

## 6. DISKRÉTNÍ SIGNÁLY

Jsou popisovány speciálním typem funkce - posloupností. Argumentem funkce může být buď pořadí vzorku - např.  $k$ , nebo chceme-li zdůraznit průběh signálu v čase, tak diskretní čas, např.  $k \cdot T_V$ , kde  $T_V$  je časový interval mezi dvěma po sobě jdoucími vzorky. Z toho plynou často používané ekvivalentní zápisy diskretního signálu:

$$s_k \equiv s(k) \equiv s(kT_V).$$

Diskrétní signály odvozené vzorkováním konkrétních fyzikálních signálů mají rozměr těchto signálů. U diskretních signálů, kterými modelujeme například pochody v systémech číslicového zpracování signálů, se jednotka neuvádí.

### 6.1. PERIODICKÉ DISKRÉTNÍ SIGNÁLY

Vykazují periodicitu podle vzorce

$$s(k) = s(k + N). \quad (6.1)$$

Nejmenší přirozené číslo  $N$  splňující vzorec (6.1) je (bezrozměrná, normovaná) **opakovací perioda** signálu.

Pozor! V jedné periodě je obsaženo právě  $N$  vzorků signálu. Znamená to, že při grafickém vymezení periody signálu souvislého času, jehož vzorkováním vznikne periodický diskretní signál, je možné do této periody zahrnout jen jeden z krajních vzorků, nikoliv oba dva. Jeden z krajních vzorků je již součástí další periody.

Při použití „časového“ zápisu vychází

$$s(kT_V) = s(kT_V + NT_V), \quad (6.2)$$

kde

$$NT_V = T_1 \quad (6.3)$$

je opakovací perioda v sekundách.

Reciproká hodnota opakovací periody je **opakovací kmitočet**  $F_1$  [Hz], případně **bezrozměrný (normovaný) opakovací kmitočet**  $\bar{F}_1$ :

$$F_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{NT_V} = \frac{f_V}{N} \text{ [Hz]}, \quad \bar{F}_1 = \frac{1}{N} = \frac{F_1}{f_V} \text{ [-]}. \quad (6.4)$$

Normovaný kmitočet  $\bar{F}_1$  udává, kolikrát je skutečný kmitočet menší než je kmitočet vzorkovací.

**Kruhový opakovací kmitočet** [rad/s], normovaný kruhový opakovací kmitočet  $\bar{W}_1$ :

$$W_1 = 2\pi F_1 \text{ [rad/s]}, \quad \bar{W}_1 = 2\pi \bar{F}_1 = \frac{W_1}{f_V} \text{ [rad]}. \quad (6.5)$$

**Globální charakteristiky diskretních periodických signálů** - energie, výkon, střední hodnota, efektivní hodnota

Vyčísľují se sumací signálu přes 1 opakovací periodu, přičemž je lhostejné, jaký zvolíme počáteční bod sumace.

**Okamžitý výkon signálu** (normovaný)

$$p(k) = s^2(k). \quad (6.6)$$

**Energie** v jedné periodě signálu (normovaná)

$$W = \sum_{k \in N} p(k) = \sum_{k \in N} s^2(k). \quad (6.7)$$

Zápis  $k \in N$  říká, že sumační index  $k$  prochází celou periodou  $N$  bez ohledu na výchozí bod.

**Střední výkon** za jednu periodu signálu (normovaný)

$$P = \frac{1}{N} \sum_{k \in N} p(k) = \frac{W}{N} = \frac{1}{N} \sum_{k \in N} s^2(k). \quad (6.8)$$

**Střední hodnota** za jednu periodu (**stejnoseměrná složka**)

$$S_0 = \frac{1}{N} \sum_{k \in N} s(k). \quad (6.9)$$

**Efektivní hodnota** (druhá odmocnina ze středního výkonu)

$$S_{ef} = \sqrt{P} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k \in N} s^2(k)}. \quad (6.10)$$

