



Grantová agentura České republiky

GRAFOVÉ METODY OPTIMALIZACE KMITOČTOVÝCH FILTRŮ

VIV, VIV-MMC a vrcholové (VERTEX) grafy

Odborná zpráva řešení projektu GA ČR č. 102/00/0907

"Nekonvenční realizace kmitočtových filtrů, jejich návrh a optimalizace"

Zodpovědný řešitel: Prof. Ing. Karel Hájek, CSc.

Prof. Ing. Dalibor Biolek, CSc.

VA Brno, Katedra Elektrotechniky a elektroniky
prosinec 2000

OBSAH

Úvod 1

Grafy VIV a VIV-MMC 2

Úvod 2

Modifikovaný Mason-Coatesův graf (MMC) 3

„VIV“-graf 4

„VIV-MMC“-graf 5

Věty plynoucí z grafového popisu 7

Ukázky optimalizace 10

Příklad 1 – „VIV“ filtr 10

Příklad 2 – klasický filtr 11

Vazební (vrcholové) grafy 12

Úvod 12

Vysvětlující příklady 12

Vazební (vrcholový) graf 15

Algoritmické využití vazebních grafů 16

Vyhodnocení vazebního grafu 17

Příklad algoritmu vyhodnocování 17

Příklad využití vrcholových grafů 18

Částečná kompenzace 20

Další rozpracování teorie vrcholových grafů 20

Terminologie a definice 20

Nevyřešené problémy 22

Závěry 22

Literatura 23

Úvod

Tato zpráva představuje dvě skupiny nových nástrojů pro popis a optimalizaci lineárních dynamických systémů se zaměřením na aktivní kmitočtové filtry.

První z nich jsou tzv. „*VIV*“, resp. „*VIV-MMC*“ grafy signálových toků [1], [2]. „*VIV*“ grafy jsou určeny pro popis subbloků aktivních filtrů, obsahujících operační zesilovače s uzemněnými vstupy. Typickými představiteli této třídy filtrů jsou struktury Tow-Thomas, Ackerberg-Mossberg, Fleischer-Tow a MFB [9]. Řada aktivních filtrů, např. Sallen-Key, využívá obecnějšího zapojení OZ s plovoucími vstupy. Tyto obvody je vhodné modelovat modifikovanými Mason-Coatesovými („*MMC*“) grafy. Konečně pro filtry sdružující jak uzemněné, tak i plovoucí OZ, např. filtry KHN, lze s výhodou použít kombinované „*VIV-MMC*“ grafy. Na základě grafů lze formulovat určité věty, které umožní optimalizovat poměry součástek a dynamický rozsah filtru.

Do druhé skupiny patří tzv. vazební, resp. vrcholové (anglicky „Vertex“) grafy [3], [4], [5]. Zatímco grafy v předchozí skupině představují pouhé zobecnění známých Masonových a Mason-Coatesových grafů signálových toků [10], které znázorňují soustavy lineárních rovnic, vazební grafy jsou obrazy specifické soustavy rovnic nelineárních. Tyto nelineární rovnice popisují vazby mezi parametry součástek obvodu a koeficienty sledovaných obvodových funkcí filtru (tj. přenosy napětí či proudu, resp. imittance). Rovnice lze získat algoritmicky použitím algoritmů symbolické analýzy [6], [7], [8]. Vyhodnocený vazební graf, který je vygenerován ze symbolického výsledku, pak může sloužit jako východisko pro algoritmy modifikace parametrů součástek tak, aby bylo naplněno zadané kritérium optimalizace.

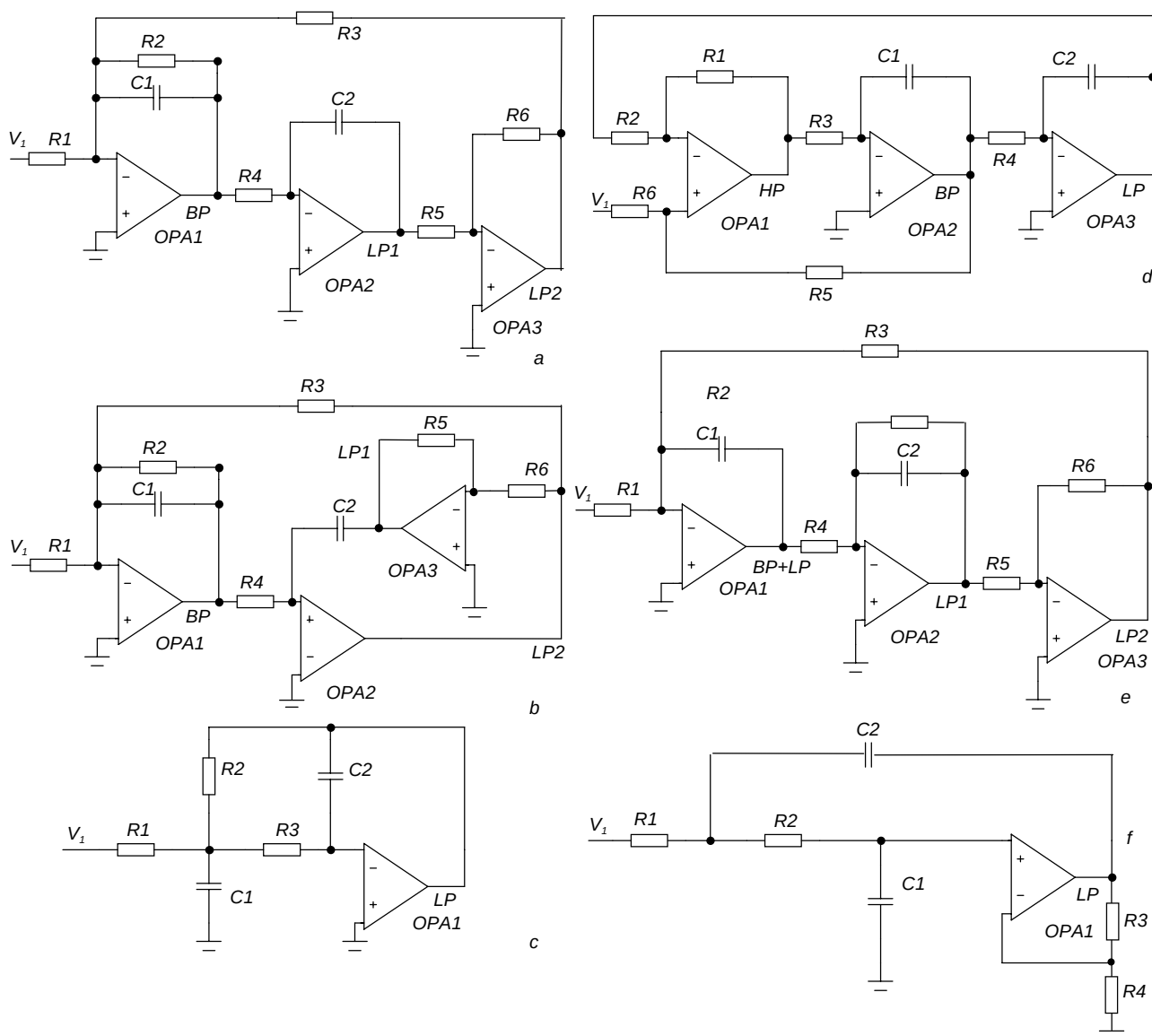
Výklad je ilustrován na konkrétních příkladech aktivních filtrů.

Grafy VIV a VIV-MMC

Úvod

Všechny aktivní filtry s operačními zesilovači typu VFA (Voltage Feedback Amplifier) je možné rozdělit do dvou skupin: Filtry „VIV“ (Voltage, Current, Voltage – podrobnosti viz část VIV graf) a ostatní, které označíme „VIV“[–]. Filtry typu „VIV“ jsou definovány následujícími podmínkami, které musí být splněny současně:

1. Filtr musí obsahovat ideální operační zesilovač(e) VFA a pasivní součástky (typu R, C, případně L). Filtr může dále obsahovat pouze zdroje napětí řízené napětím s konečným přenosem.
2. Každý operační zesilovač VFA musí udržovat nulový potenciál na svých vstupech, což je většinou dosaženo uzemněním jednoho ze vstupů.
3. Každá pasivní součástka může být zapojena jen mezi uzly, které představují výstupy operačních zesilovačů, výstupy ideálních zdrojů napětí, vstupy operačních zesilovačů nebo zem.



Obr. 1. Příklady známých zapojení aktivních filtrů: *a* Tow-Thomas, *b* Ackerberg-Mossberg, *c* MFB, *d* KHN, *e* Fleischer-Tow, *f* Sallen-Key. Filtry *a*, *b* a *e* patří do třídy „VIV“.

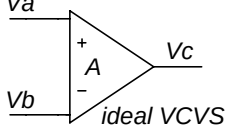
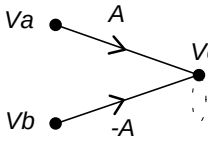
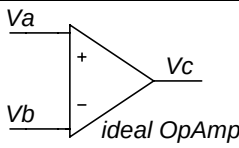
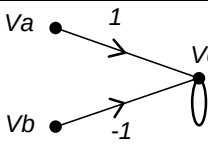
Logickou podmínkou funkčnosti zapojení je to, že nesmí být spojeny výstupy operačních zesilovačů s výstupy dalších zdrojů napětí.

Podmínce 1 vyhovuje široká škála aktivních filtrů, například všechny filtry z obr. 1. Podmínka 2 mimo jiné zajišťuje principiální stejnosměrnou stabilitu všech filtrů třídy „*VIV*“. Podmínku 2 splňují například filtry typu Tow-Thomas, Ackerberg-Mossberg, MFB a Fleischer-Tow na obr. 1 *a*, *b*, *c* a *e*. Podmínka 3 je splněna u všech filtrů na obr. 1 s výjimkou filtrů typu MSB a Sallen-Key. Všem podmínkám současně vyhovují pouze „*VIV*“ filtry Tow-Thomas, Ackerberg-Mossberg a Fleischer-Tow.

V dalším ukážeme, že zatímco obecný aktivní filtr je možné popsat modifikovaným Mason-Coatesovým (MC) grafem, pak filtr „*VIV*“ lze modelovat za pomoci zjednodušeného „*VIV*“ grafu. Ze struktury tohoto grafu pak vyplynou některé poznatky, jak optimalizovat dynamický rozsah a poměr součástek ve filtru. Dále ukážeme, že pro popis filtrů, které sice nevyhovují výše uvedeným podmínkám, nicméně však obsahují vnořené „*VIV*“ sekce, je možné kombinovat grafy „*VIV*“ a „*MMC*“. Poukážeme na důsledky, které z toho plynou pro optimalizaci celého filtru.

