

Možné definice DC stability

Při návrhu nových zapojení nebo IO nám mohou způsobit problémy tzv. nestabilní rovnovážné stavy. Všechny klidové stavy jsou řešením algebraických rovnic obvodu, ve kterém zkratujeme všechny induktory a rozpojíme všechny kapacitory. DC stabilním rovnovážným stavům říkáme pracovní body. **DC stabilitou rozumíme schopnost obvodu eliminovat pomalé fluktuace kolem rovnovážného stavu** způsobené např. kolísáním napájecího napětí, teploty, postupnou změnou parametrů součástek apod. Dostane-li se trajektorie systému po zapnutí do blízkosti takového DC stabilního rovnovážného stavu, je jím přitažena a z rovnovážného bodu se stane aktuální pracovní bod.

Rovnovážné stavy DC nestabilní naopak každou pomalou odchylku zesilují a vytlačují trajektorii pryč. Takové nestabilní body mohou vzniknout úmyslně (např. v klopných obvodech) nebo neúmyslně chybným návrhem (chyba v topologii, zanedbání podstatné nelinearity apod.). Není problém určit všechny rovnovážné body obvodu, ale je problematické odhalit ty, které jsou DC nestabilní. V matematických modelech obvodů s vyřazenými reaktančními prvky totiž nefiguruje čas, který hraje podstatnou roli v klasické teorii stability.

Proto se nabízí rozšířit stejnosměrný rezistivní obvod o přídatné reaktanční prvky a převést tak problém stability do již známé roviny testování stability takto přidružených dynamických obvodů.

Je zřejmé, že je třeba upřesnit, co se myslí pod pojmem „rozšíření“ obvodu o parazitní reaktance. Obecně by bylo třeba rozpojit každou větev a vložit do ní parazitní induktor a dále propojit mezi sebou všechny uzly parazitními kapacitami. Takové rozšíření je pro praktické testování stability problematické. Není také jasné, jak by se realizovalo u makroobvodů popsaných různými vazebními podmínkami. Operační zesilovače by se musely opatřit „vhodným“ počtem pólů, dvojbranové parametry by musely být kmitočtově závislé.

V dnes již klasických publikacích Greena a Wilsona [1], [2], kde se o přídatných reaktancích hovoří, není způsob jejich doplnění konkretizován. V [3] jsou parazitní kapacity doplňovány mezi každý uzel a zem a parazitní indukčnosti do série s každým rezistorem. V [1], [4] a [5] se pouze hovoří o "parasitic shunt capacitors and series inductors".

Ještě větší nejednoznačnosti se objevují ve způsobech definic (ne)stability. Někteří autoři nerozlišují mezi pojmy "pracovní bod" (operating point) a "rovnovážný bod" (equilibrium point). Důsledné rozlišení je uvedeno v [1]: rovnovážný bod se týká obecného dynamického systému, pracovní bod popisuje stav přidruženého DC obvodu. V [3] se místo o pracovním bodu hovoří o "dc circuit's equilibrium point" nebo "resistive circuit's equilibrium point".

V literatuře se objevují v souvislosti se stabilitou jak pracovního, tak i rovnovážného bodu tyto pojmy (některé české ekvivalenty anglických pojmů je třeba považovat za pracovní):

- stabilní rovnovážný bod a nestabilní rovnovážný bod [3] (všeobecně přijímaná definice),
- potenciálně stabilní (potentially stable) pracovní bod a nestabilní pracovní bod [1],
- strukturálně stabilní (structurally stable) rovnovážný bod a nestabilní rovnovážný bod [4],
- totálně stabilní (totally stable) pracovní bod [3],
- nestabilní pracovní bod k-tého řádu typu "sedlo" (k-th order saddle-node unstable) [3]
- příležitostně nestabilní pracovní bod (occasionally unstable) [3].

- stabilní, nestabilní a podmíněně stabilní (conditionally stable) pracovní bod [6].

Ve všech případech je test stability prováděn nad linearizovaným modelem nelineárního obvodu v okolí vyšetřovaného pracovního bodu.

Definice stabilního rovnovážného bodu a nestabilního rovnovážného bodu [3]:

Rovnovážený bod x^* je stabilní, jestliže pro každé $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ takové, že

$$\|x(t) - x^*\| < \varepsilon$$

pro všechny $t \geq t_0$ když

$$\|x(t_0) - x^*\| < \delta.$$

Jinak je rovnovážný bod nestabilní.

