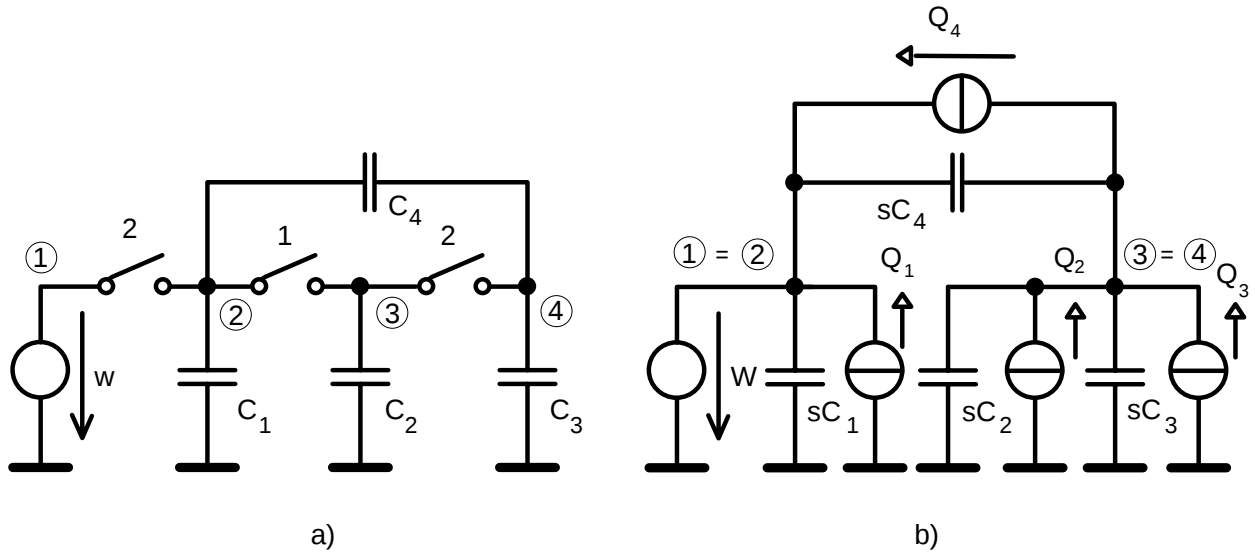
$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \mathbf{W}^2 = \begin{array}{|cc|} \hline 1 & 0 \\ \hline -sC_4 & s(C_2 + C_3 + C_4) \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline V_1^2 \\ \hline V_3^2 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline Q_2 + Q_3 - Q_4 \\ \hline \end{array}. \quad (2.1)$$

$$\mathbf{D}^2 \quad \mathbf{Y}_M^{22} = \mathbf{G}_M^{22} + s\mathbf{C}_M^{22} \quad \mathbf{V}^2 \quad \mathbf{Q}_M^2$$

Původní admitanční matice $\mathbf{Y}^{22}$ je zde modifikována na matici $\mathbf{Y}_M^{22}$ vlivem působení napěťového zdroje v uzlu 1.

Ze zákona zachování elektrického náboje pak plynou rovnice

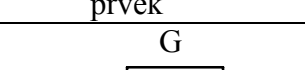
$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 v_1^2(0^+) = C_1 v_2^1(0^-) \\ Q_2 &= C_2 v_3^2(0^+) = C_2 v_2^1(0^-) \\ Q_3 &= C_3 v_3^2(0^+) = C_3 v_4^1(0^-) \\ Q_4 &= C_4 [v_1^2(0^+) - v_3^2(0^+)] = C_4 [v_2^1(0^-) - v_4^1(0^-)] \end{aligned} \quad (2.2)$$



Obr. 2.1. a) příklad idealizovaného dvoufázového SC obvodu, b) operátorové schéma pro fázi 2. Vektor $\mathbf{Q}_M^2$ v (2.1) pak lze zapsat dvěma různými způsoby:

$$\begin{array}{c|c} 0 \\ \hline Q_2 + Q_3 - Q_4 \\ \hline \mathbf{Q}_M^2 \end{array} = \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline -C_4 & C_2 + C_3 + C_4 \\ \hline \mathbf{C}_M^{22} \end{array} \begin{array}{c} v_1^2(0^+) \\ v_3^2(0^+) \\ \hline \mathbf{v}^2(0^+) \end{array} = \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline C_2 - C_4 & C_3 + C_4 \\ \hline \mathbf{C}_M^{12} \end{array} \begin{array}{c} v_2^1(0^-) \\ v_4^1(0^-) \\ \hline \mathbf{v}^1(0^-) \end{array} \quad (2.3)$$

