

ANALOGOVÉ FILTRY NA BÁZI DISKRÉTNÍCH OBVODŮ FIR

Úvod

Funkční bloky a řetězce s konstantním skupinovým zpožděním jsou vyžadovány v řadě dnešních aplikací zpracování signálů. Jmenujme alespoň filtraci signálu s minimalizovaným fázovým zkreslením před analogově číslicovým převodem, korektory fázového zkreslení v přenosových vedeních, syntézu lineárních zpožďovacích členů pro pulsní kompresi nebo některé části splitterů pro modulátory na principu fázového klíčování.

Klasické analogové filtry, ať už pasivní nebo aktivní, vykazují vždy nelineární fázovou kmitočtovou charakteristiku. Existence této nelinearity je u těchto filtrů principiální a volbou vhodných aproximací amplitudové kmitočtové charakteristiky se lze v určitém kmitočtovém pásmu pouze přiblížit k ideálnímu průběhu.

Diskrétní a číslicové filtry nabízejí východisko ve formě filtrů s konečnou impulsní odezvou (filtry FIR), které po splnění určitých podmínek vykazují principiálně zcela lineární fázovou kmitočtovou charakteristiku (konstantní skupinové zpoždění) v celém kmitočtovém pásmu. Takovéto filtry lze realizovat nerekurzivní realizační strukturou, jejíž páteř je tvořena řadou zpožďovacích registrů, případně speciálními rekurzivními strukturami.

Nabízí se několik možností, jak realizovat struktury diskretních filtrů pro účely zpracování analogového signálu. Jednou z možností je realizace zpožďovacích registrů obvodu typu Sample-Hold (SH), resp. Track-Hold (TH). Další možností je použít techniku spínaných kapacitorů. Zpožďovací registry je možno také nahradit analogovými fázovacími články. Nakonec není vyloučena ani použití zpětné bilineární transformace, která transformuje systémovou funkci v rovině z na přenosovou funkci analogového „ekvivalentu“ s následnou realizační úlohou v rovině p .

Práce, které by se zabývaly konstrukcí analogových aktivních filtrů na bázi diskretních filtrů FIR, jsou publikovány jen ojediněle. Postupně nastíníme možnosti a omezení výše vyjmenovaných přístupů.

Simulace diskretních realizačních struktur spínanými obvody

Filtry FIR mohou být principiálně snadno realizovány pomocí obvodů se spínanými kapacitami nebo příbuznými spínacími technikami. Bloky zpoždění lze pomocí spínaných obvodů realizovat velmi „přirozeným“ způsobem, takže se nabízí jednoduchá možnost analogového zpracování signálu nerekurzivními strukturami. Ve skutečnosti však nastávají vážné problémy v etapě realizační úlohy, které souvisejí s výběrem vhodných součástek a s jejich reálnými vlastnostmi pro vzorkovací frekvence blízké 1 MHz.

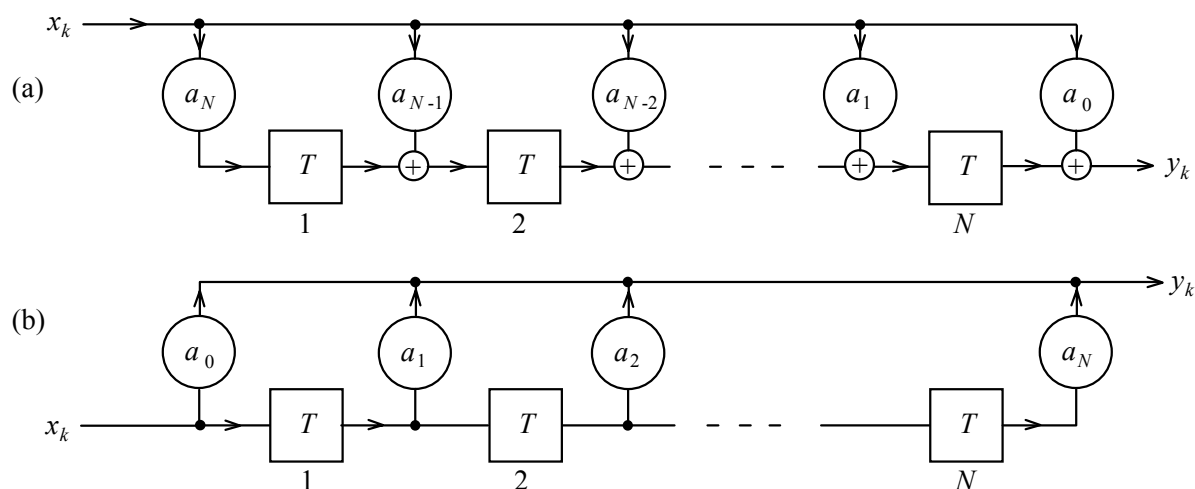
Nerekurzivní realizační struktury diskretních filtrů

Diskretními prototypy pro náš návrh budou filtry FIR s konstantním skupinovým zpožděním, tj. filtry s tzv. symetrickou, resp. inverzně symetrickou impulsní odezvou. Na obr. 1 jsou uvedeny známé nerekurzivní struktury, tzv. 1. a 2. realizační struktura. Příslušející systémová funkce v rovině z je pro obě struktury identická:

$$K(z) = \sum_{k=0}^N a_k z^{-k} \quad (1)$$

kde N je řád filtru. Koeficienty systémové funkce mohou být navrženy na základě požadavků definovaných ve frekvenční oblasti, a to některou ze standardních návrhových metod. V závislosti

na charakteru filtrace musí být vzorkovací frekvence volena s dostatečným odstupem od kmitočtů pracovních, obvykle alespoň 30-100 krát výše. Ve skutečnosti je však maximální vzorkovací frekvence omezena reálnými vlastnostmi diskretních součástek, zejména analogových spínačů a operačních zesilovačů.