Definice potenciální stability a nestability pracovního bodu [1]:

Pracovní bod je potenciálně stabilní, jestliže po rozšíření linearizovaného rezistivního obvodu o množinu kapacitorů (shunt capacitors) o $C > 0$ a sériových induktorů (series inductors) o $L > 0$ bude rovnovážný bod odpovídajícího dynamického obvodu stabilní, a jestliže rovnovážný bod každého dynamického obvodu vzniklého rozšiřováním tohoto obvodu o další libovolné kapacitory a sériové indukty, jejichž $C > 0$ a $L > 0$ jsou dostatečně malé, je rovněž stabilní.

Pracovní bod, který není potenciálně stabilní, je nestabilní.

Definice strukturálně stabilního (structurally stable) rovnovážného bodu a nestabilního rovnovážného bodu [4]:

Rovnovážený bod je strukturálně stabilní, jestliže rovnovážný bod libovolného dynamického obvodu vytvořeného doplněním linearizovaného dynamického obvodu o libovolnou množinu parazitních kapacitorů (shunt capacitors) a sériových induktorů (series inductors) je stabilní.

Jinak je rovnovážný bod nestabilní vlivem působení parazitních reaktancí.

Definice totálně stabilního (totally stable) pracovního bodu [3]:

Pracovní bod je totálně stabilní, jestliže rovnovážný bod libovolného dynamického obvodu vytvořeného z rezistivního obvodu přidáním libovolné množiny parazitních kapacitorů mezi každý uzel a zem a induktorů do série s každým rezistorem je stabilní.

Definice nestabilního pracovního bodu k-tého řádu typu "sedlo" (k-th order saddle-node unstable) [3]:

Pracovní bod rezistivního obvodu je nestabilní bod k -tého řádu typu "sedlo", jestliže charakteristická rovnice získaná z variačního (variational) dynamického obvodu má k kladných reálných kořenů.

Variační dynamický obvod je definován v [3].

Definice příležitostně nestabilního pracovního bodu (occasionally unstable) [3]:

Pracovní bod rezistivního obvodu je příležitostně nestabilní, jestliže variační (variational) dynamický obvod je nestabilní jen pro některé množiny parazitních kapacitorů a induktorů a je stabilní pro některé jiné parazitní prvky.

Definice stabilního, nestabilního a podmíněně stabilního (conditionally stable) pracovního bodu [6]:

Pracovní bod je stabilní, jestliže jeho rozšířením o libovolnou množinu reaktančních prvků o $C > 0$ a $L > 0$ vznikne dynamický obvod, jehož rovnovážný bod je stabilní.

Pracovní bod je stabilní, jestliže jeho rozšířením o libovolnou množinu reaktančních prvků o $C > 0$ a $L > 0$ vznikne dynamický obvod, jehož rovnovážný bod je vždy nestabilní.

Pracovní bod je podmíněně stabilní, jestliže jeho rozšiřováním o reaktanční prvky o $C > 0$ a $L > 0$ mohou vzniknout dynamické obvody jak se stabilními tak i nestabilními rovnovážnými body.

Z uvedeného je zřejmé, že některé zdánlivě různé pohledy na stabilitu mají řadu společných prvků. V každém případě je nutno podrobit některé prameny podrobnému studiu, zejména [3]. Pokusme se nyní o stručné zobecnění:

Jestliže rovnovážný bod dynamického obvodu bude (ne)stabilní, budeme tento obvod stručně označovat jako (ne)stabilní. Podobně pokud usoudíme podle níže uvedených postupů, že pracovní bod je stabilní (nestabilní, podmíněně neboli potenciálně stabilní), označíme linearizovaný rezistivní obvod za stabilní (nestabilní, podmíněně neboli potenciálně stabilní).