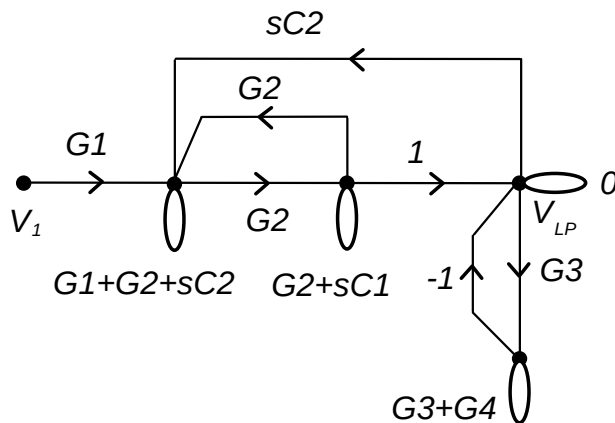
Modifikovaný Mason-Coatesův graf (*MMC*)

Je známo, že klasický MC graf je možné modifikovat v případě obvodových prvků typu zdroj napětí a ideální operační zesilovač typu VFA. První modifikace je společná pro obyčejné prvky, protože operační zesilovač se z hlediska svého výstupu chová jako zdroj napětí: v grafu obvodu se z hlediska modelovaného prvku vynechávají všechny vnější větve, orientované do napěťového uzlu zdroje napětí. Tím je vyjádřena skutečnost, že k vyjádření daného napětí nepoužíváme rovnici 1. Kirchhoffova zákona pro daný uzel. Další modifikace se týká ideálního zdroje napětí řízeného napětím se zesílením A – viz Tab. 1. Příslušný graf obsahuje vlastní smyčku o přenosu 1 (kterou není třeba zakreslovat) a jednoduše vyjadřuje rovnici uvedenou v tabulce. V Tab. 1 je dále ukázáno, že nekonečné zesílení ideálního OZ, které vede na nulové diferenční napětí, je možné respektovat vlastní smyčkou o přenosu 0.

prvek	rovnice	<i>MMC</i> graf
 ideal VCVS	$1xV_c =$ $AV_a - AV_b$	
 ideal OpAmp	$0xV_c =$ $V_a - V_b$	

Tab. 1. Modifikované MC grafy pro ideální VCVS a ideální operační zesilovač.

Použití grafů *MMC* je ilustrováno na příkladu známého filtru Sallen-Key (obr. 1f). Na obr. 2 je příslušný modifikovaný Masonův-Coatesův graf. K zjednodušení grafu je využito skutečnosti, že vstup filtru je buzen ze zdroje napětí. Vyhodnocením grafu bychom snadno určili napěťový přenos, nikoliv však vstupní impedanci (museli bychom vyjít z nezjednodušeného grafu).



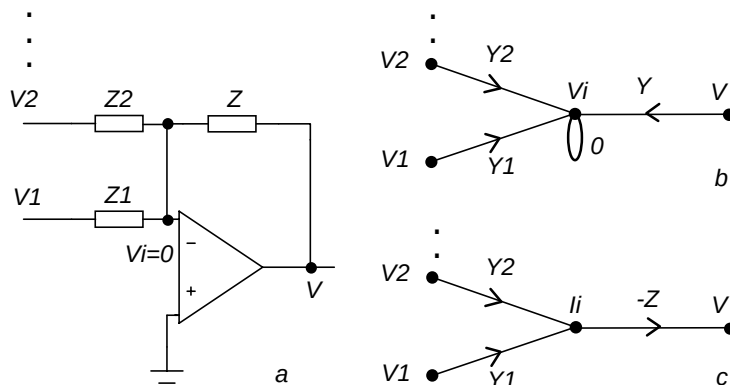
Obr. 2. MMC graf filtru typu Sallen-Key z obr. 1f.

„VIV“-graf

Uvažujme obvod na obr. 3a, který můžeme chápat jako základní stavební blok filtrů „VIV“. Pro obvod platí rovnice

$$V_1 Y_1 + V_2 Y_2 + \dots + V Y = 0, \quad (1)$$

kde symbolem „Y“ jsme označili admitance korespondující s impedancemi „Z“.



Obr. 3. a Blok s uzemněným operačním zesilovačem, b Masonův-Coatesův graf s nulovou vlastní smyčkou, c upravený Masonův graf s vyloučením vlastní smyčky: „VIV“-graf.

Této rovnici odpovídá MMC graf na obr. 3b. Rovnici (1) však lze upravit na tvar

$$V = -Z I_i = -Z(V_1 Y_1 + V_2 Y_2 + \dots) \quad (2)$$

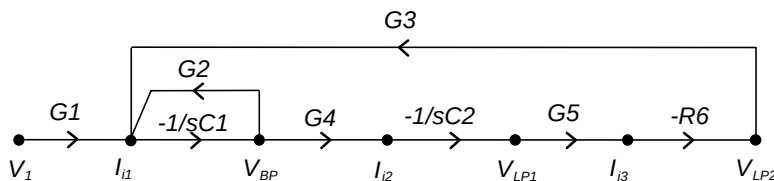
kde I_i je celkový proud tekoucí z jednotlivých vstupů do zpětnovazební impedance Z . Příslušný graf je na obr. 3c. Nazvěme jej „VIV“-grafem: vstupní napětí (Voltages) se nejprve transformují na proud I_i a ten pak přes zpětnovazební impedanci zpětně na napětí. Platí dvě jednoduchá mnemotechnická pravidla pro sestavení „VIV“-grafu:

Do proudového uzlu I_i vstupují orientované větve o přenosech Y_k , které vycházejí z uzlů napěťových zdrojů V_k . Y_k jsou admitance prvků, které jsou zapojeny mezi vstup operačního zesilovače a zdroj napětí V_k .

Z proudového uzlu I_i vystupuje orientovaná větev o přenosu $-Z$ a směřuje do uzlu výstupního napětí operačního zesilovače. Z je impedance zpětnovazební prvků, který je zapojen mezi vstup a výstup operačního zesilovače.

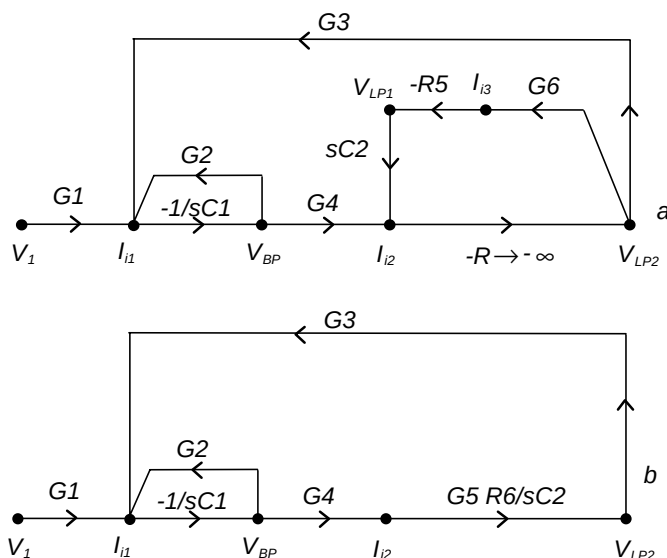
V případě, že existuje více zpětnovazebních impedancí zapojených paralelně (viz např. blok s OPA1 na obr. 1a, kde je C_1 paralelně s R_2), můžeme pro sestavení grafu použít jeden

z následujících postupů. Buď všechny paralelní impedance sdružíme do výsledné impedance Z a použijeme graf 3c, nebo zvolíme jednu z impedancí jako Z a ostatní modelujeme zpětnovazebními admitančními větvemi vedoucími z výstupu operačního zesilovače do uzlu I_i . Tato druhá varianta je použita ke konstrukci grafu celého filtru z obr. 1a, který je uveden na obr. 4.



Obr. 4. „VIV“ graf filtru Tow-Thomas z obr. 1 a.

Jiný problém může nastat, jestliže ve zpětné vazbě operačního zesilovače není žádná větev obsahující pouze pasivní součástky. Příkladem je filtr Ackerberg-Mossberg na obr. 1b, kde ve zpětné vazbě $OPA2$ je další operační zesilovač. Pak uvažujme přidavný zpětnovazební odpor $R \rightarrow \infty$, jehož vliv eliminujeme limitním přechodem po vyhodnocení grafu. Příslušný graf na obr. 5a nabízí další řešení: zpětnovazební cestu o přenosu $-sC_2R_5G_6$ můžeme transformovat pomocí pravidla naznačeného na obr. 3b, c na přímou cestu o přenosu R_6G_5/sC_2 .



Obr. 5. „VIV“ grafy filtru Ackerberg-Mossberg z obr. 1 b. Zavedení pomocného zpětnovazebního odporu R (a), jeho redukce (b).

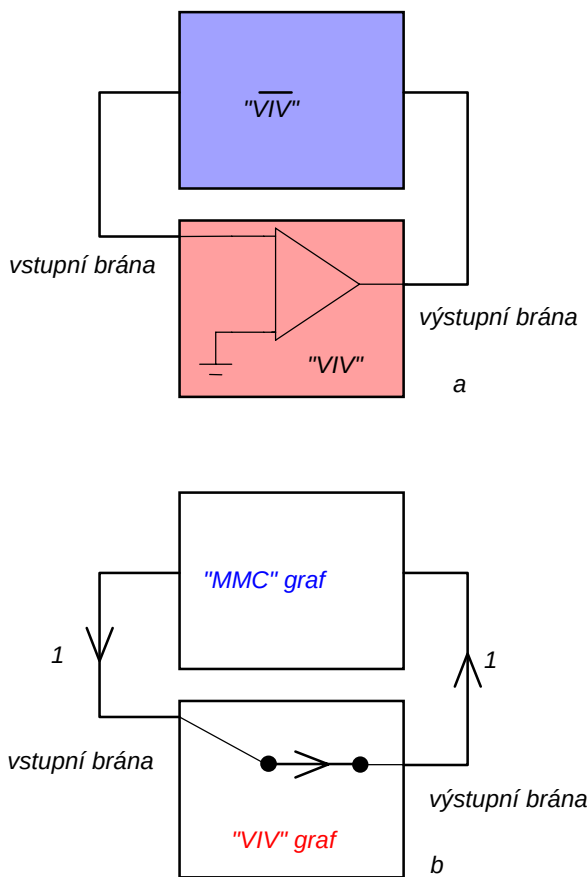
„VIV-MMC“-graf

Libovolný lineární obvod lze rozložit na subobvod „VIV“ a zbytek obvodu „VIV“. Subobvod „VIV“ je popsán „VIV“ grafem, subobvod „VIV“ pak „MMC“ grafem. Místu spojení obou subobvodů bude odpovídat rozhraní obou grafů (viz obr. 6).

V dalším budeme předpokládat tzv. korektní spojení obou subobvodů bez principiálního narušení jejich funkcí. Vstupní branou „VIV“ subobvodu nazveme množinu všech uzlů, korespondujících s neuzemněnými vstupy operačních zesilovačů. Výstupní branou pak bude množina všech uzlů, k nimž jsou připojeny ideální zdroje napětí (včetně výstupů operačních zesilovačů). Korektní spojení znamená, že k vstupní ani k výstupní bráně subobvodu „VIV“ nesmí být připojeny ideální zdroje napětí připojovaného subobvodu „VIV“.