Matice $\mathbf{C}_M^{22}$ a $\mathbf{C}_M^{12}$ vznikly jednoduchou modifikací původních matic $\mathbf{C}^{22}$ a $\mathbf{C}^{12}$ - vynulováním řádku, který odpovídá budicímu zdroji napětí. Algoritmus tvorby těchto matic je popsán v [14]. Pro případ obvodů sestavených z prvků typu R a C je naznačen v Tab. 2.1.

fáze	prvek	$\mathbf{Y}^{22} = \mathbf{G}^{22} + s\mathbf{C}^{22}$	$\mathbf{C}^{12}$								
2:		<table><tr><td>$\mathbf{G} + s\mathbf{C}$</td><td>$-\mathbf{G} - s\mathbf{C}$</td></tr><tr><td>$-\mathbf{G} - s\mathbf{C}$</td><td>$\mathbf{G} + s\mathbf{C}$</td></tr></table> a* b*	$\mathbf{G} + s\mathbf{C}$	$-\mathbf{G} - s\mathbf{C}$	$-\mathbf{G} - s\mathbf{C}$	$\mathbf{G} + s\mathbf{C}$	<table><tr><td>$\mathbf{C}$</td><td>$-\mathbf{C}$</td></tr><tr><td>$-\mathbf{C}$</td><td>$\mathbf{C}$</td></tr></table> c* d* e** f**	$\mathbf{C}$	$-\mathbf{C}$	$-\mathbf{C}$	$\mathbf{C}$
$\mathbf{G} + s\mathbf{C}$	$-\mathbf{G} - s\mathbf{C}$										
$-\mathbf{G} - s\mathbf{C}$	$\mathbf{G} + s\mathbf{C}$										
$\mathbf{C}$	$-\mathbf{C}$										
$-\mathbf{C}$	$\mathbf{C}$										
1:											

Tab. 2.1. Princip sestavování obvodových matic pro prvky RC . Symboly * a ** označují *napěťové* a *proudové koeficienty uzlů* podle dvougrafové MUN [17].

Vlivem zmíněné modifikace se však maticová rovnice (2.3) skládá z dvou skalárních rovnic, z nichž první je triviální: $0 = 0$. Namísto ní lze zapsat rovnost $v_1^2(0^+) = w^2(0^+)$:

$$\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline -C_4 & C_2 + C_3 + C_4 \\ \hline \mathbf{M}^{22} \end{array} \begin{array}{c} v_1^2(0^+) \\ v_3^2(0^+) \\ \hline \mathbf{v}^2(0^+) \end{array} = \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline C_2 - C_4 & C_3 + C_4 \\ \hline \mathbf{C}_M^{12} \end{array} \begin{array}{c} v_2^1(0^-) \\ v_4^1(0^-) \\ \hline \mathbf{v}^1(0^-) \end{array} + \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} w^2(0^+) \quad (2.4)$$

Matice $\mathbf{M}^{22}$ je regulární, což je důsledkem toho, že $\mathbf{v}^2$ je vektor nezávislých uzlových napětí. Řešením (2.4) lze dospět k hledanému transformačnímu vztahu

$$\mathbf{v}^2(0^+) = \mathbf{M}^{12} \mathbf{v}^1(0^-) + \mathbf{P}^2 w^2(0^+). \quad (2.5)$$

Vztah (2.5) hovoří o tom, že stav obvodu na začátku druhé fáze je dán stavem na konci fáze 1 a okamžitou hodnotou budicího signálu na začátku fáze 2. Matice $\mathbf{M}^{12}$ a vektor $\mathbf{P}^2$ lze formálně určit takto:

$$\mathbf{M}^{12} = (\mathbf{M}^{22})^{-1} \mathbf{C}_M^{12}, \mathbf{P}^2 = (\mathbf{M}^{22})^{-1} \mathbf{D}^2. \quad (2.6)$$