Dále budeme považovat pracovní bod jako zvláštní případ rovnovážného bodu, takže jej v některých místech textu budeme označovat jako **DC rovnovážný bod** a (ne)stabilní pracovní bod jako DC (ne)stabilní rovnovážný bod

Stejnoseměrný obvod budeme chápat jako limitní případ obvodu s reaktančními prvky, ve kterém pošleme vektor reaktančních parametrů k nule. Doplníme tedy model obvodu „dostatečným množstvím“ parazitních reaktancí a budeme sledovat stabilitu takto rozšířeného obvodu v procesu limitního přechodu. V principu se můžeme setkat se třemi možnostmi:

- 1) Obvod je stabilní pro libovolný infinitesimální vektor reaktančních parametrů. Pak **pracovní bod prohlásíme za stabilní**.
- 2) Stabilita je závislá na směru, v jakém se vektor reaktančních parametrů blíží k nule. Pro některou kombinaci reaktancí bude dynamický obvod vždy stabilní a pro jinou vždy nestabilní. Limitní přechod k rezistivnímu obvodu neexistuje. O stabilitě rozhoduje konkrétní rozložení reaktancí v obvodu. **Pracovní bod bude podmíněně neboli potenciálně stabilní**.
- 3) Obvod je nestabilní pro libovolný infinitesimální vektor reaktančních parametrů. Pak můžeme mluvit o **DC nestabilitě**, resp. **nestabilitě pracovního bodu**. Nestabilní pracovní bod nelze stabilizovat žádnou množinou přidáných reaktancí.

Jelikož v praxi nám jde především o odhalení DC nestabilních bodů, zaměříme se na možnost 3). DC nestabilita je podivuhodná vlastnost, která je nezávislá na jakémkoli rozšiřování o další reaktanční prvky. Příčinu tohoto jevu je totiž třeba hledat v termodynamice. Rozšiřování je zbytečné, protože DC stabilita na způsobu rozšíření nezávisí. DC systém proto nebudeme chápat jako limitní případ klasického dynamického systému s malými reaktancemi, ale jako termodynamický systém, kde reaktance prostě neexistují.

Nejdůležitějším termodynamickým parametrem je pro elektroinženýra elektrický odpor. Různé metody na vyhledávání DC nestabilních bodů jsou variacemi jedné základní metody: vyhledávání záporných odporů [6].

Metoda záporných odporů

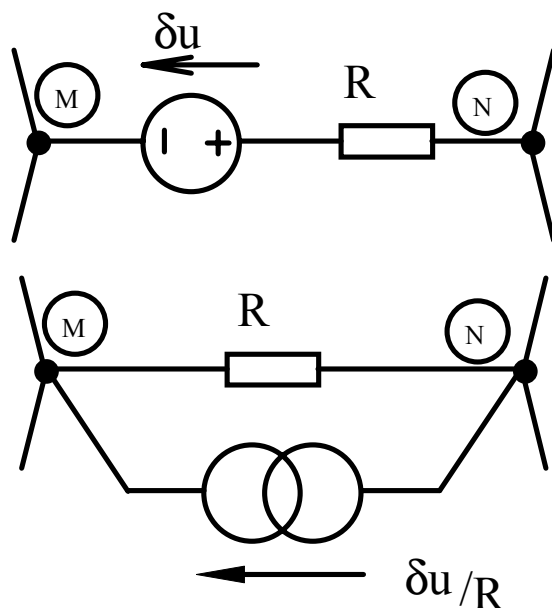
DC obvody lze zkoumat jako termodynamické systémy, které podléhají zákonu o minimální produkci entropie. Převáděno do elektrotechnické praxe to znamená, že kdybychom si představili závislost okamžité rychlosti, s jakou se rozptyluje energie na rezistorech v obvodu, na odchylce od pracovního bodu, pak bude mít tato závislost v pracovním bodě lokální minimum. Stablní rovnovážný stav tedy sídlí na dně „disipační jámy“, na jejíž stěnách se likvidují všechny náhodné fluktuace. U linearizovaného systému je to paraboloid

$$P(\delta\vec{x}) = \delta\vec{x}^T \cdot \underline{A} \cdot \delta\vec{x}, \quad (1)$$

kde $\delta\vec{x}$ je napěťová nebo proudová fluktuace od rovnovážného stavu a $\underline{A}$ je vodivostní nebo odporová matice. Dá se ukázat, že pro DC stabilitu musí být kvadratická forma (1) kladná při libovolné fluktuaci, tj.

$$P(\delta\vec{x}) > 0. \quad (2)$$

Vychýlíme systém z rovnováhy jediným zdrojem fluktuace. Z obr.1 je zřejmé, že vřazení zdroje rušivého napětí do větve je ekvivalentní proudovému zdroji zapojenému mezi uzly. V prvním případě bude celkový výkon dodaný do obvodu $P_u = g_{MN} \cdot (\delta u_{MN})^2$, kde g_{MN} je vodivost naměřená mezi vodiči vzniklými přestřižením větve MN. Obdobně dostaneme při testování zdrojem proudu $P_i = r_{MN} \cdot (\delta i_{MN})^2$, kde r_{MN} je odpor naměřený mezi uzly M a N.