Propojení vstupní brány „VIV“ subobvodu s okolím bude reprezentováno v grafu větvemi orientovanými do vstupní brány, tj. do superuzlu I_i . Tyto větve spolu se zdroji ve vnějším obvodu

„ $\overline{VIV}$ “ budou reprezentovat proudy tekoucí do virtuální nuly operačních zesilovačů z tohoto obvodu. Protože napětí na tomto rozhraní je nulové, zcela budou chybět větve vystupující z této brány.



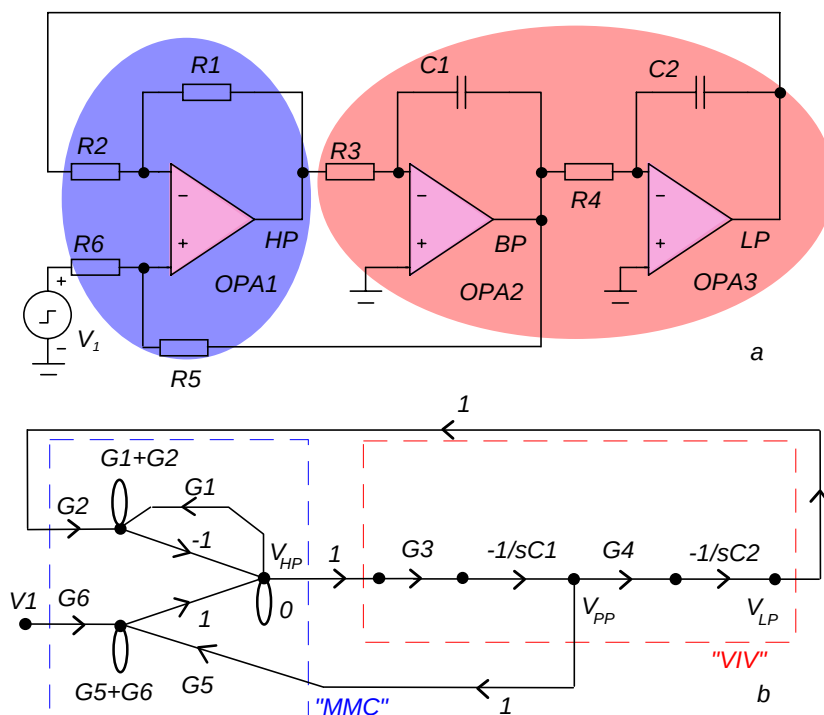
Obr. 6. Symbolické znázornění spojení (a) „ VIV “ obvodu se zbytkem obvodu, (b) „ VIV “ grafu s „ MMC “ grafem.

Propojení výstupní brány „ VIV “ subobvodu s okolím bude reprezentováno v grafu větvemi orientovanými ven z výstupní brány, tj. z výstupů operačních zesilovačů a dalších zdrojů napětí. Tyto větve budou spolu se zdroji napětí uvnitř „ VIV “ obvodu reprezentovat proudy tekoucí ven do vnějšího obvodu „ $\overline{VIV}$ “. Protože na tomto rozhraní působí napětí ideálních zdrojů, budou v grafu zcela chybět větve vstupující do této brány.

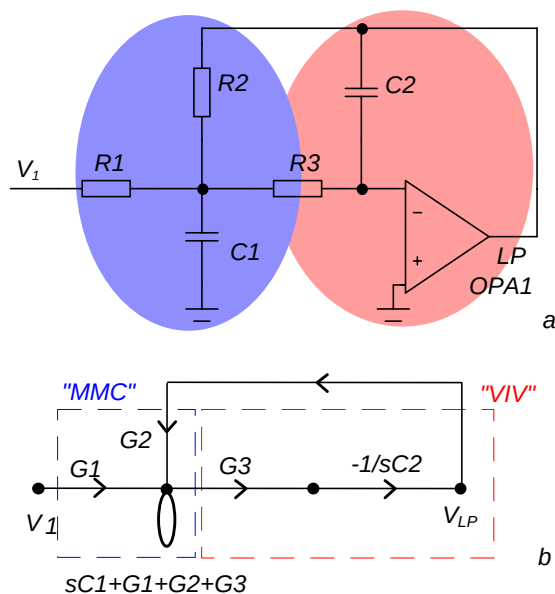
Při konstrukci „ VIV - MMC “ grafu tedy postupujeme následovně: provedeme rozklad obvodu na subobvody „ VIV “ a „ $\overline{VIV}$ “. Sestrojíme jejich příslušné grafy „ VIV “ a „ MMC “. Graf „ MMC “ napojíme na graf „ VIV “ podle výše uvedeného pravidla. Konečný graf pak vyhodnotíme podle klasického Masonova-Coatesova pravidla.

Jako příklad je uvedena konstrukce „ VIV - MMC “ grafu filtrů typu KHN a MFB z obr. 1d a c. Výsledky jsou na obr. 7 a 8.

Pro filtr typu „ VIV “ platí některé zajímavé věty, které nám mohou pomoci při optimalizaci poměru součástek a dynamického rozsahu. Tyto věty je možno odvodit z grafového popisu filtru. Obdobné věty byly formulovány dříve [11,12] pro filtry se spínanými kapacitami.



Obr. 7. Dekompozice filtru typu KHN (a) a jeho „VIV-MMC“ graf (b).



Obr. 8 Dekompozice filtru typu MFB (a) a jeho „VIV-MMC“ graf (b).

Věty plynoucí z grafového popisu

V první fázi se zaměříme na filtry „VIV“. Na příkladu filtru Tow-Thomas z obr. 1a a jeho „VIV“ grafu z obr. 4 zkusme možnosti variace součástek takovým způsobem, aby přenosy napětí do všech uzlů zůstaly zachovány. Jedna z možností se nabízí – impedanční normování, tj. impedance všech součástek filtru násobíme stejnou konstantou $a > 0$. Z vlastností subgrafů jednotlivých bloků však vyplývají další konkrétnější možnosti.

Graf dílčího bloku z obr. 3a sestává z proudového uzlu I_i a z uzlů napěťových, mezi nimiž je uzel výstupního napětí operačního zesilovače. Variací součástek dojde k změně vstupního proudu I_i . Z grafu plyne, že tuto změnu lze kompenzovat změnou impedance Z tak, aby se výstupní napětí

celkově nezměnilo. Aby se nezměnila napětí, resp. přenosové funkce do ostatních uzlů, musíme variovat součástky pouze takovým způsobem, aby nedocházelo ke změnám přenosů přímých cest ze vstupu do jednotlivých výstupů ani ke změnám přenosů jednotlivých smyček zpětných vazeb.

Obdobně je možné vysledovat způsoby, jak změnit přenos do výstupu jednoho z operačních zesilovačů tak, aby nedošlo ke změně napětí na výstupech ostatních zesilovačů.

Věta 1. V obvodu „*VIV*“ vynásobíme číslem $a > 0$ impedance všech prvků připojených k neuzemněnému vstupu OPA. Pak napětí na výstupu tohoto OPA ani jiná uzlová napětí se nezmění. Jinými slovy, přenosové funkce ze vstupu do všech uzlů zůstanou zachovány.

Důkaz této věty je snadný: Přenosy všech přímých cest ze vstupu do daného výstupu, které vedou přes uvažovaný blok, obsahují součin admitance, připojené k vstupu, a zpětnovazební impedance. Tento součin je invariantní vůči násobení popsaném větou 1. Je-li daný blok součástí zpětnovazebních smyček, mohou to být v zásadě smyčky dvojího typu: **1.** smyčky lokálních zpětných vazeb uvnitř bloku (viz smyčku o přenosu $-G_2/sC_1$ na obr. 4), způsobené přítomností několika paralelních zpětnovazebních impedancí. Pak přenos této smyčky je dán součty součinů impedance Z a admitancí ostatních zpětnovazebních prvků. Tyto součiny se opět nemění. **2.** Smyčky globálních zpětných vazeb přes více bloků. V přenosech těchto smyček vystupují součiny zpětnovazební impedance bloku Z a admitance připojené mezi vstup zesilovače a výstup jiného zesilovače ve smyčce. Tyto součiny se opět nemění. Uvedenou operací se tedy nemění ani jmenovatel všech přenosových funkcí, ani čitatelé.

V případě filtrů „*VIV*“ můžeme větu využít například k minimalizaci poměrů součástek filtru.

Je zřejmé, že **tato věta nemusí platit** v případě, bude-li obvod „*VIV*“ napojen na obvod „*VIV*“. Můžeme se o tom přesvědčit na příkladu grafu filtru MFB z obr. 8b. Vynásobíme-li číslem a odpor R_3 a impedanci $1/sC_2$, zůstane sice zachován jak přenos přímé cesty $-G_1G_3/sC_2$, tak i přenos zpětnovazební smyčky $-G_2G_3/sC_2$, změní se však přenos vlastní smyčky, který ovlivňuje determinant grafu: Původní přenos vlastní smyčky byl $G_1+G_2+G_3+sC_1$, přenos po úpravě je $G_1+G_2+G_3/a+sC_1$. Aby se nezměnil determinant grafu, museli bychom se například pokusit změnit G_1 na G_1' tak, aby platilo

$$G_1' + G_2 + G_3/a = G_1 + G_2 + G_3, \text{ neboli } G_1' = G_1 + G_3(1 - 1/a).$$