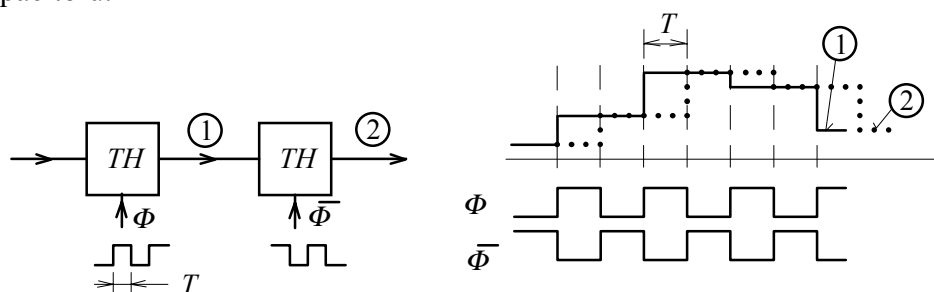


Obr. 1. První (a) a druhá (b) realizační struktura diskretního filtru FIR.

Struktura s obvody TH.

Existuje několik možností, jak realizovat bloky zpoždění T ($T = 1/F_V$). Řešení na obr. 2 využívá obvody Track-Hold (TH) s inverzními vzorkovacími signály. Koeficienty systémové funkce mohou být implementovány vhodnou rezistivní sítí s operačními zesilovači.

Dále ukážeme, že první realizační struktura umožňuje efektivní syntézu založenou na technice spínaných kapacitorů.



Obr.2. Možná realizace bloků zpoždění pomocí obvodů Track-Hold.

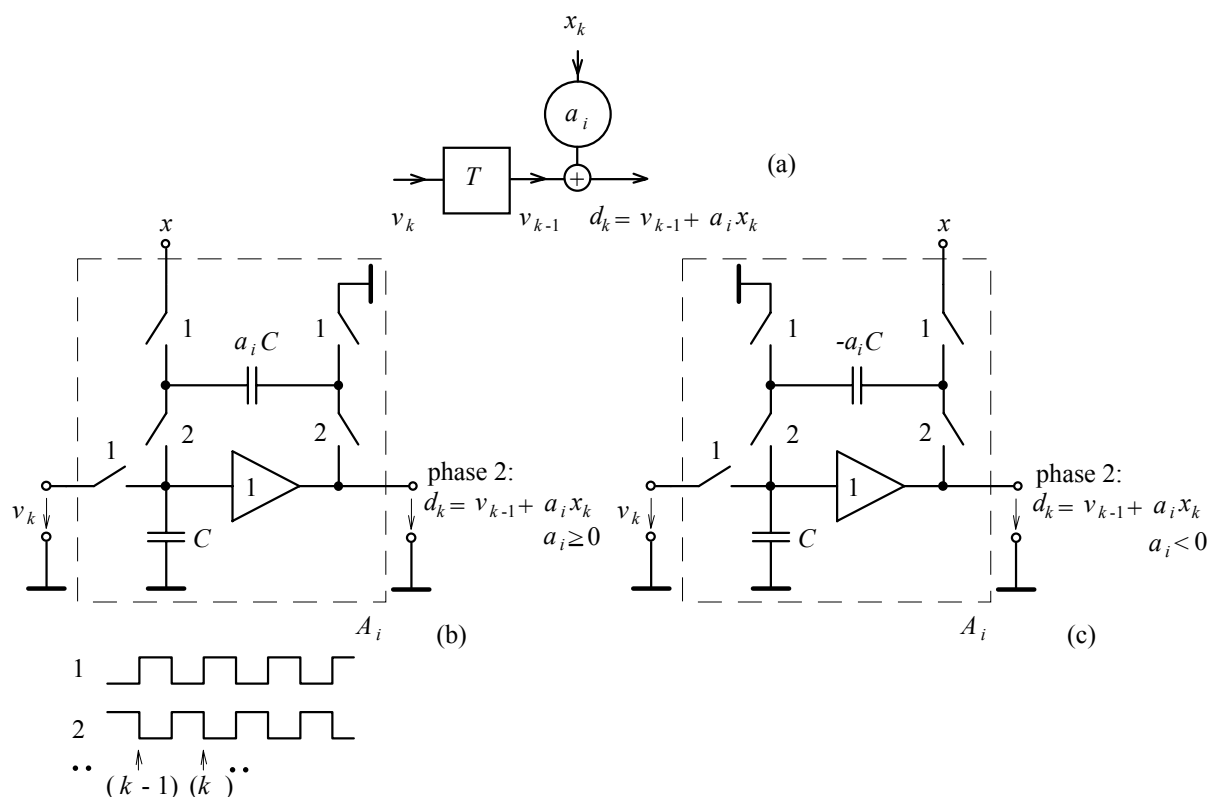
Struktura s bloky SC.

Princip je naznačen na obr.3. Spínač blíže signálového zdroje spolu s kapacitorem C a jednotkovým zesilovačem tvoří obvod TH. Během spínací fáze 1 je kapacitor nabíjen na napětí v . Současně je kapacitor $a_i C$ nabíjen na napětí x . Ve fázi 2 je kapacitor $a_i C$ připojen mezi vstupní a výstupní uzel jednotkového zesilovače a jeho náboj je přesunut do kapacitoru C . Výstupní napětí je po tomto přesunu popsáno rovnicí na obr.3. Záporný koeficient systémové funkce může být snadno realizován po záměně vývodů, přes něž se nabíjí kapacitor ze zdroje x , jak je naznačeno na obr. 3c.

Jak bude ukázáno na příkladu, filtr řádu N může být sestaven pomocí $5N$ spínačů, $N+1$ jednotkových zesilovačů, $2N$ kapacitorů a 2 rezistorů.

Pro filtry s frekvencemi propustného pásma kolem 100kHz je potřebné použít vzorkovací frekvenci kolem 10MHz. Na těchto frekvencích můžeme očekávat vážné realizační problémy.

Dalším problémem je složitost filtru: řád filtru FIR je mnohem vyšší než v případě zpětnovazebních struktur při dosažení porovnatelných strmostí amplitudových kmitočtových charakteristik. Z těchto důvodů je diskretní realizace reálná jen pro filtry nižších řádů. Jediná cesta jak realizovat struktury FIR vysokých řádů je vyvinout speciální integrované stavební bloky FIR.



Obr. 3. (a) Část filtru FIR podle 1. realizační struktury, (b), (c) spínaný funkční blok pro kladný a záporný koeficient systémové funkce.

Součástky a obvodové varianty vhodné pro diskretní realizaci.