Obr. 1. Vložení testovacího zdroje do obvodu

S uvažáním podmínky DC stability (2) můžeme formulovat tato dvě ekvivalentní kritéria:

Rovnovážný bod je DC stabilní právě tehdy, je-li diferenciální odpor změřený mezi libovolnými dvěma různými uzly kladný.

Rovnovážný bod je DC stabilní právě tehdy, je-li diferenciální vodivost změřená mezi dvěma body vzniklými přerušením libovolné větve kladná.

V obou větách lze samozřejmě navzájem vyměnit slova „odpor“ a „vodivost“.

Je zřejmé, že odporové sítě postavené z kladných odporů vždy vyhovují těmto kritériím DC stability.

Metodou záporných odporů se zabývá prof. Valsa [6].

Virtuální trajektorie

Metoda záporného odporu vyplývá ze způsobu, jakým se testuje DC stabilita *jedním* zdrojem fluktuace. Zjišťuje se odpor, do kterého tento zdroj poruchy pracuje. Na reálný obvod však působí více zdrojů najednou, které tvoří proudový, napěťový nebo hybridní vektor $\delta\vec{x}$. Napěťová, proudová nebo hybridní reakce obvodu $\delta\vec{y}$ je dána rovnicí

$$\delta\vec{y} = \underline{A} \cdot \delta\vec{x}.$$

Matice $\underline{A}$ dává jednoznačnou informaci o reakci systému na *jakoukoliv* fluktuaci obvodových veličin vybraných do vektoru $\delta\vec{x}$. Pokud je tento vektor zvolen tak, že prověří místo vyvolávající nestabilitu, promítne se tato skutečnost do záporného vlastního čísla matice $\underline{A}$.

Celá věc se dá vysvětlit na mechanické analogii kuličky v silovém poli. Kulička držená pružinami ve směrech x a y je vychýlena z rovnovážné polohy o výchylku $\delta\vec{q} = [\delta x \ \delta y]^T$. V této poloze na ni působí síla $\delta\vec{F} = [\delta f_x \ \delta f_y]^T$, která ji buď vrací do původní polohy nebo naopak urychluje pryč. To záleží na charakteru silového pole neboli na matici tuhosti pružin $\underline{K}$

$$\delta\vec{F} = \underline{K} \cdot \delta\vec{q}.$$

Rozepsáním rovnice dostaneme

$$\delta F_x = k_{11} \cdot \delta x + k_{12} \cdot \delta y,$$

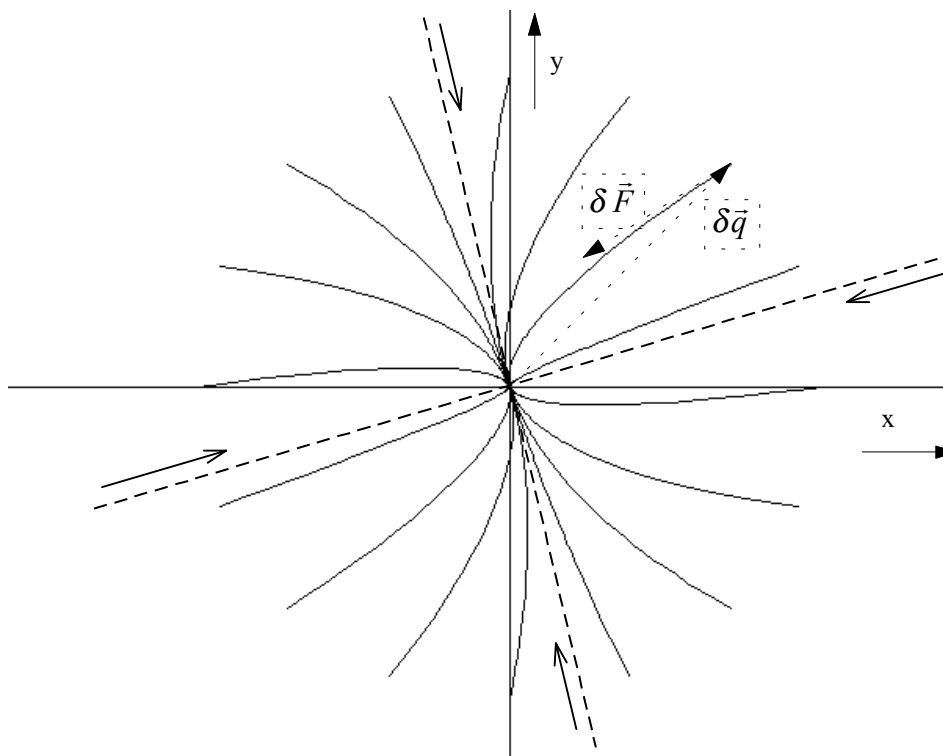
$$\delta F_y = k_{21} \cdot \delta x + k_{22} \cdot \delta y.$$