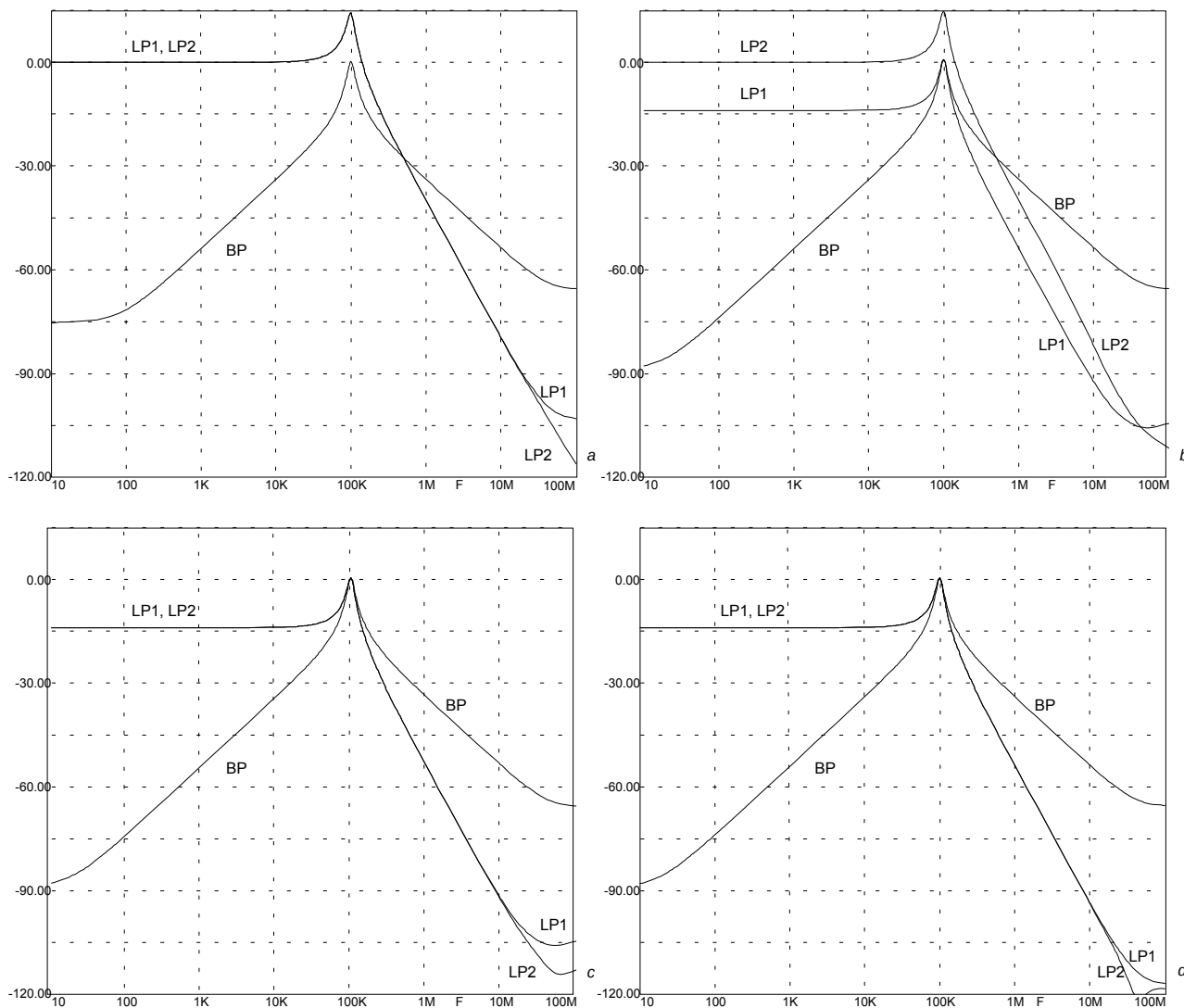
Pokud vyjde $G_1' > 0$, pak je tato transformace prakticky proveditelná. Změna G_1 však bude znamenat změnu přenosu přímé cesty, neboli změnu celkového přenosu. Tohoto postupu lze tedy využít k definované změně zisku filtru beze změny tvaru kmitočtové charakteristiky.

Věta 2. V obvodu „*VIV*“ vynásobíme číslem $a > 0$ impedance všech prvků připojených k výstupu OPA. Je-li k tomuto výstupu připojen zesilovač napětí, vydělíme jeho zesílení číslem a . Pak napětí na výstupu tohoto OPA se a -krát zvětší a ostatní uzlová napětí se nezmění. Jinými slovy, přenosová funkce ze vstupu do výstupu OPA se a -krát zvětší, přenosové funkce do ostatních uzlů zůstanou zachovány.

K výstupu OPA jsou totiž v obvodu „*VIV*“ připojeny kromě možných zesilovačů napětí pouze zpětnovazební impedance daného bloku a vstupní impedance bloku navazujícího. V grafu tyto impedance představují přímou cestu, která směřuje do proudového uzlu navazujícího bloku. Vynásobením obou impedancí stejným číslem se přenos cesty nemění, takže jsou zachovány přenosy smyček globálních zpětných vazeb, které danou cestu obsahují. Obdobná úvaha platí i pro případné zesilovače napětí. Stejným mechanismem je zajištěna invariance přenosu případné smyčky lokální zpětné vazby. Jediné, co se změní, je přenos přímé cesty mezi proudovým vstupem a výstupem daného bloku, a to a -krát. Tím je věta 2 dokázána.

Větu 2 můžeme využít k optimalizaci dynamického rozsahu filtru „*VIV*“.

Věta 2 nemusí platit v případě, bude-li obvod „VIV“ napojen na obvod „VIV“. Uvažujme například filtr KHN, jehož „VIV-MMC“ graf je na obr. 7b. Na výstup OPA2 jsou napojeny pasivní součástky C_1 , R_4 a R_5 . R_5 nepatří do subobvodu „VIV“ a bude tedy potenciálním zdrojem problémů. Vynásobením impedancí všech tří součástek číslem a dojde k modifikaci parametrů na C_1/a , aR_4 , aR_5 . Analýzou grafu zjistíme, že přenos všech zpětnovazebních smyček zůstává zachován a že přenos přímé cesty ze vstupu do výstupu OPA2 ax vzrostl. Došlo však k modifikaci přenosu vlastní smyčky G_5+G_6 na $G_5/a + G_6$. K dostavení původního přenosu je sice možné změnit G_6 , avšak tím se opět změní celkový zisk.



Obr. 9. Kmitočtové charakteristiky filtru z obr. 1a, a hodnoty součástek dle (3), b snížení maxima přenosu výstupu LP1 na úroveň maxima BP, c snížení maxima přenosu výstupu LP2 na úroveň maxima BP, d finální charakteristiky po celkové optimalizaci součástek.

Věta 3. V obvodu „VIV“ vynásobíme číslem $a \neq 0$ zisk zesilovače napětí a současně všechny impedance, připojené k jeho výstupu. Pak napětí na výstupu tohoto zesilovače se a -krát zvětší a ostatní uzlová napětí se nezmění. Jinými slovy, přenosová funkce ze vstupu do výstupu zesilovače se a -krát zvětší, přenosové funkce do ostatních uzlů zůstanou zachovány.

Z definice obvodu „VIV“ vyplývá, že zesilovač napětí musí být řízen jen ze zdroje napětí (resp. z výstupu operačního zesilovače jako jeho speciálního případu). Pomineme-li singulární případ kaskády zesilovačů, pak výstup zesilovače musí být napojen na pasivní součástku. Invarianci

determinantu grafu zajistíme konstantním součinem zesílení zesilovače a admitance navazující pasivní součástky. Přitom výstupní napětí zesilovače se při vynásobení zesílení změní.

Této větě je možné využít k sledování a optimalizaci horní hranice dynamického rozsahu „*VIV*“ filtrů přeladovaných řízeným zesílením bloků *VCVS*.

Věta 3 opět nemusí platit v případě, bude-li obvod „*VIV*“ napojen na obvod „*VIV*“. Můžeme se o tom přesvědčit na řadě příkladů pomocí metodiky vyložené u vět 1 a 2.

Ukázky optimalizace

Příklad 1 – „*VIV*“ filtr

Uvažujme filtr Tow-Thomas z obr. 1a, který je navržen jako pásmová propust s maximem přenosu 0 dB s výstupem *BP*. Výsledkem předběžného návrhu jsou hodnoty součástek

$$R_1=R_2=R_3=24\text{k}\Omega, R_4=955\Omega, R_5=R_6=1\text{k}\Omega, C_1=C_2=330\text{pF}, \quad (3)$$

kterým odpovídají následující parametry filtru:

$$f_0=100,7\text{kHz}, Q=5,01, B=20,1\text{kHz}.$$

K realizaci použijeme operační zesilovače typu AD826 s tranzitním kmitočtem 50MHz. Výsledky simulace programem MicroCap VI na úrovni SPICE modelu AD826 jsou na obr. 9a. Změřená maxima přenosu v okolí kmitočtu 100kHz jsou: 0,3 dB pro výstup *BP*, 14,3 dB pro výstupy *LPI* a *LP2*.

Je zřejmé, že filtr nemá optimalizovanou horní hranici dynamického rozsahu: *OPA2* a *OPA3* mohou saturovat při poměrně malém vstupním napětí, protože maxima jejich přenosů jsou o 14 dB výše než na výstupu *BP*. Požadované snížení o 14 dB odpovídá číslu $10^{14/20} \doteq 5$.

Nejprve snížíme pětkrát přenos na výstup *LPI*. Podle věty 2 musíme pětkrát zvětšit C_2 a pětkrát zmenšit R_5 : $C_2=1,65\text{ nF}$, $R_5=200\Omega$. Odpovídající charakteristiky jsou na obr. 9b. Všimněte si, že v důsledku reálných vlastností operačních zesilovačů došlo i k modifikaci charakteristiky pásmové propusti na nízkých kmitočtech.

Nyní zmenšíme pětkrát přenos na výstup *LP2*, tj. pětkrát zmenšíme R_6 a R_3 : $R_6=200\Omega$, $R_3=4,8\text{ k}\Omega$. Příslušné charakteristiky jsou na obr. 9c. Horní hranice dynamického rozsahu je optimalizována.

Využijme nyní věty 1 k finální optimalizaci filtru. Věta říká pro konkrétní filtr toto: pasivní součástky rozdělíme do tří nezávislých množin:

$$\begin{aligned} &R_1, R_2, R_3, C_1 \\ &R_4, C_2 \\ &R_5, R_6 \end{aligned}$$

Prvky množiny č. *i* představují rezistory a kapacitory, připojené k vstupu *OPA* č. *i*. Pak platí, že zvětšíme-li odpory v libovolné množině *a*-krát a současně zmenšíme-li kapacitory v této množině *a*-krát, kde $a>0$, pak se přenosové vlastnosti filtru nezmění.

Rozhodneme se změnit kapacitu C_2 zpět z 1,65 nF na 330 pF. C_2 je z množiny č.2, proto zvětšíme R_4 z 955 Ω na 4775 Ω . Dále upravíme R_5 a R_6 z množiny č.3 na původní hodnoty 1k Ω . Obr. 9d ukazuje výsledky simulace obvodu po této konečné úpravě.

Příklad 2 – klasický filtr

Uvažujme filtr typu *KHN* z obr. 1d, který je využíván jako pásmová propust na výstupu *BP*. Parametry f_0 a Q jsou stejné jako v příkladu 1. Výchozí hodnoty součástek jsou následující:

$$R_1=R_2=R_5=R_6=1\text{k}\Omega, R_3=21,4\text{k}\Omega, R_4=965\Omega, C_1=C_2=330\text{pF}. \quad (4)$$

Z výsledků simulace vyplývá, že maximum přenosu pásmové propusti (0 dB) je asi o 13.8 dB níže než maxima na výstupech ostatních operačních zesilovačů. Je tomu tak proto, že činitel jakosti je nevhodně nastaven pomocí odporů R_3 a R_4 namísto R_5 a R_6 .

Pokusíme se zvětšit zisk pásmové propusti vzhledem k ostatním výstupům o 13.5 dB, tj.

$a = 10^{13.8/20} \doteq 4.9$ krát. Protože se však nejedná o filtr „*VIV*“, nemůžeme přímo použít větu 2. Z rozboru „*VIV-MMC*“ grafu na obr. 7b vyplývá následující:

Přenos přímé cesty do výstupu *PP* můžeme zvětšit například zvětšením G_3 . Snížíme-li ve stejném poměru G_4 , přenos přímé cesty do výstupu *LP* zůstane zachován. Současně se tím nezmění přenos smyčky zahrnující oba integrátory, což je jedna z podmínek invariance determinantu grafu.

Zvětšením G_3 však vzrostl přenos smyčky zpětné vazby z výstupu *PP* na vstup, který je možné kompenzovat snížením G_5 . Vlastní smyčka G_5+G_6 však indikuje, že změna G_5 způsobí dodatečnou proporcionální změnu přenosu na všechny výstupy.