**Vzájemná energie** dvou periodických signálů  $s_1$  a  $s_2$  se soudělnými periodami ( $N_1$  je větší z obou period)

$$W_{12} = W_{21} = \sum_{k \in N_1} s_1(k)s_2(k). \quad (6.11)$$

**Vzájemný střední výkon** dvou periodických signálů  $s_1$  a  $s_2$  se soudělnými periodami

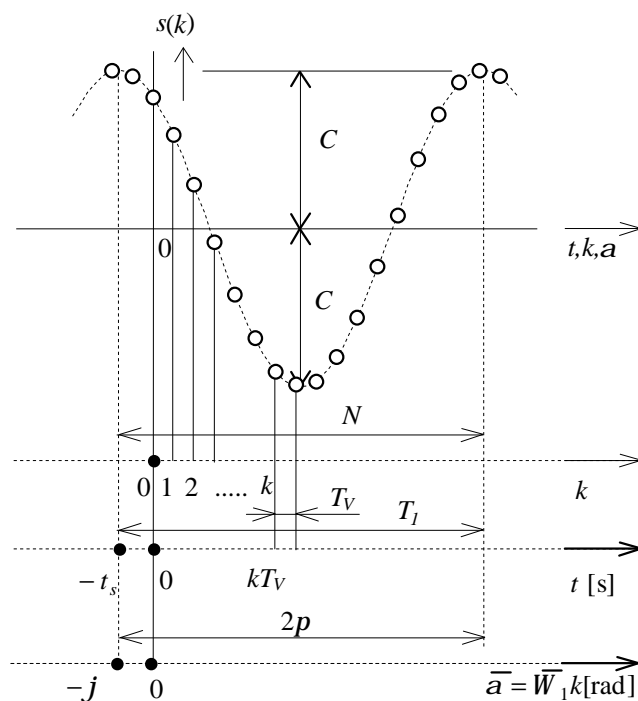
$$P_{12} = P_{21} = \frac{1}{N_1} \sum_{k \in N_1} s_1(k)s_2(k). \quad (6.12)$$

Jsou-li vzájemné energie (výkony) nulové, pak jsou signály  $s_1$  a  $s_2$  vůči sobě **ortogonální**.

### **Harmonický diskrétní signál**

Jeho 3 základní parametry: amplituda  $C$  ( $C \geq 0$ )  
 opakovací frekvence  $F$  [Hz] nebo  $\bar{F}$  [-]  
 počáteční fáze  $j$  [ $^\circ$  nebo rad]

Další související parametry: velikosti kosinové a sinové složky  $A$  a  $B$   
 (viz obr.6.1 a další text) kruhová opakovací frekvence  $\bar{W}_1$  [rad/s] nebo  $\bar{W}_1$  [rad]  
 opakovací perioda  $T_1$  [s] nebo  $N$  [-]  
 časový posuv  $t_s$  [s]



Obr.6.1. Diskrétní harmonický signál.

**Globální charakteristiky:**

Střední hodnota za jednu periodu

$$S_0 = 0. \quad (6.13)$$

Střední hodnota kladné půlvlny (za předpokladu celistvého počtu vzorků na půlperiodu  $m$ )

$$S_+ = \frac{1}{m} \cotg \frac{p}{2m} C \rightarrow \frac{2}{p} C \text{ pro } m \rightarrow \infty. \quad (6.14)$$

Efektivní hodnota

$$S_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} C \approx 0,7071 C. \quad (6.15)$$

**Matematické modely diskrétního harmonického signálu:**

$$s(kT_V) = \underset{\substack{\uparrow \\ \geq 0!}}{C} \cos(kW_1 T_V + j) = \underset{s_c(kT_V)}{A \cos kW_1 T_V} + \underset{s_s(kT_V)}{B \sin kW_1 T_V}, \quad (6.16)$$

opakovací perioda  $T_1 = \frac{2p}{W_1} = NT_V$ ,  $N$  celé;

nebo

$$s(k) = \underset{\substack{\uparrow \\ \geq 0!}}{C} \cos(k\bar{W}_1 + j) = C \cos\left(k \frac{2p}{N} + j\right) = \underset{s_c(k)}{A \cos k\bar{W}_1} + \underset{s_s(k)}{B \sin k\bar{W}_1}, \quad (6.17)$$

opakovací perioda  $N = \frac{T_1}{T_v}$ ,  $N$  celé,

$s_c(k)$ .. kosinová složka,

$s_s(k)$ .. sinová složka.