Trajektorie proložená silovým polem ukazuje dráhu, po které by zřejmě kulička proběhla, kdyby měla zanedbatelnou hmotnost. Protože pole ukazuje tendence a ne skutečný pohyb, který může probíhat podle trajektorie změněné dynamikou systému, budeme vzniklým trajektoriím říkat virtuální trajektorie.

Silové pole vykazuje symetrii podle dvou hlavních směrů, které souhlasí se směr vlastními vektory matice $\underline{K}$ (na obr.2 vyznačeny čárkovanými osami). Je-li výchylka vedena ve směru vlastního vektoru, pak je reakce úměrná výchylce s konstantou úměrnosti rovnou příslušnému vlastnímu číslu matice $\underline{K}$. Mají-li všechna vlastní čísla kladné reálné části, směřuje vektor reakce vždy dovnitř koule $|\delta\vec{q}| < R$, tj. trajektorie nakonec skončí v pracovním bodě. V opačném případě je rovnovážný stav nestabilní.

V DC elektrických obvodech je situace analogická. Za zobecněné souřadnice a síly můžeme považovat napětí a proudy, které musí být v rovnováze. Zdroj napěťové fluktuace bude ve stabilním případě pracovat do kladného odporu, tj. zbytek obvodu mu vrátí proudovou reakci kladnou ve smyslu zdrojové orientace. Z termodynamického hlediska to znamená, že výkon dodaný do obvodu se *spotřebuje* na rezistorech a je tedy kladný. Stane-li se, že při testování obvodu několika fluktuacemi současně vyjde dodávaný výkon záporný,

znamená to, že se při testování projevila některý záporný odpor, který se stává zdrojem výkonu. Přebytek výkonu se vyrovnává vzdálením trajektorie od původního rovnovážného stavu.



Obr. 2. Virtuální trajektorie pro koeficienty $k_{11}:=8; k_{12}:-1; k_{21}:-1; k_{22}:=5$

Jaký je fyzikální význam virtuální trajektorie? Z termodynamického hlediska je hodnota elektrického proudu *průměrnou* hodnotou hustoty toku elektrických částic. Tento tok vykazuje v mikroskopickém měřítku neustálé fluktuace kolem své střední hodnoty. Virtuální trajektorie je dráha, po které se tyto fluktuace likvidují.

Metoda virtuálních trajektorií neboli virtuálních vlastních čísel by se dala formulovat takto:

Nechť na DC obvod působí zdroje napěťových, proudových nebo hybridních fluktuací sdružených do vektoru $\delta\vec{x}$. Proudová, napěťová nebo hybridní reakce naměřená na těchto zdrojích nechť je sdružena do vektoru $\delta\vec{y}$, přičemž

