

## NEŘEŠENÉ PŘÍKLADY

**r 6.25.** Určete opakovací kmitočet, opakovací periodu a počáteční fázi diskretních harmonických signálů:

- a)  $\cos(k \cdot 0,1p)$ , b)  $\sin(k \cdot 0,02p)$ , c)  $-\sin(k \cdot p / 2 + 0,1)$ , d)  $2 \cos(p - 0,3kp)$ ,  
 e)  $(-1)^{k+1}$ , f)  $-2 \cos(0,25kp)$ , g)  $\cos(2kp)$ , h)  $\sin(0,04kp) + \cos(0,04kp)$ ,  
 i)  $\cos\left(k \frac{p}{10} - \frac{p}{3}\right)$ , j)  $\cos[4,25p(k-1)]$ , k)  $-12 \cos(-k \cdot p + p)$ ,  
 l)  $\sin\left(k \cdot \frac{2p}{70} - 0,2p\right)$ .

**Ü Výsledky:**

kmitočet [-]; perioda [-]; fáze [rad]

- a) 0,05; 20; 0, b) 0,01; 100;  $-p/2$ , c) 0,25; 4; 1,671, d) 0,167; 6;  $-p$ , e) 0,5; 2;  $p$ , f) 0,125; 8;  $p$ ,  
 g) 0;  $\infty$ ; 0, h) 0,02; 50;  $-p/4$ , i) 0,05; 20;  $-p/3$ , j) 0,125; 8;  $-p/4$ , k) 0,5; 2; 0, l) 1/70; 70;  $-0,2p$ .

**r 6.26.** Zjistěte, který z uvedených diskretních signálů je periodický:

- a)  $\cos(k \cdot 0,125)$ , b)  $\sin(k \cdot 0,25p)$ , c)  $\sin(k \cdot p / 111)$ , d)  $2 \cos(p - 0,01kp)$ , e)  $(-2)^k$ ,  
 f)  $-2 \cos(0,3kp)$ , g)  $\cos(33kp)$ , h)  $\sin(0,25kp) + \cos(0,125kp)$ ,  
 i)  $\cos\left(k \frac{p}{12} - \frac{p}{30}\right)$ , j)  $\cos[5,25p(k-1)]$ , k)  $-12 \cos\left(k \cdot \frac{p}{4} + p\right)$ ,  
 l)  $\sin^2\left(k \cdot \frac{2p}{7} - 0,2p\right)$ .

**Ü Výsledky:**

Periodické jsou signály: a), b), c), d), g), h), i), k), l).

Signály e), f), j) jsou neperiodické.

**r 6.27.** Určete střední hodnotu a efektivní hodnotu signálů z př.6.25.

**Ü Výsledky:**

Střední hodnota je vždy nula.

Efektivní hodnota: a), b), c), d) 0,707, e) 1 f) 1,414 g), h) 1 i), j) 0,707 k) 12 l) 0,707.

**r 6.28.** Určete kosinovou a sinovou složku signálů z př.6.25.

**Ü Výsledky:**

kosinová složka; sinová složka:

- a) 1; 0, b) 0; 1, c) -0,0998; -0,995, d) -2; 0 e) -1; 0, f) -2; 0 g) 1; 0, h) 1; 1, i) 0,5; -0,866,  
 j) 0,707; -0,707, k) 12; 0, l) -0,588; 0,809.

**r 6.29.** Rozložte signály z př.6.25 na dva proti sobě rotující vektory.

**Ü Výsledky:**

- a)  $0,5e^{j0}e^{jk0,1p} + 0,5e^{-j0}e^{-jk0,1p}$ , b)  $0,5e^{-j0,5p}e^{jk0,02p} + 0,5e^{j0,5p}e^{-jk0,02p}$ ,  
 c)  $0,5e^{j1,671}e^{jk0,5p} + 0,5e^{-j1,671}e^{-jk0,5p}$ , d)  $e^{jp}e^{jk0,3p} + e^{-jp}e^{-jk0,3p}$ , e)  $0,5e^{jp}e^{jkp} + 0,5e^{-jp}e^{-jkp}$ ,  
 f)  $e^{jp}e^{jk0,25p} + e^{-jp}e^{-jk0,25p}$ , g)  $0,5e^{jk0} + 0,5e^{-jk0}$ , h)  $0,707e^{-jp/4}e^{jk0,04p} + 0,707e^{jp/4}e^{-jk0,04p}$ ,  
 i)  $0,5e^{-jp/3}e^{jk0,1p} + 0,5e^{jp/3}e^{-jk0,1p}$ , j)  $0,5e^{-j0,25p}e^{jk0,25p} + 0,5e^{j0,25p}e^{-jk0,25p}$ , k)  $6e^{jkp} + 6e^{-jkp}$ ,  
 l)  $0,5e^{-j0,7p}e^{jk,2p/70} + 0,5e^{j0,7p}e^{-jk,2p/70}$ .