Přepočítávací vztahy mezi parametry různých popisů jsou obdobné jako u harmonických signálů souvislého času.

Komplexní vyjádření diskrétního harmonického signálu (založeno na  $\cos a = \frac{1}{2}e^{ja} + \frac{1}{2}e^{-ja}$ ) ... proti sobě rotující fázory, jejichž úhel natočení se mění v čase po diskrétních krocích  $\bar{W}_1 T_v = \bar{W}_1$ .

$$s(kT_v) = \frac{C}{2} e^{ij} e^{jk\bar{W}_1 T_v} + \frac{C}{2} e^{-ij} e^{-jk\bar{W}_1 T_v} = \underline{\&} e^{jk\bar{W}_1 T_v} + \underline{\&}^* e^{-jk\bar{W}_1 T_v}, \quad (6.18)$$

$$\underline{\&} = \frac{C}{2} e^{ij} \Rightarrow |\underline{\&}| = \frac{C}{2}, \arg \underline{\&} = j,$$

nebo

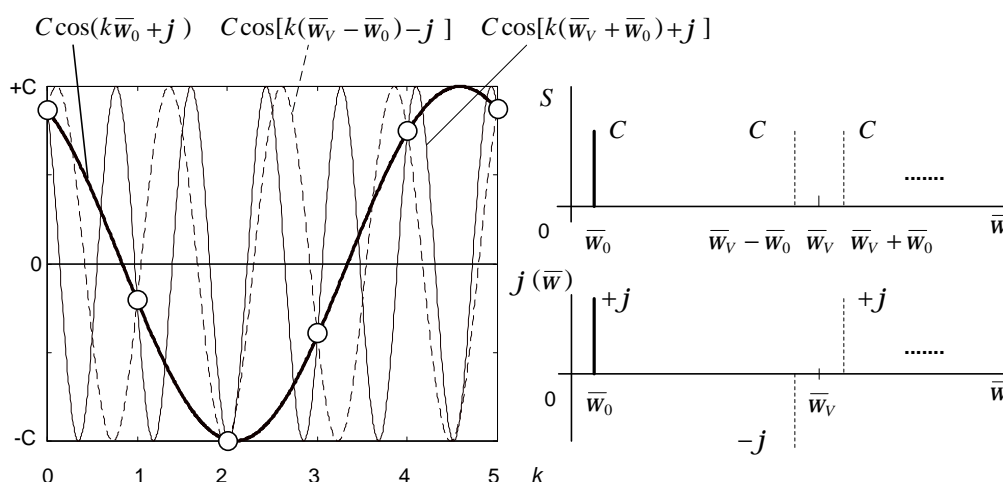
$$s(k) = \frac{C}{2} e^{ij} e^{jk\bar{W}_1} + \frac{C}{2} e^{-ij} e^{-jk\bar{W}_1} = \underline{\&} e^{jk\bar{W}_1} + \underline{\&}^* e^{-jk\bar{W}_1}. \quad (6.19)$$

### Konstantní (stejnsměrný) diskrétní signál jako zvláštní případ harmonického signálu pro $\bar{W}_1 = 0$ :

Konstantní diskrétní signál  $C > 0$  ( $C < 0$ ) je zvláštním případem diskrétního harmonického signálu o amplitudě  $|C|$ , počáteční fázi  $j = 0$  ( $j = 180^\circ$ ) a kmitočtu  $\bar{W}_1 = 0$  rad.

### Nejednoznačnost kmitočtu a další zvláštnosti diskrétního harmonického signálu

Z grafu diskrétního harmonického signálu nemusí být na první pohled zřejmé, jaké jsou velikosti amplitudy a počáteční fáze. Polohy extrémů harmonického signálu se totiž nemusí shodovat s polohami vzorků. Toto lze dodatečně zjistit konstrukcí harmonické „obálky“ - viz obr.6.2.