Pro náš konkrétní příklad vychází

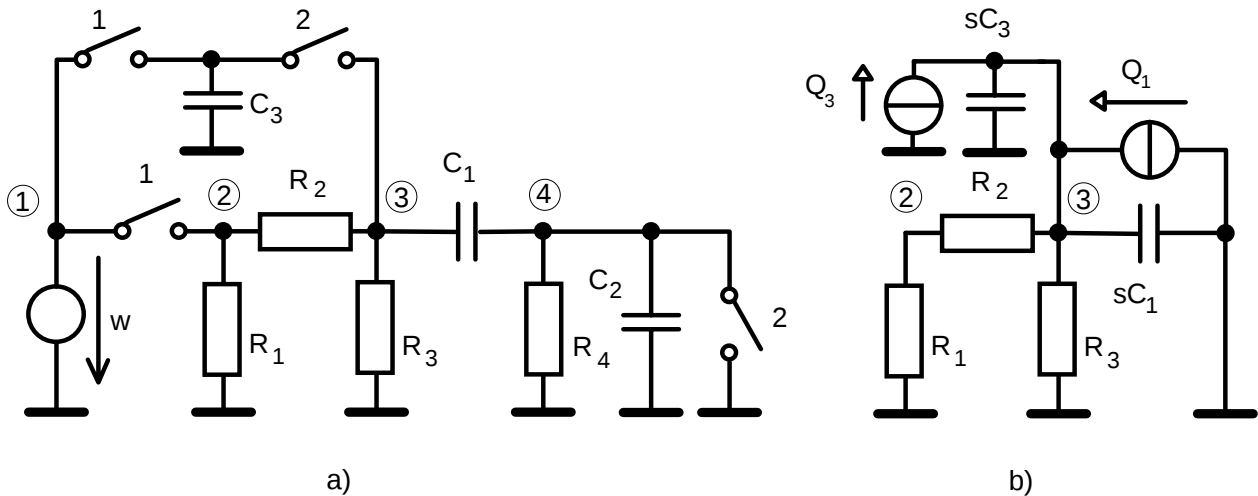
$$\mathbf{M}^{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{C_2 - C_4}{C_2 + C_3 + C_4} & \frac{C_3 + C_4}{C_2 + C_3 + C_4} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Zobecníme-li poznatky z uvedeného příkladu, můžeme formulovat **algoritmus tvorby transformačních matic pro ideální obvody SC**:

1. Ze schématu spínaného obvodu sestavíme matice $\mathbf{C}^{22}$ a $\mathbf{C}^{12}$ podle Tab. 2.1 nebo [14].
2. Pokud je ve fázi 2 aktivní napěťový, resp. proudový zdroj budicího signálu (t.j. je-li nenulový napěťový a^* , resp. proudový a^{**} koeficient budicího uzlu), zapíšeme na příslušný řádek a^{**} vektoru $\mathbf{D}^2$ jedničku. V případě budicího zdroje napětí vynulujeme příslušný řádek a^{**} matic $\mathbf{C}^{22}$ a $\mathbf{C}^{12}$ a na pozici: řádek a^{**} , sloupec a^* matice $\mathbf{C}^{22}$ zapíšeme jedničku. Tím dokončíme vytváření matic $\mathbf{C}_M^{12}$ a $\mathbf{M}^{22}$.
Jestliže ve fázi 2 nejsou vstupní zdroje aktivní, pak $\mathbf{C}_M^{12} = \mathbf{C}^{12}$ a $\mathbf{M}^{22} = \mathbf{C}^{22}$.
3. Vypočteme transformační matici $\mathbf{M}^{12}$ a vektor $\mathbf{P}^2$ podle (2.6).

2.3. Algoritmus pro obecné spínané obvody

Uvažujme spínaný obvod na obr. 2.2a). Ve fázi 1 je obvod popsán souborem tří nezávislých napětí $\mathbf{v}^1: [v_1^1 = v_2^1, v_3^1, v_4^1]$. V důsledku odpojení budicího zdroje ve fázi 2 je pak soubor v této fázi redukován na dvě nezávislá napětí $\mathbf{v}^2: [v_2^2, v_3^2]$.



Obr. 2.2. a) příklad obvodu s externím spínáním, b) jeho operátorové schéma pro fázi 2.

Z operátorového schématu pro fázi 2 na obr. 2.2b) plyne rovnice

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{W}^2 = \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + s(C_1 + C_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^2 \\ V_3^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ Q_1 + Q_3 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$\mathbf{D}^2 \quad \mathbf{Y}^{22} = \mathbf{G}^{22} + s\mathbf{C}^{22} \quad \mathbf{V}^2 \quad \mathbf{Q}^2$

Ze zákona zachování elektrického náboje vyplývají rovnice

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 v_3^2(0^+) = C_1 [v_3^1(0^-) - v_4^1(0^-)] \\ Q_3 &= C_3 v_3^2(0^+) = C_3 v_1^1(0^-), \end{aligned}$$

neboli

$$\begin{array}{c|c} 0 & \\ \hline Q_1 + Q_3 & \end{array} = \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & C_1 + C_3 \end{array} \begin{array}{c} v_2^2(0^+) \\ v_3^2(0^+) \\ \hline v^2(0^+) \end{array} = \begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 0 \\ \hline C_3 & C_1 & -C_1 \end{array} \begin{array}{c} v_1^1(0^-) \\ v_3^1(0^-) \\ v_4^1(0^-) \\ \hline v^1(0^-) \end{array} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{Q}^2 = \mathbf{Q}_M^2 \quad \mathbf{C}^{22} = \mathbf{C}_M^{22} \quad \mathbf{C}^{12} = \mathbf{C}_M^{12}$$