**r 6.30.** Měřením byly získány následující vzorky periodických diskretních signálů v rámci jedné opakovací periody. Vypočtěte komplexní koeficienty Fourierovy řady těchto signálů.

- a) [0 1 2 1 0 0], b) [-2 -1 0 1 2 3], c) [2 1 0 1 2 0], d) [0 1 2 3 2 1], e) [0 1 2 4 7 10],  
 f) [0 2 3 3 2 0], g) [5 3 1 -1 -3 -5], h) [0 0 1 1 0 0], i) [1 1 0 0 1 1], j) [1 -1 1 1 1 -1],  
 k) [1 9 25 49 25 9], l) [1 0 0 0 0 0].

**Ü Výsledky:**

Koeficienty  $X(0)$ ;  $X(1)$ ;  $X(2)$ ;  $X(3)$ ;  $X(4)$ ;  $X(5)$ :

- a) 4; -1,5-j2,5981; -0,5+j0,866; 0; -0,5-j0,866; -1,5+j2,5981  
 b) 3; -3+j5,1962; -3+j1,7321; -3; -3-j1,7321; -3-j5,1962  
 c) 6; 0,5+j0,866; 1,5-j2,5981; 2; 1,5+j2,5981; 0,5-j0,866  
 d) 9; -4; 0; -1; 0; -4  
 e) 24; -3+j12,1244; -6+j3,4641; -6; -6-j3,4641; -3-j12,1244  
 f) 10; -4,5-j2,5981; -0,5-j0,866; 0; -0,5+j0,866; -4,5+j2,5981  
 g) 0; 6-j10,3923; 6-j3,4641; 6; 6+j3,4641; 6+j10,3923  
 h) 2; -1,5-j0,866; 0,5+j0,866; 0; 0,5-j0,866; -1,5+j0,866  
 i) 4; 1,5+j0,866; -0,5-j0,866; 0; -0,5+j0,866; 1,5-j0,866  
 j) 2; -2; 2; 4; 2; -2  
 k) 118; -64; 16; -16; 16; -64  
 l) 1; 1; 1; 1; 1; 1

**r 6.31.** Vypočtěte koeficienty redukované Fourierovy řady (vzorec 6.27) signálů z př.6.30. Využijte Fourierových koeficientů z výsledků př.6.30.

**Ü Výsledky:**

Redukovaná Fourierova řada je ve tvaru

$$s(k) = S_0 + S_1 \cos\left(k \frac{P}{3} + j_1\right) + S_2 \cos\left(k \cdot 2 \frac{P}{3} + j_2\right) + S_3 (-1)^k.$$

$S_0$ ;  $S_1$ ;  $S_2$ ;  $S_3$ ;  $j_1$ [rad];  $j_2$ [rad]:

- a) 0,6667; 1; 0,3333; 0; -2,0944; -4,1889  
 b) 0,5; 2; 1,1547; -0,5; 2,0944; 2,618  
 c) 1; 0,3333; 1; 0,3333; 1,0472; -1,0472  
 d) 1,5; 1,3333; 0; -0,1667; 3,1416, x  
 e) 4; 4,1633; 2,3094; -1; 1,8134; 2,618  
 f) 1,6667; 1,7321; 0,3333; 0; -2,618; -2,0944  
 g) 0; 4; 2,3094; 1; -1,0472; -0,5236

- h) 0,3333; 0,5774; 0,3333; 0; -2,618; -5,236  
 i) 0,6667; 0,5774; 0,3333; 0; 0,5236; -2,0944  
 j) 0,3333; 0,6667; 0,6667; 0,6667; 3,1416; 0  
 k) 19,6667; 29,3333; 5,3333; -2,6667; 3,1416; 0  
 l) 0,1667; 0,3333; 0,3333; 0,1667; 0; 0

**r 6.32.** Měřením byly získány následující vzorky periodického diskretního signálu (jsou uvedeny pouze vzorky spadající do 1 periody):

$k$	0	1	2	3	4
$s(k)$	1,732	-0,416	-1,989	-0,813	1,486

Pomocí teorie redukované Fourierovy řady nalezněte vzorec pro popis tohoto periodického signálu.