Pro diskretní realizaci se jeví jako zvlášť vhodné následující integrované obvody:

Vzorkovací zesilovače:

AD9101 - monolitický SH obvod, vzorkovací kmitočet 125 MHz

Multiplexery:

AD8182 - dvojitý rychlý video multiplexer, doba spínání/rozpínání 10ns

LT1205 - levnější varianta AD8182, doba spínání/rozpínání 25ns

AD8170 - rychlý multiplexer, doba spínání/rozpínání 10ns, interní proudový zesilovač

Spínače:

ADG201HS - rychlý čtyřnásobný spínač, t_{ON} a t_{OFF} max. 50ns.

MAX4501/2 - rychlý jednoduchý spínač, $t_{ON} \approx 16ns$, $t_{OFF} \approx 10ns$.

MAX4521/2/3 - rychlý čtyřnásobný spínač, $t_{ON} \approx 45ns$, $t_{OFF} \approx 15ns$.

HI-201HS - rychlý čtyřnásobný spínač, $t_{ON} \approx 30ns$, $t_{OFF} \approx 40ns$.

MAX4526 - spínač typu „phase reversal“, $t_{ON} \approx 150ns$, $t_{OFF} \approx 120ns$.

Buffery:

BUF04 - rychlý buffer, šířka pásma 110MHz, rychlost přeběhu 3000V/ μs , optimalizovaný pro kapacitní zátěž.

- BUF600/601 - rychlý buffer, šířka pásma až 900MHz, rychlost přeběhu 3600V/μs.
- OPA633 - rychlý buffer, šířka pásma 260MHz, rychlost přeběhu 2500V/μs, výstupní proud až 100mA.
- MAX4005 - rychlý buffer, šířka pásma 950MHz.

Pro vysoké vzorkovací frekvence je vhodné použít vzorkovací zesilovač AD9101. Hlavní nevýhodou je však vysoká cena a náročná realizace plošného spoje.

Pomocí videomultiplexerů AD8182, LT1205 nebo AD8170 je možno realizovat rychlé obvody TH. Vnitřní struktura těchto multiplexerů s oddělovacími zesilovači na výstupech každého kanálu však neumožňuje efektivní využití celého integrovaného obvodu pro tuto aplikaci. Ke konstrukci celého filtru jsou nutné další součástky k realizaci rovnice (1). Výsledný obvod je pak neúměrně složitý a drahý.

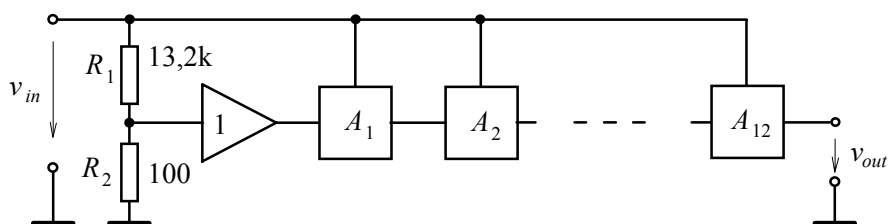
Rozumným kompromisem se proto jeví výše popsané řešení založené na první realizační struktuře s rychlými analogovými spínači a jednotkovými zesilovači. Protože maximální spínací frekvence nemůže překročit hranici 10 MHz, popsaná koncepce je vhodná pro filtry o frekvenčním rozsahu do stovek kHz.

Příklad realizace

Uvažujme diskrétní filtr typu dolní propust o vzorkovací frekvenci 100 kHz, monotónním průběhem amplitudové kmitočtové charakteristiky v propustném pásmu a konstantním skupinovým zpožděním. Mezní kmitočet filtru je 3,4 kHz a požadovaný útlum alespoň 40dB od kmitočtu 20kHz. Návrh diskrétního filtru byl proveden v rovině z programem AFIR [2]. Řád filtru je $N = 12$ a jeho koeficienty jsou následující:

$a_0 =$	7,52480E-3	$= a_{12}$
$a_1 =$	1,72905E-2	$= a_{11}$
$a_2 =$	2,99145E-2	$= a_{10}$
$a_3 =$	4,36638E-2	$= a_9$
$a_4 =$	5,61360E-2	$= a_8$
$a_5 =$	6,48632E-2	$= a_7$
$a_6 =$	6,80000E-2	$= a_6$

Výsledné blokové schéma spínaného filtru je na obr. 4. Koeficient a_0 je realizován děličem R_1, R_2 . Jeho počítačová simulace byla provedena programem SPIN [3]. Výsledky simulace potvrdily záměry syntézy. K měření na funkčních vzorcích přistoupíme až po nákupu potřebného množství integrovaných spínačů a jednotkových zesilovačů.



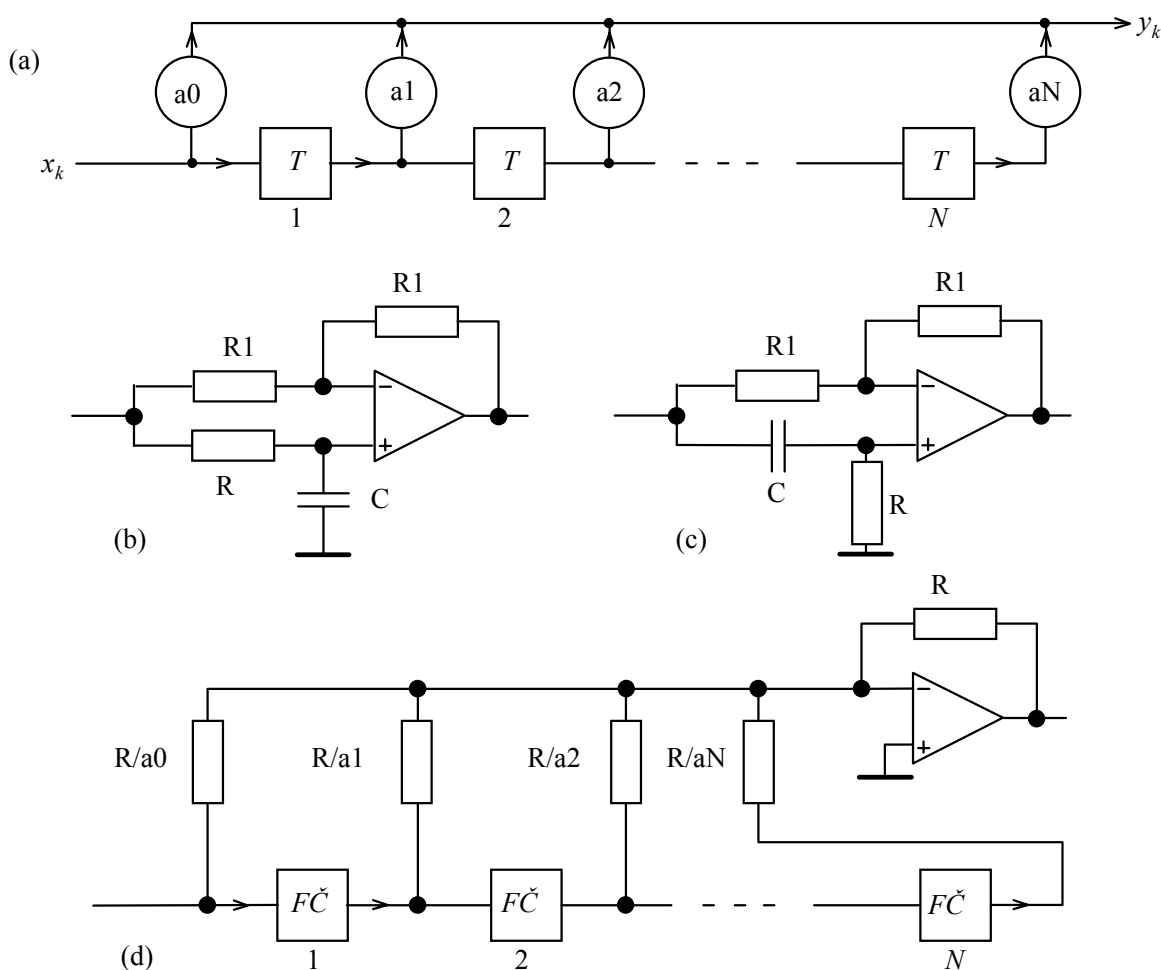
Obr. 4. Navržený spínaný filtr FIR. Struktura bloků A_i je na obr. 3 (b).