Z uvedeného plyne postup optimalizace dynamického rozsahu: G_3 zvětšíme a krát a současně snížíme a krát G_4 . Dále modifikujeme G_5 na bG_5 tak, aby přenos poslední jmenované smyčky zůstal zachován:

$$\frac{aG_3}{-sC_1} \frac{bG_5}{bG_5 + G_6} = \frac{G_3}{-sC_1} \frac{G_5}{G_5 + G_6}. \quad (5)$$

Při vyhodnocování grafu jsme použili pravidlo redukce vlastní smyčky.

Z rovnice (5) vypočteme, že

$$\frac{1}{b} = a + \frac{R_6}{R_5}(a-1) \doteq 8.8 \quad (6)$$

neboli že R_5 je třeba 8.8 krát zvětšit. Nové hodnoty odporů tedy budou $R_3=4.37\text{k}$, $R_4=4.73\text{k}$, $R_5=8.8\text{k}$. Pak budou maxima přenosů na stejné úrovni, která však nyní bude $R_5 / R_6 = 8.8 \doteq 18.9\text{dB}$.

Všimněme si, že přestože filtr *KHN* je hybridním obvodem „*VIV+VIV*“, lze k jeho případné další optimalizaci použít větu 1.

Vazební (vrcholové) grafy

Úvod

Parametry součástek filtru se podílejí na jeho vlastnostech prostřednictvím různě provázaných vztahů, které vyplývají z obvodových funkcí filtru. Nejčastěji sledovanými obvodovými funkcemi jsou přenosy napětí, resp. proudu a imitance.

V dalším se zaměříme na některé otázky, které byly inspirovány následujícími úlohami:

1. Zjišťování, které konkrétní součástky a které jejich parametry mají dominantní vliv na sledované vlastnosti vyvíjeného zařízení.
2. Jakým způsobem je možné kompenzovat reálné vlastnosti použitých součástek pasivní metodou (tj. změnou parametrů jiných součástek) nebo aktivní metodou (změnou topologie).
3. Některé z parametrů součástek jsou změněny (např. v důsledku výměny součástky za jiný typ). Úkolem je nalézt minimální počet jiných parametrů, jejichž variací lze **plně** vykompenzovat účinek původní změny na sledované vlastnosti filtru (úplná kompenzace), nebo nalézt jiné parametry, jejichž variací kompenzujeme účinek původních změn **definovaným způsobem** (částečná kompenzace).

Příkladem může být dvojitý článek $R_1C_1R_2C_2$ typu dolní propust. Zvětšíme R_1 a -krát a hledáme způsob eliminace této změny na napěťový přenos. Univerzální řešení nabízí impedanční normování – zvětšíme a -krát R_2 a ve stejném poměru zmenšíme C_1 a C_2 . Pokud jsou však dílčí články R_1C_1 a R_2C_2 navrženy, resp. realizovány tak, že druhý článek neovlivňuje chování prvního, stačí zmenšit pouze C_1 .

4. Je třeba nalézt minimální počet parametrů, jejichž *proporcionální variací* (viz dále) docílíme požadovaného řízení daných parametrů filtru.

Příkladem je úloha, kdy v aktivním filtru s několika operačními zesilovači máme změnit úroveň přenosu do určitého výstupu, aniž se přitom změní přenosy do ostatních uzlů.

Uvedené typy problémů lze s výhodou řešit pomocí algoritmů symbolické analýzy lineárních obvodů [4], [5], [6], [7]. Výsledkem symbolické analýzy je obvodová funkce v operátorovém tvaru ve formě racionální lomené funkce. Koeficienty polynomů v čitateli a jmenovateli jsou tvořeny součty součinů symbolů parametrů obvodových prvků. Ze symbolického výsledku je tedy zřejmý vliv jednotlivých parametrů na obvodovou funkci. Po dosazení numerických hodnot parametrů získáme semisymbolický výsledek, kde jednotlivé koeficienty obvodové funkce jsou čísla. Pomocí něj pak můžeme snadno zkoumat vliv jednotlivých parametrů na kmitočtové charakteristiky, časové odezvy obvodu, nulové body a póly jeho obvodové funkce.

V dalším textu popíšeme podstatu tzv. vrcholových grafů, které vycházejí ze symbolického popisu obvodových funkcí. Veškeré symbolické výsledky byly získány programovým nástrojem SNAP [6], [7] (**S**ymbolic **N**etwork **A**nalysis **P**rogram).

V této úvodní studii se omezíme na metody úplné kompenzace. Přístupy k částečné kompenzaci pouze naznačíme.

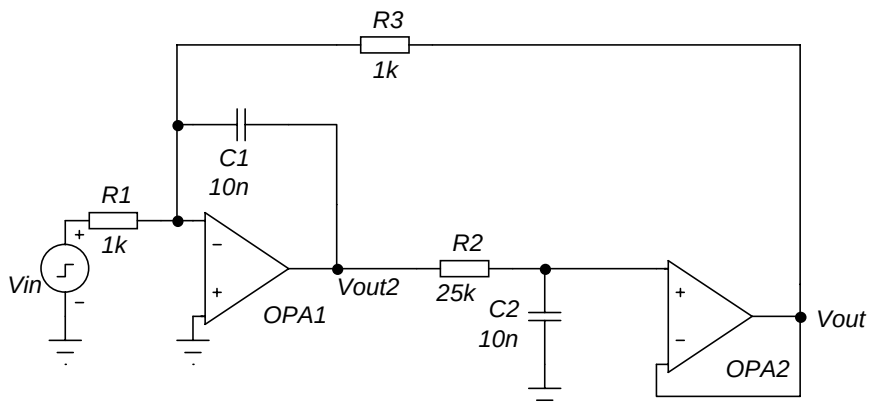
Vysvětlující příklady

Uvažujme aktivní filtr typu dolní propust 2. řádu na obr. 10. Symbolický tvar přenosu napětí je následující:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{1}{b_0 + b_1s + b_2s^2}, \text{ resp. } \frac{V_{out2}}{V_{in}} = -\frac{1 + a_1s}{b_0 + b_1s + b_2s^2},$$

kde

$$a_1 = R_2 C_2 = 250 \mu s, \quad b_0 = R_1 G_3 = 1, \quad b_1 = R_1 C_1 = 10 \mu s, \quad b_2 = R_1 R_2 C_1 C_2 = 2.5 ns^2. \quad (7)$$

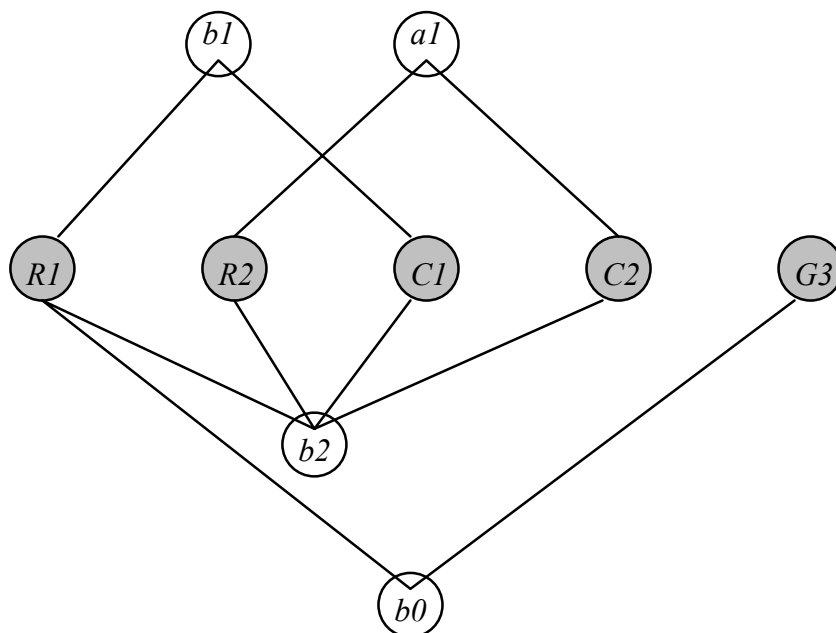


Obr. 10. Příklad aktivního filtru 2. řádu s parametry $f_0=3.2$ kHz a $Q=5$.

Představme si, že kapacita C_1 byla změněna na hodnotu 330pF. Naším úkolem je modifikace minimálního počtu dalších součástek tak, abychom dosáhli zachování původních přenosů do výstupů OUT i $OUT2$.

Kapacita C_1 je snížena v poměru $10nF/330pF=30.3x$. Triviální řešení, které existuje vždy, spočívá v uvedeném zvětšení impedancí **všech** součástek v obvodu. Kromě tohoto řešení však mohou existovat další, kdy stačí modifikovat menší počet součástek. Existence těchto případných řešení závisí na konkrétní topologii obvodu.

Rovnice (7) představují vazební podmínky mezi pěti parametry obvodu R_1 , R_2 , G_3 , C_1 a C_2 . Měníme-li tyto parametry tak, že není narušena platnost vazebních podmínek, pak všechny koeficienty přenosových funkcí zůstanou zachovány. Graficky lze vazební podmínky znázornit grafem podle obr. 11. Nazvěme jej *vazebním*, resp. *vrcholovým grafem*. Podrobnější definice bude uvedena v následující kapitole.



Obr. 11. Vazební graf aktivního filtru z obr. 10.

Ve vazebním grafu jsou uvedeny symboly všech parametrů, které mají vliv na přenosové funkce. Graficky je pak znázorněno, jakým způsobem jsou z parametrů tvořeny koeficienty přenosových funkcí.

Z vazebního grafu je možno vysledovat tyto kauzální vztahy:

Zmenšíme-li kapacitu C_1 a krát, kde $a = 30.3$, musíme v tomtéž poměru zvětšit odpor R_1 , aby koeficient b_1 zůstal konstantní. Zvětšením R_1 nedojde k modifikaci koeficientu b_2 , protože tento závisí na součinu R_1 a C_1 . Změní se však koeficient b_0 . Je proto nutné ještě zmenšit parametr G_3 . Modifikace tohoto parametru již nemá kauzální důsledek na koeficienty přenosu, proces optimalizace může být ukončen. Závěr: Snížení C_1 a krát je plně kompenzovatelné zvýšením R_1 a R_3 a krát.

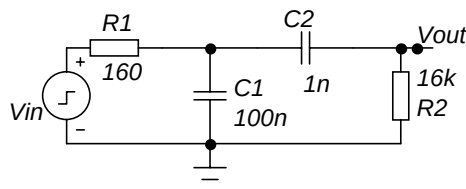
Podobně je možné zjistit, jak plně kompenzovat změnu C_2 : postačí zachovat konstantní součin $R_2 C_2$.