**Obr.6.2.** Nejednoznačnost kmitočtu a počáteční fáze diskrétního harmonického signálu.

Konstrukce harmonické „obálky“ však není jednoznačnou úlohou, jak ukazuje obr.6.2. Takových obálek můžeme zkonstruovat nekonečně mnoho, jak plyne z následujícího vzorce:

$$\begin{aligned} s(kT_V) &= C \cos(kW_1 T_V + j) = C \cos[k(mw_V - W)T_V - j] = \\ &= C \cos[k(mw_V + W)T_V + j], \quad m \text{ celé,} \end{aligned} \quad (6.20)$$

nebo v normovaném zápise

$$\begin{aligned} s(k) &= C \cos(k\bar{W}_1 + j) = C \cos[k.2p(m - \bar{F}_1) - j] = \\ &= C \cos[k.2p(m + \bar{F}_1) + j], \quad m \text{ celé.} \end{aligned} \quad (6.21)$$

Proto je možné vzorky harmonického signálu (6.20) „proložit“ harmonickou obálku o kmitočtu  $mw_V - W_1$  a počáteční fázi  $-j$ , nebo obálku o kmitočtu  $mw_V + W_1$  a počáteční fázi  $+j$ . Z toho plyne, že:

Vztah

$$s(kT_V) = C \cos(kW_1 T_V + j) = C \cos\left(k \frac{2p}{N} + j\right)$$

představuje matematický popis nekonečně mnoha diskrétních harmonických signálů o kmitočtech

$$mw_V \pm W_1 = w_V \left(m \pm \bar{F}_1\right) = w_V \left(m \pm \frac{1}{N}\right) \quad (6.22)$$

a počáteční fázi  $\pm j$ ,  $m$  celé.

Z uvedeného plyne, že vzniká nejednoznačnost v přiřazení parametrů kmitočet - počáteční fáze k harmonické posloupnosti. Nejmenší z kmitočtů odpovídá „nejpomalejší“ obálce vzorků a tento signál jako jediný ze všech splňuje podmínku vzorkovacího teorému. Spektrální čáry ostatních obálek již leží v oblasti nad polovinou vzorkovacího kmitočtu.

### Fourierova řada diskrétního periodického signálu

Je matematický zápis tvrzení, že diskrétní periodický signál  $s_p(kT_V)$ , resp.  $s_p(k)$  s opakovacím kmitočtem  $F_1$ , resp.  $\bar{F}_1$  a s počtem vzorků na periodu  $N$  lze složit z konstantního signálu a konečného počtu diskrétních harmonických signálů o kmitočtech  $k.F_1$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, M$ . Počet harmonických složek  $M$  závisí na tom, zda je normovaná opakovací perioda  $N$  sudá nebo lichá:

$$M = \begin{cases} \frac{N}{2} & \text{pro } N \text{ sudé,} \\ \frac{N-1}{2} & \text{pro } N \text{ liché.} \end{cases} \quad (6.23)$$

Komplexní tvar Fourierovy řady diskrétního periodického signálu:

$$s_p(k) = \frac{1}{N} \sum_{n \in N} \mathfrak{X}(n) e^{jkn \frac{2p}{N}}, \quad k \in N. \quad (6.24)$$

Komplexní koeficienty Fourierovy řady:

$$\mathfrak{X}(n) = \sum_{k \in N} s_p(k) e^{-jkn \frac{2p}{N}}. \quad (6.25)$$

Zápis typu  $k \in N, n \in N$  znamená, že příslušný index může procházet postupně  $N$  po sobě jdoucími stavy. Obvykle se volí posloupnost  $0, 1, 2, \dots, N-1$ .