Možnosti návrhu analogových filtrů z diskretních prototypů

Metodika návrhu analogových aktivních filtrů na základě jejich diskretních prototypů v rovině z je velmi málo rozpracována. Běžně se používá opačný postup, kdy diskretní filtr se navrhuje na základě jeho analogového prototypu. Nabízí se jednoduchý přístup, kdy se nerekurzivní struktura diskretního filtru realizuje analogově za pomoci analogových fázovacích článků.

Modelování nerekurzivních diskretních struktur pomocí analogových fázovacích článků

Fázovací články s jedním operačním zesilovačem a jejich nejrůznější aplikace ve filtrech jsou všeobecně známy již řadu let [1], [2], [3]. Na obr. 5 je ukázka 1. kanonické struktury diskretního filtru FIR N -tého řádu (a), aktivního fázovacího článku 1. řádu neinvertujícího (b) a invertujícího (c) a způsob realizace aktivního filtru (d). Diskretní filtr FIR má systémovou funkci v rovině z podle rovnice (1).



Obr.5. (a) 1. kanonická struktura diskretního filtru FIR, (b), (c) analogový fázovací článek neinvertující a invertující, (d) příklad analogové realizace diskretního filtru FIR.

Přenosová funkce fázovacího článku v rovině p je

$$K_{FC}(p) = \pm \frac{1 - \tau p}{1 + \tau p}, \quad \tau = RC \quad (2)$$

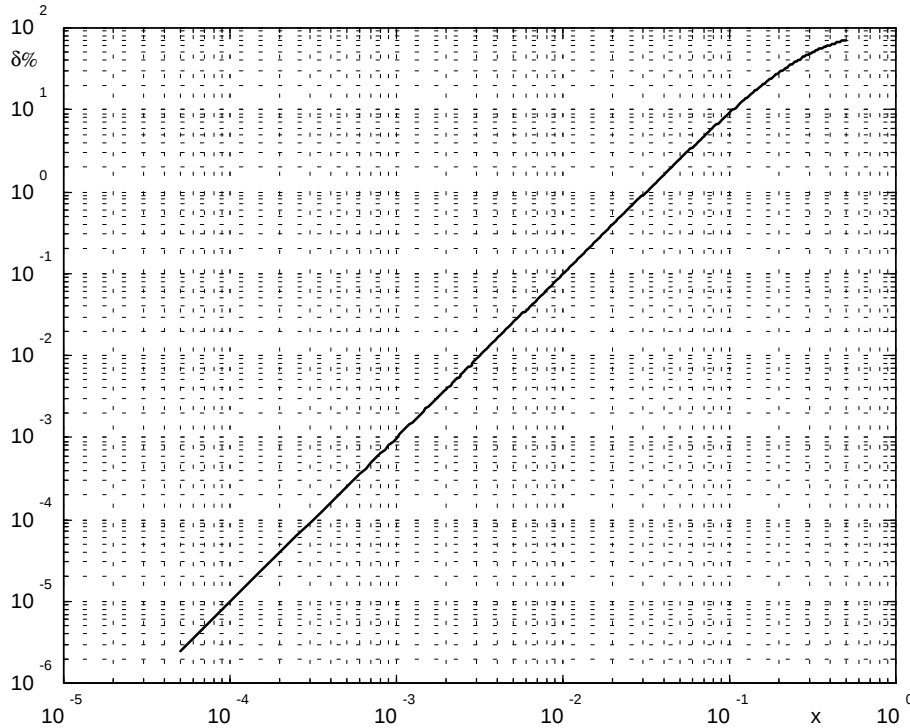
Skupinové zpoždění dosahuje pro oblast nízkých kmitočtů hodnoty 2τ , s rostoucím kmitočtem klesá podle vzorce

$$\tau_{sk}(\omega) = \frac{2\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (3)$$

Na obr. 6 je zobrazena závislost procentuálního poklesu skupinového zpoždění δ_{sk} na součinu $x = f \cdot 2 \cdot \tau$. Z (3) plyne, že

$$\delta_{sk} = \left(1 - \frac{1}{1 + \pi^2 x^2} \right) 100 \quad (4)$$

Uvědomíme-li si, že 2τ je nominální zpoždění fázovacího članku, v souvislosti s diskretním prototypem se jedná o vzorkovací periodu T a číslo x je pak normovaný kmitočet f/F_V (kmitočet dělený vzorkovacím kmitočtem).



Obr.6. Závislost procentuálního poklesu skupinového zpoždění na normovaném kmitočtu $x = f/F_V$.