**Ü Výsledek:**

$$s(k) = 1,9998 \cos\left(k \cdot \frac{2p}{5} + 0,5237\right) + 0,0003 \cos\left(k \cdot \frac{2p}{5} - 0,7737\right) + 2 \cos\left(0,4kp + \frac{p}{6}\right).$$

**r 6.33.** Vypočítejte střední a efektivní hodnoty signálů z př.6.30.

**Ü Výsledky:**

Střední hodnota; efektivní hodnota:

- a) 0,6667; 1  
 b) 0,5; 1,7795  
 c) 1; 1,291  
 d) 1,5; 1,7795  
 e) 4; 5,3229  
 f) 1,6667; 2,0817  
 g) 0; 3,4157  
 h) 0,3333; 0,5774  
 i) 0,6667; 0,8165  
 j) 0,3333; 1  
 k) 19,6667; 25,2124  
 l) 0,1667; 0,4082

**r 6.34.** Vypočítejte efektivní hodnoty signálů z př.6.30 na základě znalosti redukovaného tvaru Fourierovy řady (viz Parsevalův teorém). Využijte výsledky z př.6.31. Dále určete energii signálů v 1 periodě.

**Ü Výsledky:**

Efektivní hodnota - viz př.6.33.

Energie: a) 6; b) 17; c) 10; d) 19; e) 191; f) 25; g) 70; h) 2; i) 4; j) 6; k) 3814; l) 1.

**r 6.35.** Vypočtěte prvky cyklické konvoluce níže uvedených dvojic periodických signálů (je uvedena 1 perioda):

- a) [2 1 0 1 2 0], [1 1 0 0 1 1]; b) [0 2 3 3 2 0], [-2 -1 0 1 2 3];  
 c) [1 0 0 0 0 0], [0 1 2 3 2 1]; d) [0 1 2 1 0 0], [1 -1 1 1 1 -1];  
 e) [2 1 0 1 2 0], [-2 -1 0 1 2 3]; f) [0 2 3 3 2 0], [5 3 1 -1 -3 -5];  
 g) [0 0 1 1 0 0], [2 1 0 1 2 0]; h) [1 9 25 49 25 9], [0 2 3 3 2 0];  
 i) [1 2 3 4 5 6], [6 5 4 3 2 1]; j) [1 -1 0 -1 1 0], [0 1 2 3 2 1];  
 k) [1 0 0 0 0 0], [0 0 0 0 0 1]; l) [-3 -2 -1 0 1 2], [0 0 1 0 0 0].

**Ü Výsledky:**

- a) [3 4 4 3 5 5]; b) [15 13 5 -3 -5 5]; c) [0 1 2 3 2 1]; d) [2 0 0 0 2 4]; e) [0 -2 5 6 -1 4];  
 f) [-20 -16 0 16 20 0]; g) [3 2 2 3 1 1]; h) [290 202 98 202 290]; i) [76 67 64 67 76 91];  
 j) [-2 2 2 2 -2 -2]; k) [0 0 0 0 0 1]; l) [1 2 -3 -2 -1 0].

**r 6.36.** Vypočtěte prvky vzájemné korelační funkce  $R_{12}$  dvojic periodických signálů uvedených v př.6.35 (je uvedena 1 perioda, signál 1, signál 2).

**Ü Výsledky:**

- a) [0.8333 0.8333 0.5 0.6667 0.6667 0.5]; b) [0.8333 2.5 2.1667 0.8333 -0.5 -0.8333];  
 c) [0.0167 0.3333 0.5 0.3333 0.1667]; d) [0.3333 0.6667 0.3333 0 0 0];  
 e) [-0.1667 0.6667 0 -0.3333 0.8333 1]; f) [0 -3.3333 -2.6667 0 2.6667 3.3333];  
 g) [0.1667 0.5 0.3333 0.3333 0.5 0.1667]; h) [48.3333 33.6667 16.3333 33.6667 48.3333];  
 i) [9.3333 11.8333 13.3333 13.8333 13.3333 11.8333];  
 j) [-0.3333 -0.3333 -0.3333 0.3333 0.3333 0.3333]; k) [0 0 0 0 0 0.1667];  
 l) [-0.1667 -0.3333 -0.5 0.3333 0.1667 0].

**r 6.37.** Vypočtěte vzájemnou energii a výkon dvojic periodických signálů uvedených níže za 1 periodu (je uvedena 1 perioda signálů).