Komplexní koeficienty Fourierovy řady vykazují určitou symetrii a periodicitu, což je dáno nejednoznačností kmitočtu diskrétního harmonického signálu. Konkrétně platí:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}(n+N) &= \mathcal{X}(n) \dots \text{periodicita} \\ \mathcal{X}(n-N) &= \mathcal{X}^*(n) \dots \text{komplexně sdružená symetrie} \end{aligned}$$

Na základě těchto vlastností Fourierových koeficientů lze (6.24) zjednodušit na redukovaný tvar Fourierovy řady diskrétního periodického signálu. Tvar řady závisí na tom, zda počet vzorků  $N$  signálu v jedné periodě je sudý nebo lichý.

**N liché**

Signál se skládá z konstantní složky a  $(N-1)/2$  diskrétních harmonických složek:

$$s_p(k) = \frac{\mathcal{X}(0)}{N} + \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \left( \frac{2}{N} |\mathcal{X}(n)| \cos \left( nk \frac{2p}{N} + \arg(\mathcal{X}(n)) \right) \right) \quad (6.26)$$

$j_n$  - počáteční fáze  $n$ -té harmonické složky

$S_0$  - střední hodnota (ss složka)       $S_n$  - amplituda  $n$ -té harmonické složky

**N sudé**

Signál se skládá z konstantní složky,  $N/2-1$  diskrétních harmonických složek a tzv. degenerované harmonické:

$$s_p(k) = \frac{\mathcal{X}(0)}{N} + \sum_{n=1}^{N/2-1} \left( \frac{2}{N} |\mathcal{X}(n)| \cos \left( nk \frac{2p}{N} + \arg(\mathcal{X}(n)) \right) \right) + \frac{\mathcal{X}(N/2)}{N} (-1)^k \quad (6.27)$$

$j_n$  - počáteční fáze  $n$ -té harmonické složky

$S_0$  - střední hodnota (ss složka)       $S_n$  - amplituda  $n$ -té harmonické složky

degenerovaná harmonická

**Poznámka:** Fourierovy koeficienty  $\mathcal{X}(0)$  a  $\mathcal{X}(N/2)$  jsou vždy reálné.

**Obecné vlastnosti Fourierovy řady** diskrétního periodického signálu:

a) Linearita ( $s_1$  a  $s_2$  musí mít stejnou opakovací periodu):

signál	koeficienty $\mathcal{X}(n)$
$s_1(k)$	$\mathcal{X}_1(n)$
$s_2(k)$	$\mathcal{X}_2(n)$
$a_1 s_1(k) + a_2 s_2(k)$	$a_1 \mathcal{X}_1(n) + a_2 \mathcal{X}_2(n)$

(6.28)

b) Periodicita signálu i jeho Fourierových koeficientů:

signál	koeficienty $\mathcal{X}(n)$
$s(k) = s(k+N)$	$\mathcal{X}(n) = \mathcal{X}(n+N)$

(6.29)

c) Posun periodického signálu v čase:

signál	koeficienty $\mathcal{X}(n)$
$s(k)$	$\mathcal{X}(n)$
$s(k-m)$	$\mathcal{X}(n) e^{-jnm \frac{2p}{N}}$ , $m$ celé

(6.30)

d) Posun spektrálních čar:

signál	koeficienty $X(n)$
$s(k)$	$X(n)$
$s(k)e^{jmk\frac{2\pi}{N}}$ , $m$ celé	$X(n-m)$

(6.31)
e) Přesměrování toku času:

signál	koeficienty $X(n)$
$s(k)$	$X(n)$
$s(-k)$	$X(-n) = X^*(n)$

(6.32)
f) Diference diskrétního periodického signálu:

signál	koeficienty $X(n)$
$s(k)$	$X(n)$
$D\{s(k)\} =$ $= s(k) - s(k-1)$	$X(n) \left(1 - e^{-jn\frac{2\pi}{N}}\right)$

(6.33)
g) Součin dvou signálů se stejnou opakovací periodou:

signál	koeficienty $X(n)$
$s_1(k)$	$X_1(n)$
$s_2(k)$	$X_2(n)$
$s_1(k)s_2(k)$ cyklická konvoluce →	$\frac{1}{N} X_1(n) \otimes X_2(n) =$ $= \frac{1}{N} \sum_{i \in N} X_1(i) X_2(n-i) =$ $= \frac{1}{N} \sum_{i \in N} X_2(i) X_1(n-i)$