$$\delta\vec{y} = \underline{A} \cdot \delta\vec{x}.$$

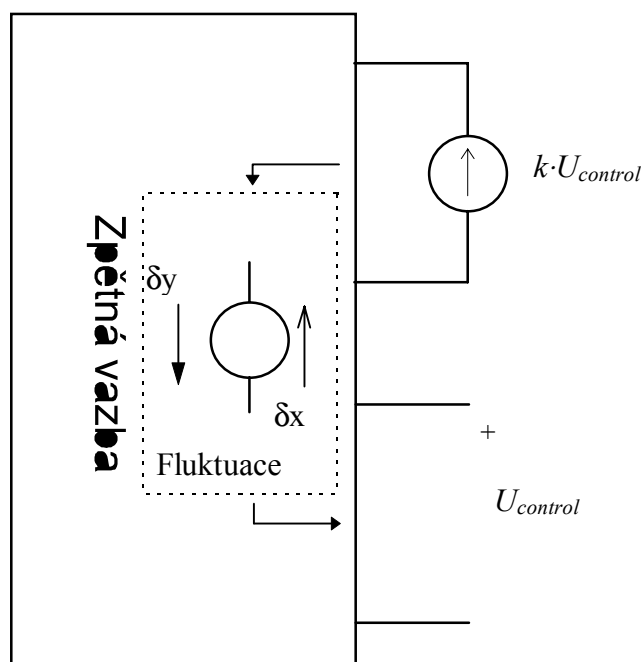
Zkoumaný rovnovážný stav je vzhledem k fluktuacím $\delta\vec{x}$ DC stabilní, právě když všechna vlastní čísla matice $\underline{A}$ leží v kladné komplexní polorovině.

Vlastní čísla mají význam imitancí, do kterých pracují zdroje fluktuací. U DC stabilních pracovních bodů mají tyto imitance kladné reálné části.

Umístění zdrojů fluktuací

Chceme-li spolehlivě otestovat DC stabilitu pomocí vlastních čísel, potřebujeme vložit do obvodu sadu (vektor) zdrojů fluktuace do takových míst, odkud „dosáhnou“ na případný každý záporný odpor. Přitom se snažíme, aby jejich počet byl co nejmenší, neboť se od něj odvíjí řád virtuální matice.

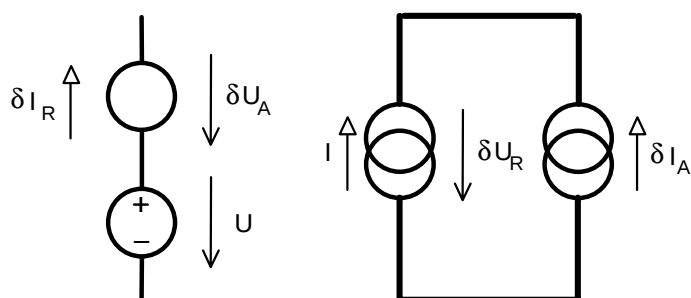
Dá se jednoduše dokázat, že obsahuje-li obvod pouze kladné odpory a žádné řízené zdroje, je vždy DC stabilní. Jakkoliv zapojený zdroj fluktuace by pracoval do kladné zátěže a lze jej tedy vynechat. Potenciálně nebezpečné pro DC stabilitu jsou řízené zdroje, neboť každý řízený zdroj obsahuje zpětnou vazbu, která se zbytkem obvodu uzavírá mezi jeho výkonovou a řízenou částí. Umístíme-li některý testovací signál δx do této smyčky, vrátí se nám touto zpětnou vazbou reakce δy zpět do testovacího zdroje a tím ji také otestujeme (viz obr.3). Efekt záporného odporu může vzniknout pouze tímto způsobem (pokud neuvažujeme předem záporné odpory přímo v zapojení), proto se jeví umísťování zdrojů fluktuací výhradně do zpětnovazebních smyček řízených zdrojů jako univerzální metoda.



Obr. 3. Spolehlivý test řízeného zdroje.

Nejjednodušší způsob, jak zařadit zdroj fluktuace do této smyčky, je rozmítat *výkonovou* část řízeného zdroje. Provede se to tak, že se ke každému řízenému zdroji napětí zapojí do série napěťová fluktuace a ke každému řízenému zdroji proudu se paralelně připojí zdroj proudové fluktuace (viz obr.4). Fluktuační vektor bude mít tolik prvků, kolik je v obvodu řízených zdrojů. Virtuální matice bude obecně hybridní. Tyto případy jsme popsali v literatuře [9-13].

Často však používáme v obvodech součástky, které jsme zvyklí definovat jako makroobvody sadou rovnic. Příkladem jsou dvojbrany reprezentované y - nebo h -parametry apod., což je běžné u tranzistorů, imitancních konvertorů apod. U složitějších makroobvodů není praktické rozmítat každý řízený zdroj uvnitř makromodelu a většinou to ani není možné. V následující části odvodíme metodu testování DC stability, ke které postačí znalost branových rovnic makra.



Obr. 4. Rozmítání výkonových částí řízených zdrojů. A=akce, R=reakce.