Z grafu je zřejmé, že například při požadovaném zvlnění skupinového zpoždění do 0,1% je třeba volit normovaný kmitočet do velikosti 0,01.

Vzhledem k složitosti výsledného filtru vyššího řádu na obr. 5 (d) bude vhodné uvažovat o integrované realizaci.

Takto syntetizovaný analogový filtr bude ovšem polynomiální a následující rozbor ukáže, že jeho přenosová funkce bude vykazovat násobný pól a řadu nulových bodů, jejichž rozložení v rovině p bude závislé na koeficientech diskretního prototypu. Takovýto filtr lze realizovat úsporněji než uvedenou strukturou s fázovacími články, a to známými metodikami kaskádní či nekaskádní syntézy s aktivními bloky.

Modelování nerekurzivních diskretních struktur pomocí analogových rekurzivních filtrů

Návrh rozdělme do následujících etap:

1. Aproximační úloha

- Nalezení koeficientů diskretního filtru FIR s konstantním skupinovým zpožděním z požadavků na amplitudovou kmitočtovou charakteristiku.
- Převod na přenosovou funkci analogového filtru zpětnou bilineární transformací.

2. Realizační úloha.

Krok 1a) provedeme některou ze známých metod v rovině z . Při nevýrazném odstupu pracovní a vzorkovací frekvence provedeme i předzkreslení kmitočtové osy diskrétního prototypu.

Krok 2 provedeme některou ze známých metod syntézy analogových filtrů.

Výsledkem první etapy je dokončení aproximační úlohy v rovině p . Vznikne dosud nepoužívaná aproximace, kterou je pak možno srovnat s klasickými aproximacemi vedoucími na příznivý průběh skupinového zpoždění (Butterworthova, Besselova, Feistel-Unbehauenova a další). Protože však krok 1a) můžeme provést několika různými způsoby (metoda okénkování, vzorkování kmitočtové charakteristiky, Remezův algoritmus atd.), vzniklých aproximací může být rovněž několik. Souhrnně je však nazveme aproximacemi třídy FIR-BL (Finite Impulse Response – BiLinear).

V dalším budeme předpokládat provedení kroku 1a) a popíšeme převod do roviny p .

Vlastnosti analogových filtrů navržených metodou FIR-BL.

Jak známo, vzorce (5), resp. (6) definují přímou, resp. zpětnou bilineární transformaci:

$$p = a \frac{z-1}{z+1} \quad (5)$$

$$z = \frac{a+p}{a-p} \quad (6)$$

kde

$$a = \frac{2}{T} = 2F_V. \quad (7)$$

Přitom T je vzorkovací perioda a F_V je vzorkovací kmitočet.

Rovnici (1) pro systémovou funkci filtru FIR přepíšeme do tvaru

$$K(z) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k z^{N-k}}{z^N}, \quad (8)$$

z níž m.j. vyplývá známý fakt, že tento filtr má N -násobný nulový pól a N nulových bodů. Jak je zřejmé z rovnice (5), N -násobný nulový pól v rovině z se transformuje inverzní bilineární transformací na N -násobný reálný pól v rovině p

$$p_p = -a = -2F_V. \quad (9)$$

Z uvedeného je zřejmé, že analogový filtr, navržený pomocí transformace FIR-BL, bude mít pouze N -násobný reálný záporný pól a obecně N nulových bodů, které se transformují z roviny z inverzní bilineární transformací. Vzhledem k relativně velkému odstupu vzorkovací frekvence od propustného pásma filtru představuje N -násobný reálný pól kmitočet lomu daleko za propustným pásmem, takže potřebný útlum je vytvářen zejména nulovými body. Pohlížíme-li na výsledný filtr jako na kaskádu obvodů 2. řádu, pak každý z nich má „rezonanční“ kmitočet $a = 2F_V$ a činitel jakosti 0,5. Vzhledem k násobnosti pólu bude přechodná charakteristika filtru na mezi aperiodicity a lze očekávat relativně rychlé ustalování bez překmitů.

Převeďme rovnici (6) na tvar

$$z^{-1} = \frac{1 - \frac{p}{a}}{1 + \frac{p}{a}}. \quad (10)$$

Po porovnání s rovnicemi (2) a (3) zjišťujeme, že zpětná bilineární transformace převádí diskretní blok zpoždění na analogový neinvertující fázovací členek 1. řádu s časovou konstantou τ , resp. skupinovým zpožděním pro nízké kmitočty $\tau_{sk}(0)$ podle vzorce

$$\tau = \frac{1}{a} = \frac{T}{2} \quad (11)$$

resp.

$$\tau_{sk}(0) = T. \quad (12)$$

Diskretní prototyp vykazoval konstantní skupinové zpoždění. Po provedení inverzní bilineární transformace již bude skupinové zpoždění kmitočtově závislé. Souvisí to s výše uvedeným poznatkem, že diskretní blok zpoždění, jehož charakteristika skupinového zpoždění je konstantní (jeho skupinové zpoždění je T), je transformován na analogový fázovací členek, jehož skupinové zpoždění je stejné, avšak jen pro oblast nízkých kmitočtů. S přihlédnutím k významu vzorce (4) a grafu na obr. 6 lze očekávat příznivé charakteristiky skupinového zpoždění, budeme-li při návrhu vycházet z dostatečného odstupu vzorkovací frekvence od frekvencí pracovních.

Převod koeficientů diskretního prototypu do oblasti p bilineární transformací.