Jedná se opět o soustavu dvou rovnic, z nichž první je nulová. Tentokrát je však příčina v tom, že k uzlu 2 ve fázi 2 nejsou připojeny žádné akumulární prvky. To se projeví v tom, že 1. rovnice v soustavě (2.7) je algebraická (v operátorovém tvaru bez operátoru s). Znamená to tedy, že **platí i pro okamžité hodnoty a tedy i pro limity zprava**:

$$0 = (G_1 + G_2)v_2^2(0^+) - G_2v_3^2(0^+).$$

Touto rovnicí doplníme soustavu rovnic (2.8). Dostaneme

$$\begin{array}{c|c} G_1 + G_2 & -G_2 \\ \hline 0 & C_1 + C_3 \end{array} \begin{array}{c} v_2^2(0^+) \\ v_3^2(0^+) \\ \hline v^2(0^+) \end{array} = \begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 0 \\ \hline C_3 & C_1 & -C_1 \end{array} \begin{array}{c} v_1^1(0^-) \\ v_3^1(0^-) \\ v_4^1(0^-) \\ \hline v^1(0^-) \end{array} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{M}^{22} \quad \mathbf{C}^{12} = \mathbf{C}_M^{12}$$

Po porovnání s (2.4) zjišťujeme, že:

$\mathbf{D}^2 = \mathbf{0}$ (ve fázi 2 není obvod buzen)

$\mathbf{C}_M^{12}$ není čtvercová matice (je různý počet nezávislých uzlových napětí ve fázích 1 a 2)

$\mathbf{M}^{22}$ obsahuje parametry kapacitních i rezistivních prvků.

Inverzí matice $\mathbf{M}^{22}$ získáme řešení

$$\begin{array}{c} v_2^2(0^+) \\ v_3^2(0^+) \\ \hline v^2(0^+) \end{array} = \begin{array}{c|c} \frac{G_2}{G_1 + G_2} \frac{C_3}{C_1 + C_3} & \frac{G_2}{G_1 + G_2} \frac{C_1}{C_1 + C_3} \\ \hline \frac{C_3}{C_1 + C_3} & \frac{C_1}{C_1 + C_3} \end{array} \begin{array}{c} v_1^1(0^-) \\ v_3^1(0^-) \\ v_4^1(0^-) \\ \hline v^1(0^-) \end{array}$$

$$\mathbf{M}^{12}$$

Zobecníme-li poznatky z uvedeného příkladu, můžeme formulovat **algoritmus tvorby transformačních matic pro reálné spínané obvody**:

1. Ze schématu spínaného obvodu sestavíme matice $\mathbf{G}^{22}$, $\mathbf{C}^{22}$ a $\mathbf{C}^{12}$ podle Tab. 2.1 nebo [14].
2. Prohlédáme všechny řádky matice $\mathbf{C}^{22}$ s výjimkou řádku, který odpovídá budícímu uzlu. Pokud nalezneme nulové řádky, nahradíme je odpovídajícími řádky matice $\mathbf{G}^{22}$.

Tento krok není třeba provádět v případě idealizovaných SC obvodů.

3. Pokud je ve fázi 2 aktivní napěťový, resp. proudový zdroj budícího signálu (t.j. je-li nenulový napěťový a^* , resp. proudový a^{**} koeficient budícího uzlu), zapíšeme na příslušný řádek a^{**} vektoru $\mathbf{D}^2$ jedničku. V případě budícího zdroje napětí vynulujeme příslušný řádek a^{**} matic $\mathbf{C}^{22}$ a $\mathbf{C}^{12}$ a na pozici: řádek a^{**} , sloupec a^* matice $\mathbf{C}^{22}$ zapíšeme jedničku.

Po těchto operacích a případné modifikaci v souladu s bodem 2 je dokončeno vytváření matic $\mathbf{C}_M^{12}$ a $\mathbf{M}^{22}$.

4. Vypočteme transformační matici $\mathbf{M}^{12}$ a vektor $\mathbf{P}^2$ podle (2.6).

2.4. Shrnutí

Popsaný algoritmus výpočtu nekonzistentních počátečních podmínek v spínaných obvodech je založen na dvougrafově modifikované metodě uzlových napětí. Charakteristickým rysem této

metody je, že popisuje obvod soustavou nezávislých obvodových veličin v každé spínací fázi, což vede na minimální regulární soustavu rovnic. Popisovaný algoritmus využívá této regularity tak, že lineárními operacemi s obvodovými maticemi sestaví transformační matice mezi vektory branových veličin před a po změně stavu spínaného obvodu. Algoritmus je implementován do obecného programu pro rychlou analýzu reálných spínaných obvodů [13],[18].