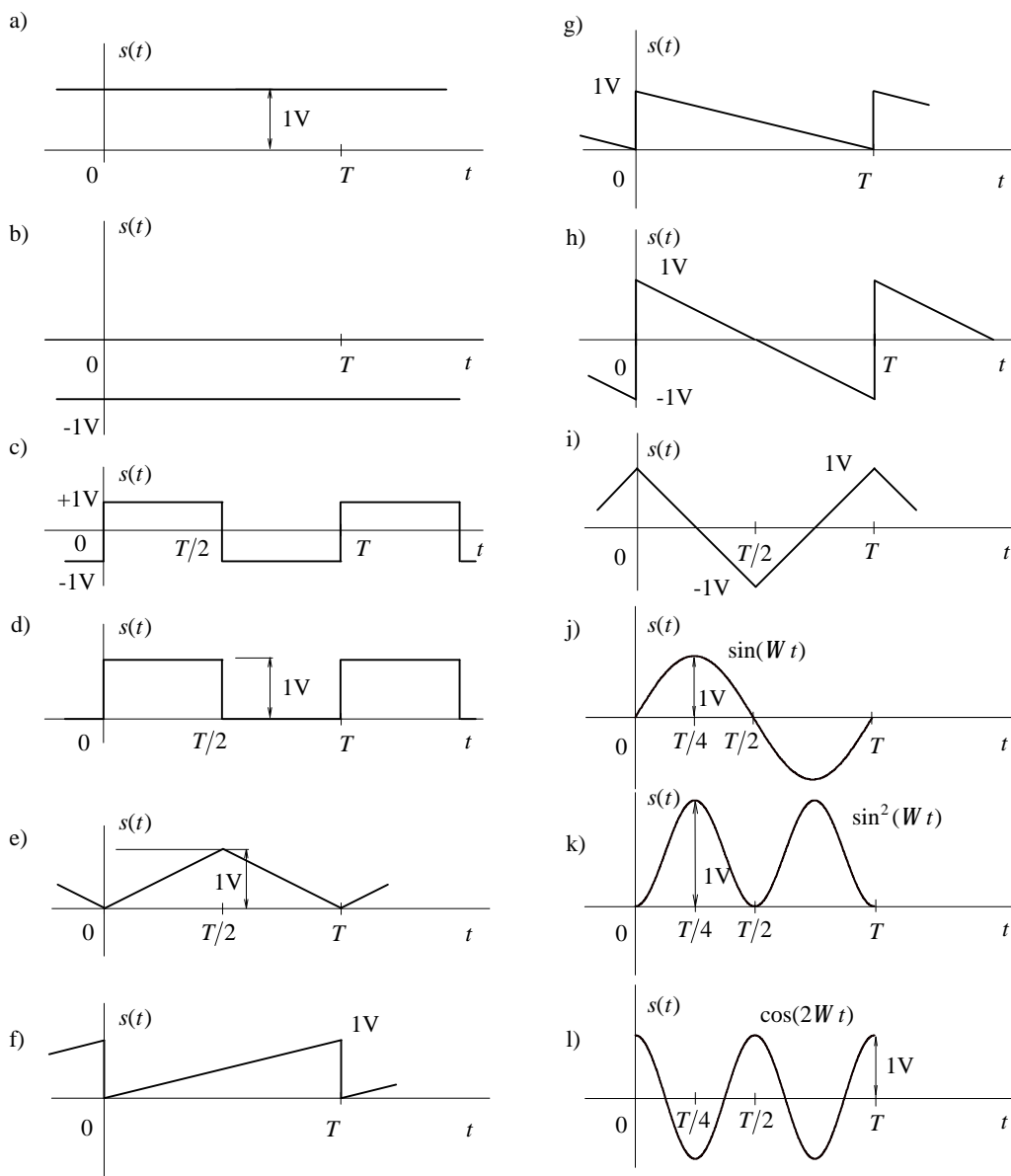


NEŘEŠENÉ PŘÍKLADY

r 1.27. Vypočítejte normovanou energii signálů na obr.1.26 v časovém intervalu $T = 1\text{ms}$:



Obr.1.26. Příklady analyzovaných signálů.