Aplikací zpětné bilineární transformace (6) na systémovou funkci (8) diskretního prototypu FIR dostaneme

$$K(p) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k \left(\frac{a+p}{a-p} \right)^{N-k}}{\left(\frac{a+p}{a-p} \right)^N} = \frac{\sum_{k=0}^N a_k (a+p)^{N-k} (a-p)^k}{(a+p)^N}. \quad (13)$$

Jmenovatel výsledku potvrzuje N -násobný pól podle (9). Binomický rozvoj členů v čitateli vede po zdlouhavém odvození k následujícímu výsledku:

$$K(p) = \frac{\sum_{k=0}^N c_k p^k}{(a+p)^N} \quad (14)$$

$$c_k = a^{N-k} \sum_{i=0}^N a_i M_{ki}, \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (15)$$

$$M_{ki} = (-1)^k \sum_{n=0}^k (-1)^n \binom{N-i}{n} \binom{i}{k-n}, \quad k, i = 0, 1, \dots, N. \quad (16)$$

Vzorce (15) a (16) představují algoritmus výpočtu koeficientů čitatele přenosové funkce analogového filtru z koeficientů diskretního filtru. V mezních případech se vyčíslování binomických koeficientů řídí těmito pravidly:

$$\binom{n}{0} = 1 \quad (17)$$

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} 0 & \text{pro } k < 0 \\ 0 & \text{pro } n < k \end{cases} \quad (18)$$

Uspořádáme-li koeficienty a_i diskrétního filtru a koeficienty c_i analogového filtru do vektorů

$$\mathbf{A} = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_N]^T, \quad \mathbf{C} = [c_0 \ c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_N]^T, \quad (19)$$

a zavedeme-li pomocný vektor

$$\tilde{\mathbf{C}} = [c_0 a^{-N} \ c_1 a^{1-N} \ c_2 a^{2-N} \ \cdots \ c_N a^{N-N}]^T \quad (20)$$

lze rovnici (15) přepsat do maticového tvaru

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{M} \mathbf{A}. \quad (21)$$

$\mathbf{M}$ je čtvercová matice $(N+1) \times (N+1)$, jejíž prvky jsou dány rovnicí (16). Takto formulovaný algoritmus byl již dříve publikován v [8] a [9]. Matice $\mathbf{M}$ je zde označována jako *Pascalova matice*. Například pro $N = 5$ vypadá Pascalova matice takto:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & -1 & -3 & -5 \\ 10 & 2 & -2 & -2 & 2 & 10 \\ 10 & -2 & -2 & 2 & -2 & -10 \\ 5 & -3 & 1 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

První řádek obsahuje samé jedničky:

$$M_{0i} = (-1)^0 \sum_{n=0}^0 (-1)^n \binom{N-i}{n} \binom{i}{0-n} = 1.$$

V prvním sloupci jsou binomické koeficienty $\binom{N}{k}$ (viz pravidlo 18):

$$M_{k0} = (-1)^k \sum_{n=0}^k (-1)^n \binom{N}{n} \binom{0}{k-n} = (-1)^k (-1)^k \binom{N}{k} = \binom{N}{k}$$

Libovolný prvek ležící mimo první řádek a sloupec lze určit ze sousedních prvků z rekurentního vzorce

$$M_{ki} = M_{k,i-1} - M_{k-1,i-1} - M_{k-1,i}, \quad (23)$$

jak je graficky naznačeno v rovnici (22).

Po sestavení Pascalovy matice již získáme snadno koeficienty čitatele vynásobením matice vektorem koeficientů $\mathbf{A}$ a přepočtem vektoru $\mathbf{C}$ na vektor $\tilde{\mathbf{C}}$, jak popisují rovnice (21) a (20).

Pokud požadujeme i koeficienty jmenovatele přenosové funkce analogového filtru, získáme je z binomického rozvoje:

$$(p+a)^N = \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} a^{N-i} p^i \quad (24)$$

Převod nulových bodů diskrétního prototypu do oblasti p bilineární transformací.

V některých případech potřebujeme pro účely syntézy nikoliv koeficienty čitatele přenosové funkce, nýbrž nulové body. Kromě toho je u složitějších filtrů výhodné počítat nulové body namísto koeficientů i z důvodů větší numerické přesnosti. Pak namísto uvedené metody s využitím Pascalovy matice provedeme následující:

1. Transformujeme nulové body diskrétního filtru FIR do roviny p bilineární transformací (5).
2. Provedeme normování přenosové funkce násobícím koeficientem, který nastavíme tak, abychom definovali požadovaný přenos na určitém kmitočtu (u dolních propustí je to zpravidla stejnosměrný přenos).

Je-li nulový bod v rovině z obecně ve tvaru

$$z_0 = \text{Re} + j \text{Im} = r e^{j\varphi}, \quad (25)$$

bude se do roviny p transformovat v souladu s rovnicí (5) jako nulový bod p_0 :

$$p_0 = a \frac{r^2 - 1 + j2 \text{Im}}{r^2 + 1 + 2 \text{Re}} = a \frac{r^2 - 1 + j2 \text{Im}}{(\text{Re} + 1)^2 + \text{Im}^2}. \quad (26)$$

Příklad návrhu a srovnání s filtry dle klasických aproximací

Pro ilustraci byl navržen diskrétní filtr FIR 10. řádu typu dolní propust s mezním kmitočtem 3 kHz a s garantovaným útlumem 36,5 dB od kmitočtu 11 kHz. K návrhu byl použit program AFIR [4]. 10 nulových bodů a 10-ti násobný pól $z = 0$ byly poté bilineární transformací převedeny do roviny p :

k	nulové body	póly
1	+j7,98054e+5	-1,1233215e+5
2	-j7,98054e+5	-1,1233215e+5
3	+j2,53966e+5	-1,1233215e+5
4	-j2,53966e+5	-1,1233215e+5
5	+j1,38457e+5	-1,1233215e+5
6	-j1,38457e+5	-1,1233215e+5
7	+j6,06192e+4	-1,1233215e+5
8	-j6,06192e+4	-1,1233215e+5
9	+j8,60374e+4	-1,1233215e+5
10	-j8,60374e+4	-1,1233215e+5

Tab.1. Tabulka nulových bodů a pólů filtru navrženého metodou FIR-BL transformace.

Všimněme si, že nulové body jsou všechny čistě imaginární, takže nemají vliv na charakteristiku skupinového zpoždění. Skupinové zpoždění je dáno pouze N -násobným pólem:

$$\tau_{sk}(\omega) = \frac{N/a}{1 + (\omega/a)^2} = \frac{NT}{2} \frac{1}{1 + (\omega T/2)^2} = \frac{N}{2F_v} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{2F_v}\right)^2}. \quad (27)$$

Při volbě dostatečného odstupu vzorkovací frekvence diskrétního prototypu od propustného pásma filtru je skupinové zpoždění v tomto pásmu přibližně konstantní a je rovno hodnotě

$$\tau_{sk}(0) = \frac{N}{a} = \frac{N}{2F_V}. \quad (28)$$

S růstem návrhové vzorkovací frekvence však nelze skupinové zpoždění proporcionálně zmenšovat, protože pak poroste řád filtru FIR, který by splňoval požadavky dané tolerančním polem amplitudové kmitočtové charakteristiky.