(6.34)
h) Konvoluční součin (cyklická, kruhová, periodická konvoluce) dvou signálů v rámci 1 periody:

signál	koeficienty $X(n)$
$s_1(k)$	$X_1(n)$
$s_2(k)$	$X_2(n)$
$s_1(k) \otimes s_2(k) =$ $= \sum_{i \in N} s_1(i) s_2(k-i) =$ $= \sum_{i \in N} s_2(i) s_1(k-i)$	$X_1(n) X_2(n)$

(6.35)

### Spektrum diskrétního periodického signálu

Je tvořeno množinou jeho diskrétních harmonických složek v souladu s (6.26) a (6.27). Graficky se spektrum znázorňuje spektrálními čarami jako *amplitudové* a *fázové spektrum*. Mnohdy se toto spektrum uvažuje jako periodizované v souvislosti s nejednoznačností kmitočtu a počáteční fáze diskrétního harmonického signálu (viz obr.6.2).

### Parsevalův teorém pro diskrétní periodické signály

Kvadrát efektivní hodnoty (= normovaný výkon) diskrétního periodického signálu se rovná součtu kvadrátů efektivních hodnot jeho diskrétních harmonických složek.

Různá matematická vyjádření:

Výpočet energie signálu za 1 periodu z vzorků signálu a z jeho Fourierových koeficientů:

$$W = \sum_{k \in N} s^2(k) = \frac{1}{N} \sum_{i \in N} |X(i)|^2. \quad (6.36)$$

Výpočet středního výkonu signálu za 1 periodu z vzorků signálu a z jeho Fourierových koeficientů:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{k \in N} s^2(k) = \frac{1}{N^2} \sum_{i \in N} |X(i)|^2. \quad (6.37)$$

Zápis pomocí amplitud harmonických složek:

*N* liché:

$$P = \left| \frac{X(0)}{N} \right|^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \left| \frac{2}{N} X(n) \right|^2 = S_0^2 + \sum_{n=1}^{(N-1)/2} S_{ef,n}^2. \quad (6.38)$$

*N* sudé:

$$P = \left| \frac{X(0)}{N} \right|^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N/2-1} \left| \frac{2}{N} X(n) \right|^2 + \left| \frac{X(N/2)}{N} \right|^2 = S_0^2 + \sum_{n=1}^{N/2-1} S_{ef,n}^2 + S_{ef,N/2}^2. \quad (6.39)$$

### Vztah Fourierovy řady diskrétního periodického signálu a DFT

Pomocí algoritmu DFT (diskrétní Fourierovy transformace) nebo jeho verzi optimalizované na rychlost FFT (Fast Fourier Transform) lze vypočítat naprosto přesně komplexní koeficienty Fourierovy řady diskrétního periodického signálu a z nich i amplitudy a počáteční fáze diskrétních harmonických složek podle (6.26) a (6.27). Jinými slovy:

*koeficienty DFT = koeficienty Fourierovy řady diskrétního periodického signálu.*

### Korelační funkce diskrétních periodických signálů

Jsou definovány obdobně jako u periodických signálů souvislého času. Funkční závislost vzájemných středních výkonů dvou signálů za 1 periodu na vzájemném posunutí signálů *m* je *korelační funkce*. Jedná-li se o dva stejné signály, hovoříme o *autokorelační funkci*.