Ü Výsledky:

a) 1mJ , b) 1mJ , c) 1mJ , d) 2mJ , e) $1/3\text{mJ}$, f) $1/3\text{mJ}$, g) $1/3\text{mJ}$, h) $1/3\text{mJ}$, i) $1/3\text{mJ}$, j) $0,5\text{mJ}$, k) $3/8\text{mJ}$, l) $0,5\text{mJ}$.

r 1.28. Určete střední hodnoty signálů z př.1.27.

Ü Výsledky:

a) 1V , b) -1V , c) 0V , d) 1V , e) $0,5\text{V}$, f) $0,5\text{V}$, g) $0,5\text{V}$, h) 0V , i) 0V , j) 0V , k) $0,5\text{V}$, l) 0V .

r 1.29. Určete efektivní hodnoty signálů z obr.1.26.

ü Výsledky:

a) 1V, b) 1V, c) 1V, d) $\sqrt{2}V \approx 1,414V$, e) $1/\sqrt{3}V \approx 0,577V$, f) 0,577V, g) 0,577V, h) 0,577V, i) 0,577V, j) $1/\sqrt{2}V \approx 0,707V$, k) $\sqrt{3/8}V \approx 0,612V$, l) $1/\sqrt{2}V \approx 0,707V$.

r 1.30. Zjistěte určením vzájemných energií signálů z obr.1.26 (nebo úvahou), zda jsou ortogonální následující dvojice:

a) a-c, b) e-h, c) c-d, d) b-j, e) j-l, f) i-l, g) f-g, h) j-k, i) a-l, j) h-k, k) h-l, l) e-j.

ü Výsledky:

Ortogonální dvojice: a-c, e-h, b-j, j-l, i-l, j-k, a-l, h-k, h-l, e-j (ortogonální nejsou c-d, f-g).

r 1.31. Určete opakovací kmitočet (Hz) periodických signálů:

a) $\sin(200\pi t + 45^\circ)$,
 b) $2\sin(2\pi t) + 3\cos(2\pi t)$,
 c) $\sin(20\pi t - 30^\circ) + 3\cos(20\pi t)$,
 d) $\sin(100\pi t) + 0,01\sin(200\pi t + 45^\circ)$,
 e) $\cos(200\pi t) + \sin(400\pi t)$,
 f) $2\sin(200\pi t) - 3\cos(300\pi t + 12^\circ)$,
 g) $2\cos(500\pi t - 90^\circ) - \sin(600\pi t)$,
 h) $1 + 8\cos(100\pi t) + 2\cos(101\pi t + 30^\circ)$,
 i) $2 + 3\sin(100\pi t) + 0,1\sin(99\pi t) + 0,1\sin(101\pi t)$,
 j) $-3 - \sin(\pi t) + \cos(1000\pi t)$,
 k) $\sin(50\pi t) + \sin(70\pi t + 90^\circ)$,
 l) $\cos(\pi t) + \cos^2(\pi t)$.

ü Výsledky:

a) 100Hz, b) 1Hz, c) 10Hz, d) 50Hz, e) 100Hz, f) 50Hz, g) 50Hz, h) 0,5Hz, i) 0,5Hz, j) 0,5Hz, k) 5Hz, l) 0,5Hz.

r 1.32. Určete počáteční fáze periodických signálů ($\omega = 200\pi$ rad/s):

a) $-5\cos(\omega t)$,
 b) $12\sin(\omega t + 15^\circ)$,
 c) $-6\cos(\omega t + 90^\circ)$,
 d) $-\sin[\omega(t+1)]$,
 e) $2\cos(\omega t + 110^\circ)$,
 f) $\sin(\omega t)$,
 g) $-\cos(\omega t - 300^\circ)$,
 h) $-10\cos(\omega t) + 10\sin(\omega t)$,
 i) $-\sin(\omega t) + \cos(\omega t)$,
 j) $2\cos(\omega t) + 3\sin(\omega t)$,
 k) $5\cos(\omega t + 30^\circ) + \sin(\omega t)$,
 l) $\sin(\omega t + 180^\circ) - 2\sin(\omega t)$.