Pro výpočet minimálního odstupu vzorkovací frekvence od propustného pásma filtru pro zabezpečení požadovaného procentuálního poklesu skupinového zpoždění platí vzorec (4) a diagram na obr. 6. Například navržený filtr má pól $-a = -1,1233215e+5$ a jeho řád je $N = 10$. Podle (28) je tedy skupinové zpoždění na nízkých kmitočtech $10/1,1233215e5 = 89\mu s$ (viz obr.7). Vzorkovací kmitočet, použitý k návrhu, byl $F_V = a/2 = 56,166$ kHz. Meznímu kmitočtu filtru 3 kHz tedy odpovídá normovaný kmitočet $x = 3/56,166 = 0,0534$. Podle (4) bude na tomto kmitočtu procentuální pokles skupinového zpoždění 2,74% oproti počáteční hodnotě $89\mu s$. Tento pokles je možno snížit výběrem vyššího vzorkovacího kmitočtu, čímž se však zvýší výsledný řád filtru.

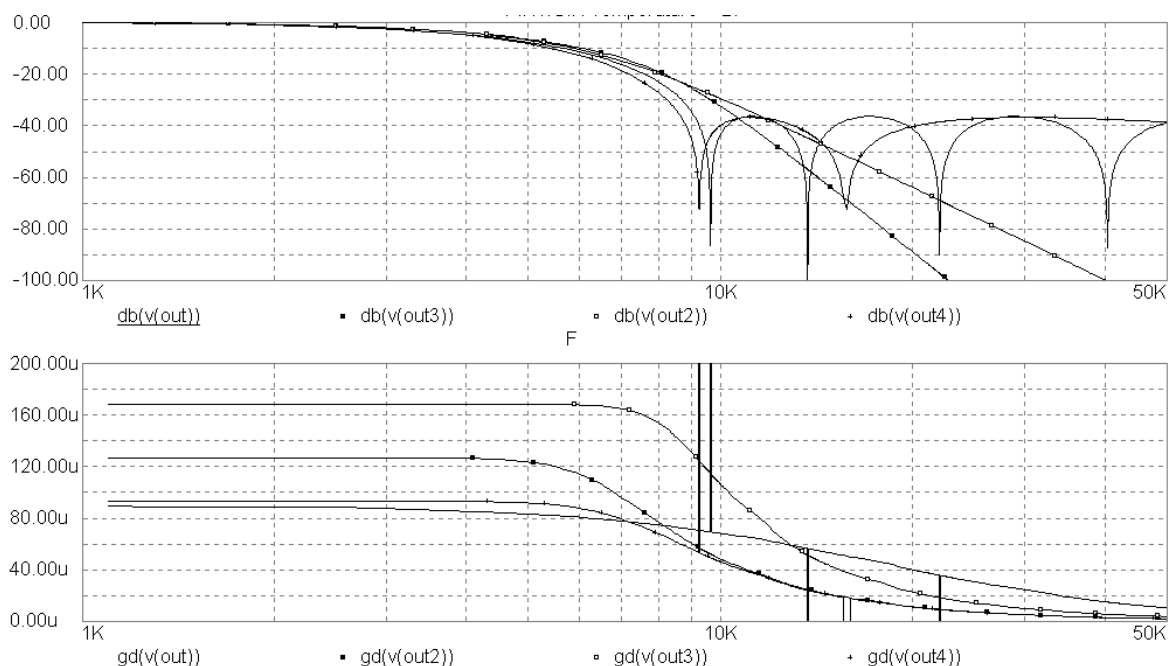
Na obr. 7 jsou srovnány kmitočtové charakteristiky navrženého filtru (označeny jako FIR-BL) spolu s charakteristikami filtru dle Besselovy aproximace 6. a 10. řádu a Feistel-Unbehauenovy (FU) aproximace 5. řádu. K výpočtu koeficientů posledně jmenovaných filtrů byl použit program NAF [6], [7]. Filtr FIR-BL 10. řádu vykazuje ze všech filtrů nejmenší skupinové zpoždění, což se příznivě projevuje na rychlosti ustalování jeho odezvy na skok (viz obr. 8).

Tabulka 2 srovnává základní parametry sekcí 2., resp. 1. řádu některých filtrů, které splňují požadavky na výše definované toleranční pole amplitudové kmitočtové charakteristiky. Srovnáme-li Besselovu, Feistel-Unbehauenovu a FIR-BL aproximaci, zjistíme, že posledně jmenovaná vykazuje nejmenší činitele jakosti (0,5) a nejvyšší kmitočet f_0 , který je u všech sekcí stejný (stejně jako činitel jakosti). Značných rozptylů vykazují u aproximace FIR-BL kmitočty f_n , a to na obě strany kolem kmitočtu f_0 .

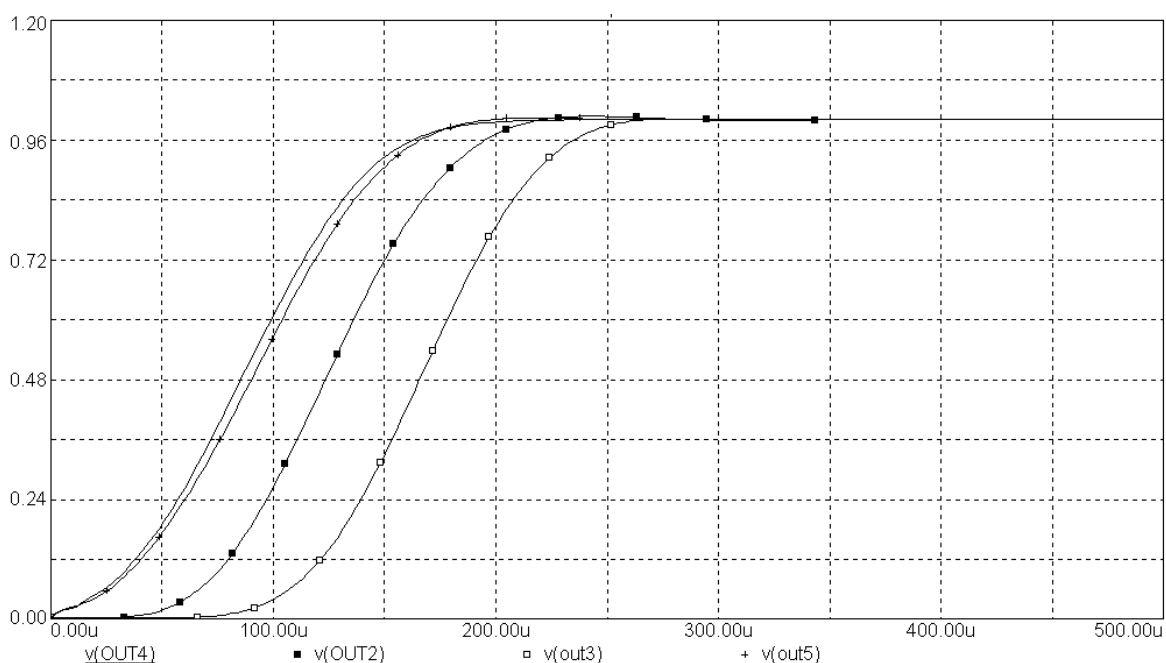
Obrázek 8 je m.j. zajímavý tím, že ačkoliv filtr typu FIR-BL je dvojnásobného řádu oproti filtru typu FU, jeho reakce na skokovou změnu vstupu je rychlejší.