Uvažujme ještě pasivní RC pásmovou propust na obr. 12. Přenosová funkce je ve tvaru

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{a_1 s}{1 + b_1 s + b_2 s^2},$$

kde

$$a_1 = R_2 C_2 = 16 \mu s, \quad b_1 = R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 = 32.16 \mu s, \quad b_2 = R_1 R_2 C_1 C_2 = 256 ps^2. \quad (8)$$

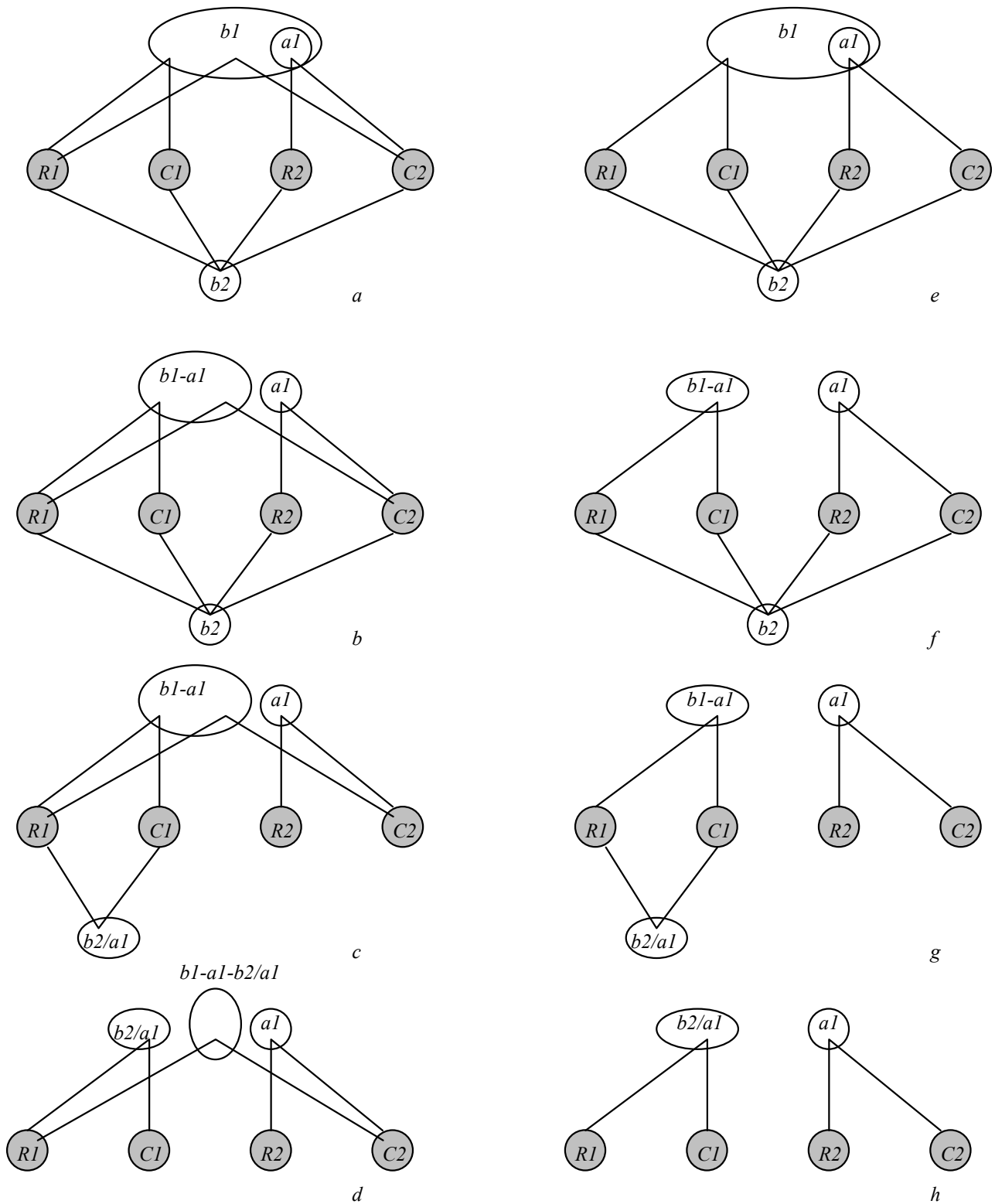


Obr. 12. Příklad pasivní RC pásmové propusti o $f_0=10\text{kHz}$.

Graficky lze vazební podmínky znázornit vazebním grafem podle obr. 13 *a*. V levé části obr. 13 (podobrázky *a-d*) je zachycen postup jeho zjednodušování. Vezmeme-li však v úvahu číselné hodnoty parametrů a zanedbáme-li člen $R_1 C_2$ ve výrazu pro koeficient b_1 (chyba pod 0,5%), vznikne redukovaný vazební graf na obr. 13 *e*. Pravá část obrázku (podobrázky *e-h*) pak znázorňuje jeho postupné zjednodušování.

Například součinné větve spojující parametry R_2 - C_2 s vrcholem a_1 představují graf první z rovnic (7). Na obr. 13(a) jsou zkonstruovány celkem tři vrcholové grafy odpovídající třem rovnicím (7). Dosazením první z rovnic do druhé dojde k úpravě, které odpovídá rozdělení součtového vrcholu b_1 (viz obr. *b*). Dosazení první rovnice do třetí odpovídá redukce vrcholu b_2 na b_2/a_1 (viz obr. *c*). Tím je definován součin $R_1 C_1$, což umožní v konečné fázi rozštěpit součtový vrchol na dva jednoduché (obr. *d*). Výsledný graf neobsahuje smyčky a spojuje souvislou cestou všechny parametry. Znamená to, že změníme-li libovolný parametr, musíme pak v zájmu zachování přenosové funkce odpovídajícím způsobem změnit všechny ostatní parametry z množiny $[R_1 \ C_1 \ R_2 \ C_2]$. Například změna vyjádřená vztahem $R_1 \rightarrow a R_1$, kde a je libovolné kladné reálné číslo, musí být doprovázena změnami $C_1 \rightarrow C_1 / a$, $R_2 \rightarrow a R_2$, $C_2 \rightarrow C_2 / a$ (tzv. proporcionální variace). Jedná se o známé impedanční normování. Variace parametrů je charakterizována jedním stupněm volnosti.

Z redukovaného grafu a jeho postupné úpravy vyplývá, že za daných podmínek je možné optimalizovat obvod tak, jako kdyby sestával ze dvou neovlivňujících se RC článků: stačí udržovat konstantní obě časové konstanty $R_1 C_1$ a $R_2 C_2$. Výsledný vazební graf se rozpadá na dva disjunktní subgrafy, kterým odpovídají dvě nezávislé vazební podmínky. Variovat parametry nyní můžeme s dvěma stupni volnosti.



Obr. 13. Vazební graf obvodu z obr. 1 a jeho postupné zjednodušování: *a-d* úplný, *e-h* redukovaný se zanedbáním „slabých“ vazeb. Platí: $b_1 - a_1 = R_1 C_1 + R_1 C_2$ (úplný graf), resp. $R_1 C_1$ (redukovaný); $b_2 / a_1 = R_1 C_1$; $b_1 - a_1 - b_2 / a_1 = R_1 C_2$ (úplný graf), resp. 0 (redukovaný).

Vazební (vrcholový) graf

Nechť obvodové funkce závisí na m parametrech $P = [p_1, p_2, \dots, p_m]$. Parametry jsou spojeny celkem n vazebními podmínkami typu

$$F^j(P)=f^j, j=1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

kde f^j jsou konstanty (například koeficienty přenosových funkcí).

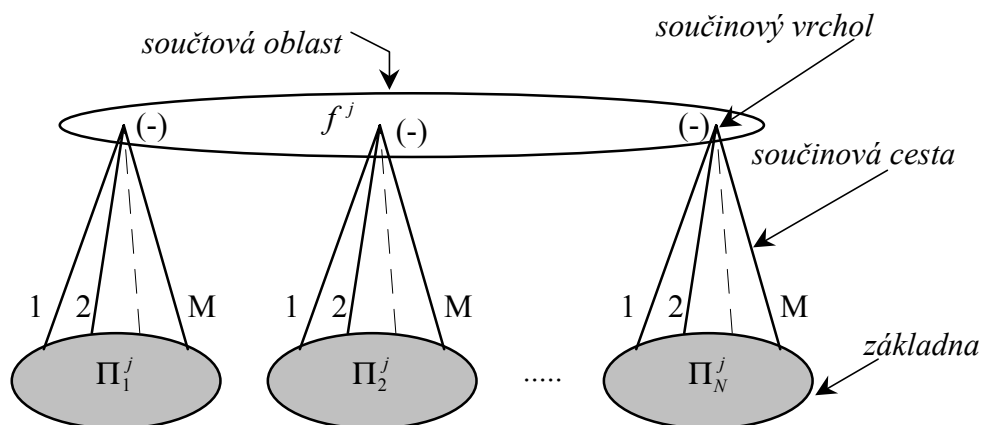
Při symbolické analýze lineárních obvodů má funkce F speciální tvar: jedná se o algebraický součet N součinů Π_k ($k=1,2,\dots,N$) M tic parametrů, kde N a M jsou přirozená čísla. Některé M tice mohou podle povahy úlohy vstupovat do součtu se záporným znaménkem:

$$F^j = \sum_{k=1}^N (\pm \Pi_k^j) = f^j, j=1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

Rovnici (10) odpovídá vazební graf na obr. 14.

V bodech, kterým říkáme vrcholy součinů nebo zkráceně vrcholy, se sbíhají tzv. součinnové cesty, které vycházejí z jednotlivých parametrů dané M -tice. M -tice tvoří tzv. základnu. Z matematického hlediska vrchol představuje vzorec daného součinu parametrů v základně. Ve skutečnosti je běžné, obsahují-li jednotlivé základny některé společné parametry.

V jednoduchém případě je vazební podmínka (10) tvořena jen jedním součinem. Pak hovoříme o grafu s jednoduchým vrcholem (resp. jednoduchém grafu). V případě součtu několika součinů se jedná o graf s vícenásobným vrcholem (resp. vícenásobný graf), který je vnořen do tzv. součtové oblasti. Z matematického hlediska součtová oblast představuje vzorec (10). Vstupují-li některé součiny do součtu se záporným znaménkem, označí se tento fakt k příslušnému vrcholu (viz obr. 14).



Obr. 14. K definici vazebního grafu.

Celkový vazební graf obvodu vznikne sloučením dílčích grafů jednotlivých vazebních podmínek. Vyhodnocením grafu je možné získat řadu informací potřebných k optimalizaci, například které parametry lze nezávisle variovat při zachování cílových funkcí.

Algoritmické využití vazebních grafů

Úvodní příklady ilustrovaly jednu z možností využití vazebních grafů k následné optimalizaci obvodu. Algoritmické využití těchto grafů k počítačové optimalizaci lze uskutečnit v následujících krocích:

1. Algoritmické generování potřebných obvodových funkcí v symbolickém tvaru.
2. Definice vazebních podmínek v návaznosti na cíl optimalizace.
3. Interpretace vazebního grafu v datové struktuře.
4. Algoritmické zjednodušování vazebního grafu na tzv. minimální tvar.
5. Využití minimálního grafu k finální optimalizaci.

Detailní popis jednotlivých etap, zejména kroků č. 3 a 4, přesahuje rámec této úvodní studie. Tyto otázky budou předmětem dalšího výzkumu.

Vyhodnocení vazebního grafu

Vyhodnocením vazebního grafu rozumíme postup, vedoucí k rozdělení všech parametrů obvodu do dílčích množin. V rámci těchto množin je možno parametry modifikovat způsobem, který vyplývá rovněž z vyhodnocení grafu, aniž dojde k modifikaci sledovaných parametrů obvodové funkce.