Ü Výsledky:

- a) 180° , b) -75° , c) -90° , d) -90° , e) 110° , f) -90° , g) -120° , h) 225° , i) 45° , j) $-56,3^\circ$, k) $19,1^\circ$, l) 90° .

r 1.33. Určete fázové posuvy mezi signály z př.1.32:

- a) j_{ab} , b) j_{ik} , c) j_{el} , d) j_{dk} , e) j_{gb} , f) j_{ch} , g) j_{ij} , h) j_{ea} , i) j_{jh} , j) j_{cf} , k) j_{fg} , l) j_{bj} .

Ü Výsledky:

- a) 255° , b) $25,9^\circ$, c) 20° , d) $-109,1^\circ$, e) -45° , f) -315° , g) $-101,3^\circ$, h) -70° , i) $-281,3^\circ$, j) 0° , k) -30° , l) $-18,7^\circ$.

r 1.34. Určete časové posuvy mezi signály z př.1.32:

- a) t_{ac} , b) t_{cd} , c) t_{dl} , d) t_{ie} , e) t_{id} , f) t_{al} , g) t_{ij} , h) t_{ed} , i) t_{gh} , j) t_{fb} , k) t_{ej} , l) t_{hc} .

Ü Výsledky:

- a) $7,5\text{ms}$, b) 0ms , c) $-5,5\bar{\text{ms}}$, d) $-1,8\text{ms}$, e) $3,75\text{ms}$, f) $2,5\text{ms}$, g) $2,81\text{ms}$, h) $5,5\bar{\text{ms}}$, i) $-9,58\text{ms}$, j) $-0,42\text{ms}$, k) $4,62\text{ms}$, l) $8,75\text{ms}$.

r 1.35. Určete kosinovou a sinovou složku harmonických signálů:

- a) $5\cos(\omega t - 20^\circ)$,
 b) $-2\sin(\omega t + 90^\circ)$,
 c) $-15\cos(\omega t + 45^\circ)$,
 d) $20\cos(\omega t)$,
 e) $-0,2\sin(-\omega t + 100^\circ)$,
 f) $0,1\cos(-\omega t - 5^\circ)$,
 g) $-100\cos(\omega t + 180^\circ)$,
 h) $-100\sin(\omega t - 180^\circ)$,
 i) $\cos(\omega t + 600^\circ)$,
 j) $-\sin(\omega t + 1000^\circ)$,
 k) $\cos(\omega t - 90^\circ)$,
 l) $\sin(\omega t - 270^\circ)$.

Ü Výsledky:

Kosinová složka; sinová složka:

- a) $4,698$; $1,71$, b) -2 ; 0 , c) $-10,61$; $+10,61$, d) 20 ; 0 , e) $-0,197$; $-0,035$, f) $0,0996$; $-0,0087$,
 g) 100 ; 0 , h) 0 ; 100 , i) $-0,5$; $0,866$, j) $0,985$; $-0,174$, k) 0 ; 1 , l) 1 ; 0 .

r 1.36. Vypočítejte amplitudu a počáteční fázi signálů:

- a) $\cos(\omega t) + \sin(\omega t)$,
 b) $-7\sin(\omega t) + 3\cos(\omega t)$,
 c) $-\cos(\omega t) - 0,5\sin(\omega t)$,
 d) $\sin(\omega t) - \cos(\omega t)$,
 e) $15\cos(2\omega t) - 5\sin(2\omega t)$,
 f) $0,5\sin(\omega t) + 2\cos(\omega t)$,
 g) $\sin(\omega t + 180^\circ) + \cos(\omega t + 90^\circ)$,

- h) $-2\cos(\omega t + 270^\circ) + 4\sin(\omega t)$,
 i) $5[\sin(\omega t) - 2\cos(\omega t)]$,
 j) $\sin(\omega t) + \sin(\omega t + 450^\circ)$,
 k) $-3\cos(\omega t) + 4\sin(\omega t)$,
 l) $\sin(\omega t) + \cos(\omega t + 90^\circ) + \cos(\omega t - 45^\circ)$.