- a) [1 0 1 2 0], [1 0 0 1 1]; b) [2 3 3 2 0], [-1 0 1 2 3]; c) [0 0 0 0 0], [1 2 3 2 1];  
 d) [1 2 1 0 0], [-1 1 1 1 -1]; e) [1 0 1 2 0], [-1 0 1 2 3];  
 f) [2 3 3 2 0], [3 1 -1 -3 -5]; g) [0 1 1 0 0], [1 0 1 2 0]; h) [9 2 4 2 9], [0 3 3 2 0];  
 i) [2 3 4 5 6], [5 4 3 2 1]; j) [-1 0 -1 1 0], [1 2 3 2 1]; k) [1 0 0 0 0], [0 0 0 0 1];  
 l) [-2 -1 0 1 2], [0 1 0 0 0].

**Ü Výsledky:**

Vzájemná energie; vzájemný výkon:

- a) 3; 0,6, b) 5; 1, c) 0; 0, d) 2; 0,4, e) 4; 0,8, f) 0; 0, g) 1; 0,2, h) 22; 4,4, i) 50; 10, j) -2; -0,4, k) 0; 0, l) -1; -0,2.

**r 6.38.** Vypočtěte prvky autokorelační funkce periodických signálů uvedených níže (viz též př.6.30, je uvedena 1 perioda).

- a) [0 1 2 1 0 0], b) [-2 -1 0 1 2 3], c) [2 1 0 1 2 0], d) [0 1 2 3 2 1],  
 e) [0 1 2 4 7 10], f) [0 2 3 3 2 0], g) [5 3 1 -1 -3 -5], h) [0 0 1 1 0 0],  
 i) [1 1 0 0 1 1], j) [1 -1 1 1 1 -1], k) [1 9 25 49 25 9], l) [1 0 0 0 0 0].

**Ü Výsledky:**

- a) [1 0.6667 0.1667 0 0.1667 0.6667];

- b) [3.1667 0.6667 -0.8333 -1.3333 -0.8333 0.6667];  
 c) [1.6667 0.6667 0.8333 1.3333 0.8333 0.6667];  
 d) [3.1667 2.6667 1.8333 1.3333 1.8333 2.6667];  
 e) [28.3333 18 11.3333 9 11.3333 18];  
 f) [4.3333 3.5 2 1.3333 2 3.5];  
 g) [11.6667 1.6667 -4.3333 -6.3333 -4.3333 1.6667];  
 h) [0.3333 0.1667 0 0 0 0.1667];  
 i) [0.6667 0.5 0.3333 0.3333 0.3333 0.5];  
 j) [1 -0.3333 0.3333 -0.3333 0.3333 -0.3333];  
 k) [635.6667 486.3333 273 166.3333 273 486.3333];  
 l) [0.1667 0 0 0 0 0].

**r 6.39.** Rozhodněte, které z posloupností mohou tvořit jednu periodu autokorelační funkce reálného diskrétního signálu:

- a) [4 1 -1 -1 -1]; b) [2 0 -1 -1 0]; c) [4 1 -1 -1 1]; d) [1 2 3 4 5];  
 e) [1 0 1 1 0]; f) [1 1 1 1 1]; g) [-1 0 1 0 1]; h) [-2 1 1 2 3];  
 i) [0 2 4 6 8]; j) [1 0 0 0 0]; k) [3 1 -2 -2 1]; l) [18 14 9 9 14].

**Ü Výsledky:**

Autokorelační funkcí mohou být posloupnosti: a), b), c), e), f), j), k), l).  
 Autokorelační funkcí nemohou být posloupnosti: d), g), h), i).

**r 6.40.** Periodický signál  $s_1$  o jedné periodě

$$s_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

a signál  $s_2$  o téže periodě tvoří cyklickou konvoluci

$$s_3 = [1,28 \ 0,64 \ 0,32 \ 0,16 \ 0,08 \ 0,04 \ 0,02 \ 0,01].$$

Nalezněte signál  $s_2$ .

**Ü Výsledky:**

$$s_2 = s_3.$$

**r 6.41.** Na vstup přijímače datových signálů působí užitečný periodický signál s jednou periodou danou výrazem

$$s_1 = [1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 1]$$

a blíže nespecifikovaný rušivý signál  $s_2$ . Korelační analýzou byla zjištěna periodická vzájemná korelační funkce

$$R_{12} = [-0,025 \ 0,027 \ 0,033 \ 0,039 \ -0,012].$$

Určete jednu periodu signálu  $s_2$ .

**Ü Výsledky:**

$$s_2 = [0,01 \ -0,025 \ 0,12 \ 0,08 \ -0,03].$$