Typickým výsledkem vyhodnocování grafu je jeho postupná úprava (transformace) na vzájemně izolované subgrafy, kterým odpovídají vzájemně nezávislé vazební podmínky mezi určitými parametry. Každý subgraf pak vyjadřuje hyperplochu, po níž se mohou pohybovat dané parametry, aniž dojde ke změně příslušného koeficientu obvodové funkce.

Prohlédneme si vazební graf na obr. 4 b. Z grafu je patrné, že při variaci součástí je třeba dodržet konstantní součiny R_2C_2 , $R_1C_1R_2C_2$ a součet součinů $R_1C_1+R_2C_2$. Tomu odpovídá dekompozice grafu do tří dílčích grafů:

1. jednoduchý graf o základně R_2C_2 a vrcholu a_1 ,
2. jednoduchý graf o základně $R_1C_1R_2C_2$ a vrcholu b_2 ,
3. dvojitý graf o základnách R_1C_1 a R_2C_2 a vrcholu b_1 .

Například první z grafů říká, že zvětšení R_2 musí být bezpodmínečně kompenzováno zmenšením C_2 . Návaznost na graf č.2 zase ukazuje, že je třeba zachovat konstantní součin R_1C_1 . Graf č. 3 již nepřináší další omezení, pouze vyjadřuje skutečnost plynoucí z interakce grafů č. 1 a 2, totiž že součet obou součinů musí být konstantní.

Jinými slovy, z rozboru grafu lze vyčíst informaci o nezávislé variaci parametrů ve dvou množinách- $[R_1 C_1]$ a $[R_2 C_2]$.

Při optimalizaci složitých obvodů, jejichž vazební podmínky vedou na rozsáhlé grafy, je vhodné používat algoritmy vyhodnocování grafů, které identifikují dané množiny automaticky. Jeden z algoritmů popíšeme v následující kapitole. Hledáním obecných algoritmů zjednodušování se budeme zabývat v budoucnu.

Příklad algoritmu vyhodnocování

Níže popsany algoritmus je založen na předpokladu, že v každé základně vazebního grafu musí být případné variace parametrů obou znamének. Kladnou, resp. zápornou variaci je možno označit symbolem 1, resp. 0. Do speciální tabulky vypíšeme všechny povolené kombinace variací: například obsahuje-li základna tři parametry, budou povolené variace

001, 010, 101, 110, 101, 011

(variace 000 a 111 nejsou povoleny, protože jsou pouze jednoho směru).

Takto do tabulky vepíšeme povolené variace parametrů v základnách všech subgrafů.

V druhé fázi vyloučíme všechny kombinace, které jsou v logickém sporu.

V třetí fázi vyhodnotíme booleovské vazby mezi jednotlivými parametry, což nám umožní rozčlenění parametrů do podmnožin.

Jako příklad uveďme graf na obr. 11, který odpovídá aktivnímu filtru z obr. 10. Odpovídající tabulka Tab. 2 je uvedena níže.

Šedě označené řádky představují vyloučené kombinace, které v obvodu nemohou nastat. Například v řádku č. 7 došlo ke kombinaci $[R_1 C_1] = [0 0]$, což je nedovolená kombinace nad základnou s vrcholem b_1 . Po vyloučení zůstává 10 řádků k dalšímu vyhodnocení.

Z tabulky zjistíme souvislosti v změnách jednotlivých parametrů. Začneme parametrem R_1 . Zjistíme souvislost s parametrem R_2 porovnáním údajů v příslušných sloupcích R_1 a R_2 . Je zřejmé, že tyto parametry spolu nesouvisí (např. v řádce 9 je $[0\ 0]$, ale v řádce 12 je $[0\ 1]$). Vázány jsou však parametry R_1 a C_1 , a to inverzí, a taktéž parametry R_1 a G_3 (rovněž inverzí). Znamená to, že růst R_1 lze kompenzovat poklesem C_1 , resp. G_3 . Z tabulky lze identifikovat ještě jednu závislou dvojici, a to R_2 a C_2 (rovněž inverze). Výsledky souhlasí s předběžným rozбором obvodu, který byl proveden v kapitole „Vysvětlující příklady“.

No.	R_1	R_2	C_1	C_2	G_3	vrchol
1		1		0		a_1
2		0		1		
3	1				0	b_0
4	0				1	
5	1		0			b_1
6	0		1			
7	0	0	0	1		b_2
8	0	0	1	0		
9	0	0	1	1		
10	0	1	0	0		
11	0	1	0	1		
12	0	1	1	0		
13	0	1	1	1		
14	1	0	0	0		
15	1	0	0	1		
16	1	0	1	0		
17	1	0	1	1		
18	1	1	0	0		
19	1	1	0	1		
20	1	1	1	0		

Tab. 2. Tabulka vazeb odpovídající grafu na obr. 11.

Kdybychom zopakovali algoritmus pro pasivní RC článek z obr. 12, resp. jeho graf z obr. 13 *a*, nezjistili bychom žádnou souvislost parametrů. Znamená to, že kromě klasického impedančního normování nelze nalézt žádnou jinou exaktní metodu optimalizace. V případě zjednodušeného grafu na obr. 13 *e* již algoritmus nalezne nezávislé dvojice parametrů R_1C_1 a R_2C_2 .

Příklad využití vrcholových grafů

Filtr typu KHN z obr. 1d) se z hlediska výstupu na $OPA1/OPA2/OPA3$ se chová jako horní/pásmová/dolní propust. Symbolická analýza programem SNAP [6], [7] vede k následujícím výsledkům:

Jmenovatel příslušných přenosových funkcí je ve tvaru $b_2s^2 + b_1s + b_0$, kde

$$b_2 = R_2R_3R_4C_1C_2(R_5 + R_6), \quad b_1 = R_4R_6C_2(R_1 + R_2), \quad b_0 = R_1(R_5 + R_6). \quad (11)$$

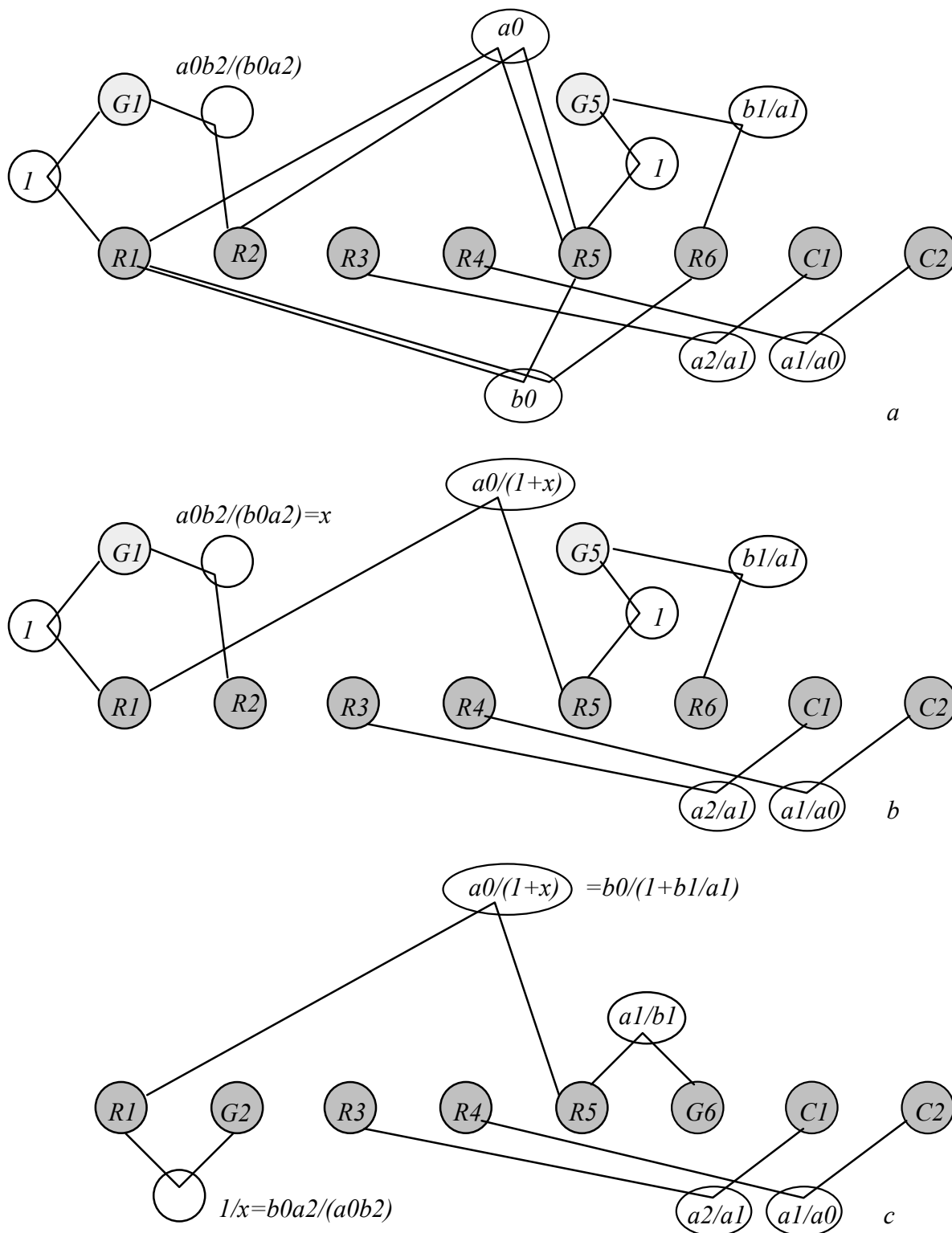
Čitatele přenosových funkcí pro $HP/PP/DP$ jsou $a_0, -a_1s, a_2s^2$,

$$a_0 = R_5(R_1 + R_2), \quad a_1 = R_4R_5C_2(R_1 + R_2), \quad a_2 = R_3R_4R_5C_1C_2(R_1 + R_2). \quad (12)$$

Úkolem je nalézt disjunktní množiny parametrů součástí, jejichž proporcionální variace nebudou mít vliv na žádnou z přenosových funkcí.

Vazební graf sestavený z rovnic (11) a (12) je poměrně složitý a nepřehledný. Aplikací zjednodušujících pravidel, která zde není možné popisovat, lze docílit transformace na graf uvedený na obr. 15 a, který odpovídá takto upraveným rovnicím (11) a (12):

$$\begin{aligned} a_0 &= R_5(R_1 + R_2), \quad a_1/a_0 = R_4C_2, \quad a_2/a_1 = R_3C_1, \\ b_0 &= R_1(R_5 + R_6), \quad b_1/a_1 = R_6G_5, \\ a_0b_2/(a_2b_0) &= R_2G_1 \end{aligned} \quad (13)$$



Obr. 15. Vrcholový graf aktivního filtru typu KHN z obr. 1d, a výchozí, b upravený, c minimální s transformovanou základnou.