Vzájemná korelační funkce periodických signálů  $s_1(k)$  a  $s_2(k)$ :

$$R_{12}(m) = \frac{1}{N} \sum_{k \in N} s_1(k) s_2(k+m) \dots \text{posouváme } s_2(k) \text{ vůči } s_1(k), \quad (6.40)$$

$$R_{21}(m) = \frac{1}{N} \sum_{k \in N} s_2(k) s_1(k+m) \dots \text{posouváme } s_1(k) \text{ vůči } s_2(k). \quad (6.41)$$

Platí

$$R_{21}(m) = R_{12}(-m). \quad (6.42)$$



Korelační funkce diskrétních periodických signálů s opakovací periodou  $N$  je periodická se stejnou opakovací periodou  $N$ . Proto ji lze rozložit do Fourierovy řady:

$$R_{12}(m) = \frac{1}{N^2} \sum_{n \in N} \mathfrak{X}_1^*(n) \mathfrak{X}_2(n) e^{jmn \frac{2p}{N}}, \quad R_{21}(m) = \frac{1}{N^2} \sum_{n \in N} \mathfrak{X}_1(n) \mathfrak{X}_2^*(n) e^{jmn \frac{2p}{N}}, \quad (6.43)$$

kde  $\mathfrak{X}_1(n)$  a  $\mathfrak{X}_2(n)$  jsou komplexní Fourierovy koeficienty signálů  $s_1$  a  $s_2$ . Pro Fourierovy koeficienty korelačních funkcí tedy platí

$$\mathfrak{X}_{R12}(n) = \frac{1}{N} \mathfrak{X}_1^*(n) \mathfrak{X}_2(n), \quad \mathfrak{X}_{R21}(n) = \frac{1}{N} \mathfrak{X}_1(n) \mathfrak{X}_2^*(n). \quad (6.44)$$

Autokorelační funkce signálu  $s(k)$ :

$$R(m) = \frac{1}{N} \sum_{k \in N} s(k) s(k+m). \quad (6.45)$$

Je sudou funkcí posunutí  $m$ :

$$R(-m) = R(m). \quad (6.46)$$

Nabývá maxima pro  $m = 0$ :

$$R_{\max} = R(0) = \frac{1}{N} \sum_{k \in N} s^2(k) = S_{ef}^2. \quad (6.47)$$

Je periodická s opakovací periodou  $N \Rightarrow$  existuje její Fourierova řada (zobecnění Parsevalova teorému):

$$R(m) = \frac{1}{N^2} \sum_{n \in N} |\mathfrak{X}(n)|^2 e^{jmn \frac{2p}{N}}. \quad (6.48)$$

Pro Fourierovy koeficienty autokorelační funkce tedy platí

$$\mathfrak{X}_R(n) = \frac{1}{N} |\mathfrak{X}(n)|^2. \quad (6.49)$$

Fourierovu řadu lze upravit, zvlášť pro lichý a sudý počet vzorků na periodu.

*N liché:*

$$R(m) = \left| \frac{\mathfrak{X}(0)}{N} \right|^2 + 2 \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \left| \frac{\mathfrak{X}(n)}{N} \right|^2 \cos\left(mn \frac{2p}{N}\right) = S_0^2 + \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \left( \frac{S_n}{\sqrt{2}} \right)^2 \cos\left(mn \frac{2p}{N}\right). \quad (6.50)$$

$S_{n,ef}^2$

*N sudé:*

$$\begin{aligned} R(m) &= \left| \frac{\mathfrak{X}(0)}{N} \right|^2 + 2 \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \left| \frac{\mathfrak{X}(n)}{N} \right|^2 \cos\left(mn \frac{2p}{N}\right) + \left| \frac{\mathfrak{X}(N/2)}{N} \right|^2 (-1)^m = \\ &= S_0^2 + \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \left( \frac{S_n}{\sqrt{2}} \right)^2 \cos\left(mn \frac{2p}{N}\right) + S_{N/2}^2 (-1)^m \end{aligned} \quad (6.51)$$

$S_{n,ef}^2$                        $S_{N/2,ef}^2$

- Všechny harmonické složky autokorelační funkce jsou kosinusové (důsledek sudosti) s nulovými počátečními fázemi. Amplituda  $k$ -té harmonické je kvadrátem efektivní hodnoty  $k$ -té harmonické signálu  $s(k)$ .
- Ne každá diskrétní periodická funkce tedy může být autokorelační funkcí diskrétního signálu.
- Diskrétní periodické signály se stejným amplitudovým a různými fázovými spektry mají stejnou autokorelační funkci.