aproximace	f_0 [kHz]	Q	f_n [kHz]	f_n/f_0
Bessel 6	6,486	1,023	-	-
	5,752	0,611		
	5,462	0,510		
Bessel 10	8,345	1,415	-	-
	7,505	0,810		
	7,023	0,620		
	6,745	0,538		
	6,616	0,504		
FU 5	7,113	0,917	8,900	1,251
	6,306	0,564	15,128	2,399
	6,087	-	-	-
FIR-BL 10	17,878	0,5	127,014	7,104
	17,878	0,5	40,420	2,261
	17,878	0,5	22,036	1,233
	17,878	0,5	13,693	0,766
	17,878	0,5	9,648	0,540

Tab.2. Srovnání základních parametrů sekcí 2. , resp. 1. řádu filtrů podle jednotlivých aproximací.



Obr. 7. Amplitudové kmitočtové charakteristiky a charakteristiky skupinového zpoždění: Bessel 6. řádu (out2), Bessel 10. řádu (out3), F-U 5. řádu (out4), FIR-BL 10. řádu (out).



Obr. 8. Přechodné charakteristiky: Bessel 6. řádu (out2), Bessel 10. řádu (out3), F-U 5. řádu (out5), FIR-BL 10. řádu (out4).

Závěr

Závěry této studie je možné shrnout do následujících bodů:

1. Diskrétní struktury FIR s konstantním skupinovým zpožděním je možno transformovat do oblasti filtrace analogových signálů buď technikou spínaných nebo klasických analogových obvodů. V prvním případě se ideální charakteristika přenáší principiálně beze změny, v druhém případě dochází obecně k deformaci.

2. Vzhledem k relativně vysokým řádům, spínané bloky FIR má smysl použít zejména v integrované realizaci.
3. Výhodou filtrů třídy FIR-BL je principiální možnost návrhu filtru s libovolně malou odchylkou skupinového zpoždění od ideálního průběhu v propustném pásmu, ovšem za cenu relativně vysokého řádu.

V budoucnu bude vhodné analyzovat mimo jiné následující problémy:

1. Hledání zákonitostí v rozložení nulových bodů diskrétních filtrů FIR v rovině z za předpokladu lineární fáze. Z toho pak odvodit důsledky pro rozložení nulových bodů analogového filtru třídy FIR-BL.
2. Pokus o nalezení tranzitivní FIR-BL-FU aproximace, která by spojovala výhodné fázové vlastnosti transformací třídy FIR-BL s relativně strmějším průběhem útlumu u aproximace FU.
3. Studium parametrických p - z transformací a jejich optimalizace z hlediska transformace skupinového zpoždění.
4. Řádné nastudování/vyřešení aproximační úlohy diskrétních filtrů FIR v rovině z v návaznosti na záměry syntézy v rovině p .
5. Vyšetření možnosti využití rekurzivních realizačních struktur diskrétních filtrů FIR pro spínané i klasické realizace.
6. Řešení realizační úlohy filtrů třídy FIR-BL, popř. jiných, vhodnými aktivními bloky.
7. Optimalizace aktivních fázovacích článků a dalších používaných bloků pro kmitočty nad 1 MHz.

Literatura:

- [1] PUNČOCHÁŘ, J.: Fázovací článek s posuvem 0 až $\kappa\pi$ a syntéza frekvenční zádrže. Sdělovací technika, 1978, č. 4 a 5, s. 141-143.
- [2] PUNČOCHÁŘ, J.: Fázovací články s operačními zesilovači a jejich použití I a II. Sdělovací technika, 1985, č. 4 a 5, s. 135-137, 166-168.
- [3] PUNČOCHÁŘ, J.: Pásmové propusti a fázovací články s přenosem závislým na činiteli jakosti. Sdělovací technika, 1986, č. 10-11, s. 364-367.
- [4] SMÉKAL, Z.: Číslicové filtry. Skriptum VUT, Brno, 1993.
- [5] SMÉKAL, Z.-VÍCH, R.: Zpracování signálů pomocí signálových procesorů. RADIX, Praha 1998.
- [6] HÁJEK, K.-SEDLÁČEK, J.-SVIEŽENY, M.: NAFID - conception des filtres analogiques. Société d'Etudes d'Exploitation et de Recherches. Paris, France, 1995.
- [7] HÁJEK, K.-SEDLÁČEK, J.: The New TICFU Transitional Approximation. Proc. of ECCTD'95, Istanbul, 1995, Vol. 2, pp. 913-916.
- [8] PŠENIČKA, B.-PHAM KHAC DI.: Výpočet přenosové funkce pomocí Pascalovy matice. Slaboproudý obzor, 46, 1985, č. 7.
- [9] PŠENIČKA, B.-DAVÍDEK, V.-ZADÁK, J.: Prostředky diskrétního zpracování signálů. Skriptum ČVUT, Praha, 1992.
- [10] VLČEK, M.: Bilinear Transformation and Group Delay. Radioelektronika'96, 1996, Vol.1, pp. LP1-LP4.
- [11] ER, M.H. a kol.: FIR Filters. Kapitola 82 knihy Circuits and Filter Handbook, CRC Press, 1995, s. 2525-2530.