V rovnicích figurují parametry G_1 a G_5 , které lze do grafu začlenit s využitím rovností $R_1 G_1 = 1$ a $R_5 G_5 = 1$. Další úpravou grafu lze redukovat dvojnásobné vrcholy a_0 a b_0 (viz upravený graf na obr. 15 b. Minimální graf na obr. 15 c se skládá z tří disjunktních subgrafů. Nalezli jsme tři hledané podmnožiny parametrů: $[R_1 R_2 R_5 R_6]$, $[R_3 C_1]$, $[R_4 C_2]$.

Částečná kompenzace

Tam, kde je úplná kompenzace principiálně nemožná, přistoupíme k částečné kompenzaci. První fází je zjednodušení grafu vypuštěním „slabých“ vazeb. Ve skutečnosti je tato fáze velmi důležitá a měla by být provedena s ohledem na očekávanou přípustnou změnu v charakteristikách (např. kmitočtových) obvodu. V prvním přiblížení se může jednat o vypouštění těch částí vícenásobného grafu, které mají definovaně malý vliv na celkový součet ve vrcholu. Do procesu optimalizace často vstupují omezující podmínky, které mohou narušovat princip opačných variací parametrů v základně. Pak nelze k vyhodnocování grafu použít jednoduchý algoritmus z kapitoly „Příklad algoritmu vyhodnocování“. Přesto vazební graf i v těchto případech může hrát roli důležitého nástroje optimalizace. Tyto postupy budou předmětem dalšího výzkumu.

Další rozpracování teorie vrcholových grafů

Širší praktická použitelnost vrcholových grafů je podmíněna následujícími faktory:

- Vybudování „stavebních prvků“ teorie vrcholových grafů, příslušné terminologie a definic.
- Formulace a důkaz některých důležitých existenčních vět.
- Formulace obecných pravidel pro zjednodušování vrcholových grafů.
- Nalezení obecného algoritmu pro vyhodnocování grafu.

V dalším textu se pokusíme o úvodní formulaci terminologie a definic a o náčrt dalších problémů k řešení.

Terminologie a definice

Proměnná: Parametr obvodu, vyjádřený symbolem p_i , vstupující do procesu optimalizace.

Upravená množina proměnných: Množina proměnných $P = [p_1, p_2, \dots, p_m]$. Musí mít tu vlastnost, že vazební podmínky jsou ve formě „součtů součinů proměnných“ (rovnice 10).

Vazební podmínka: podmínka, kterou jsou vázány proměnné mezi sebou:

$$F^j(P) = f^j$$

kde f^j je reálná konstanta.

Při symbolické analýze lineárních obvodů má funkce F speciální tvar: jedná se o algebraický součet N součinů Π_k ($k=1, 2, \dots, N$) M tic parametrů, kde N a M jsou přirozená čísla. Některé M tice mohou podle povahy úlohy vstupovat do součtu se záporným znaménkem:

$$F^j = \sum_{k=1}^N (\pm \Pi_k^j) = f^j, j=1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

Množina nezávislých vazebních podmínek: Soubor všech vazebních podmínek, vstupujících do optimalizace, které tvoří soustavu navzájem nezávislých nelineárních rovnic. Znamená to, že žádná vazební podmínka nemůže být odvozena z libovolných jiných vazebních podmínek.

Závislé vazební podmínky: Soubor vazebních podmínek, které tvoří soustavu navzájem závislých nelineárních rovnic. Znamená to, že určitá vazební podmínka může být odvozena z některých jiných vazebních podmínek.

Vrcholový (vazební) graf: grafické znázornění množiny všech vazebních podmínek.

Vrcholový (vazební) subgraf: grafické znázornění množiny některých vazebních podmínek.

Rovnici (10) odpovídá vrcholový graf na obr. 14.

V bodech, kterým říkáme vrcholy součinů nebo zkráceně **vrcholy**, se sbíhají tzv. **součinnové cesty**, které vycházejí z jednotlivých parametrů dané M-tice. M-tice tvoří tzv. **základnu**. Z matematického hlediska vrchol představuje vzorec daného součinu parametrů v základně. Ve skutečnosti je běžné, obsahují-li jednotlivé základny některé společné parametry. Počet **prvků** (proměnných) základny se nazývá **délka základny**.

V jednoduchém případě je vazební podmínka (10) tvořena jen jedním součinem. Pak hovoříme o grafu s **jednoduchým vrcholem** (resp. jednoduchým grafu). V případě součtu několika součinů se jedná o graf s **vícenásobným vrcholem** (resp. vícenásobný graf), který je vnořen do tzv. **součtové oblasti**. Z matematického hlediska součtová oblast představuje vzorec (10). Vstupují-li některé součiny do součtu se záporným znaménkem, označí se tento fakt k příslušnému vrcholu (viz obr. 14). Parametr f^j je tzv. **váha vrcholu**.

Celkový vazební graf obvodu vznikne sloučením dílčích grafů jednotlivých vazebních podmínek.

Základna grafu je tvořena úplnou množinou upravených proměnných P . Je zřejmé, že základna grafu se obecně skládá z dílčích vzájemně se prolínajících základěn jednotlivých subgrafů.

Průnik základen: množina prvků, společná daným základnám.

Sjednocení základen: množina prvků, obsahující všechny prvky daných základen.

Separované (disjunktní) základny: jsou základny, jejichž průnik je prázdná množina.

Vnořené (konjunktní) základny: jsou základny, jejichž průnik je neprázdná množina.

Společná délka základen: délka průniku daných základen.

Počet stupňů volnosti základny: počet prvků základny, které lze nezávisle měnit.

Počet stupňů volnosti grafu: počet prvků základny grafu, které lze nezávisle měnit.

Volná základna: základna a alespoň jedním stupněm volnosti.

Pevná základna: základna, která má nulový stupeň volnosti.

Separované grafy: grafy, jejichž základny jsou disjunktní a současně které nemají společné žádné součinnové větve.

Smyčka: uzavřená cesta vedoucí součinnovými větvemi za podmínky, že žádnou z větví nesmí projít více než jednou.

Regulární graf: graf, reprezentující řešitelnou soustavu rovnic.

Singulární graf: graf, reprezentující neřešitelnou soustavu rovnic.

Redundandní vrchol: vrchol, představující redundandní vazební podmínku.

Redundandní graf: graf, obsahující redundandní vrchol(y).

Minimální graf: graf, neobsahující žádný redundandní vrchol.

Jednoduchý graf: graf obsahující pouze jednoduché vrcholy.

Rozvětvený graf: graf obsahující vícenásobné vrcholy.

Ekvivalentní graf: dva grafy jsou ekvivalentní, jestliže jejich příslušné minimální grafy představují ekvivalentní vazební podmínky.

Nevyřešené problémy

1. Věta o existenci/neexistenci rozkladu obecného grafu na ekvivalentní separované jednoduché grafy.
2. Věta o regularitě/singularitě grafu.
3. Věta o počtu stupňů volnosti grafu složeného ze subgrafů o známých stupních volnosti.
4. Věta o optimální volbě základny grafu.
5. Systém pravidel postupného zjednodušování grafu.
6. Obecný algoritmus vyhodnocování grafu.

Závěry

V první části zprávy je ukázán postup, jak aktivní filtr rozložit na subobvody „ VIV “ a „ $\overline{VIV}$ “. Jsou demonstrovány způsoby grafových popisů obou typů subobvodů a jejich spojení. Na základě rozboru vlastností daných grafů jsou formulovány věty, které umožňují postupnou optimalizaci horní hranice dynamického rozsahu a optimalizaci rozložení hodnot součástek ve filtru podle požadavků návrháře.

Dále jsou definovány některé typické problémy optimalizace lineárních analogových obvodů. Jsou definovány tzv. vazební (vrcholové) grafy, které lze generovat na základě symbolické analýzy obvodu a případně zjednodušovat na základě semisymbolické analýzy. Vyhodnocením vazebního grafu získáváme konkrétní informace o povolených variacích parametrů prvků tak, aby byly naplněny požadované cílové funkce.

Popsaná metodika umožňuje vytvářet algoritmy, které obecně hledají vzájemné vazby mezi parametry součástek složitého lineárního dynamického systému. Tyto vazby jsou definovány vlastnostmi požadovaných obvodových funkcí. Typické příklady použití jsou optimalizace poměrů součástek a dynamického rozsahu aktivního filtru a kompenzace vlivu nežádoucích změn dílčích parametrů součástek na celkové vlastnosti obvodu.

Literatura

- [1] BIOLEK,D.-BIOLKOVÁ,V.: Modelling and Optimization of Active Filters by Hybrid "VIV-MMC"-graphs. CSCC'00 Vouliagmeni-Athens (Greece), 2000, pp. 1321-1326. ISBN 960-8052-19-X. Invited paper. Publikováno též v knize "Systems and Control: Theory and Applications", World Scientific, Electrical and Computer Engineering Series, 2000. Editor N. MASTORAKIS, pp. 381-386. ISBN 960-8052-11-4.
- [2] BIOLEK,D.-BIOLKOVA,V.: Optimization of Filters with grounded OpAmps using "VIV"-graphs. ICT2000 Acapulco (Mexico), May 2000. Vol. 1, pp. 602-605. ISBN 968-36-7763-0.
- [3] BIOLEK,D.-KOLKA,Z.: Optimization of Analogue Filters for Telecommunications using Symbolic and Semisymbolic Approach. ICT2000 Acapulco (Mexico), May 2000. Vol. 1, pp. 606-609. ISBN 968-36-7763-0.
- [4] BIOLEK,D.-BIOLKOVÁ,V.: Optimization of Linear Systems using Symbolic Modelling. MS2000, Las Palmas de Gran Canaria (Spain), pp. 701-707.
- [5] BIOLEK,D.-BIOLKOVÁ,V.: Optimization of Frequency Filters via Symbolic Algorithms. In *Proceedings of 23rd the International Conference Telecommunications and Signal Processing TSP 2000*, Brno, pp. 149-152.
- [6] BIOLEK, D.-KOLKA,Z.: SNAP – program for symbolic, semisymbolic, and numerical analyses of electronic circuits. In *Proceedings of the International Conference of Medical, Electrical, Electronically and Computer Applications*. Lattakia (Syria) 2000, October 2000.
- [7] BIOLEK,D.: SNAP – program with symbolic core for educational purposes. Signal Processing, Communications and Computer Science. Word Scientific and Engineering Society Press, USA, 2000, pp. 195-198.
- [8] BIOLEK,D.: "Computer supported analysis of linear systems". Invited lecture, Rio de Janeiro (Brazil), Instituto Militar de Engenharia, Departamento de Engenharia Elétrica, March 2000.
- [9] SCHAUMANN,R.-GHAUSI,M.S.-LAKER,K.R.: Design of Analog Filters. Prentice Hall, 1990.
- [10] KUO,B.C.: Linear Networks and Systems. McGraw-Hill Book Company, 1967.
- [11] GREGORIAN,R.-MARTIN,K.-TEMES,G.: Switched Capacitor Circuit Design. Proc. IEEE, 1983, pp. 941-956.
- [12] GREGORIAN,R.-TEMES,G.: Analog MOS Integrated Circuits for Signal Processing. John Wiley&Sons, 1986.