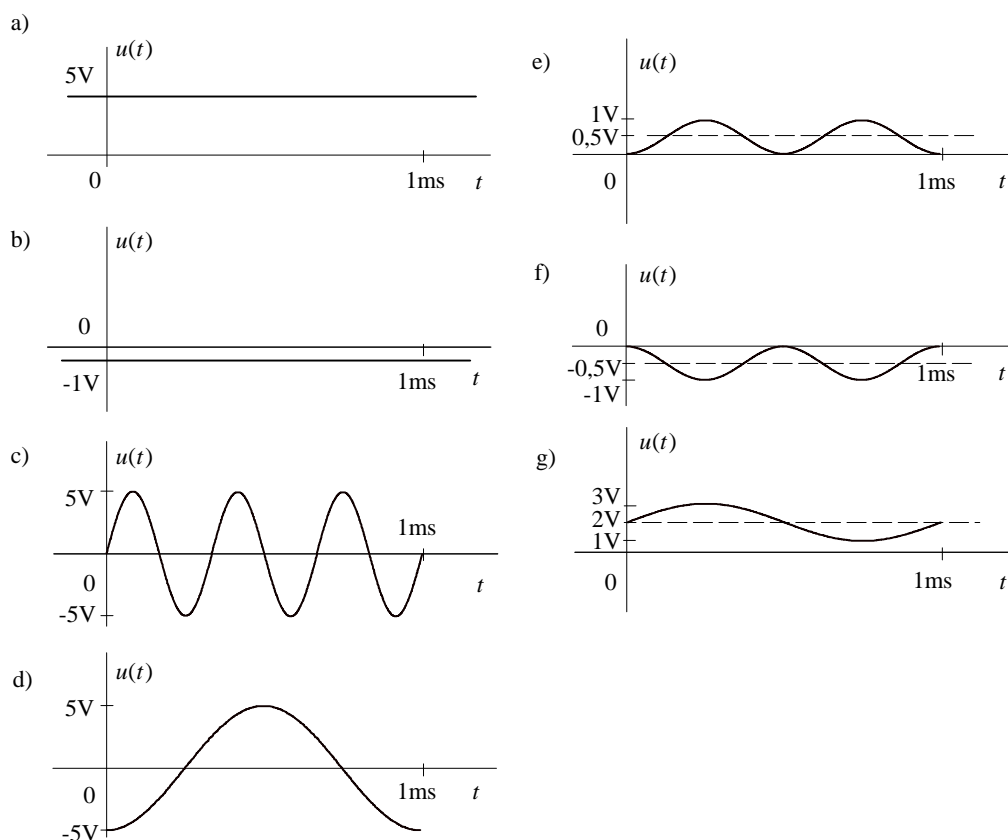
Ü Výsledky:

Amplituda; fáze:

- a) 1,414; -45° , b) 7,616; $66,8^\circ$, c) 1,118; $153,4^\circ$, d) 1,414; 135° , e) 15,81; $18,4^\circ$, f) 2,06; -14° ,
 g) 2; 0° , h) 2; -90° , i) 11,118; $206,6^\circ$, j) 1,848; $-67,5^\circ$, k) 5; $233,1^\circ$, l) 1; -45° .

r 1.37. Určete komplexní koeficienty $\&$ signálů z př.1.35.**Ü Výsledky:**

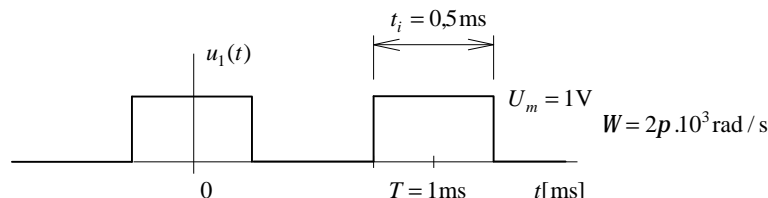
- a) $2,5e^{-j20^\circ}$, b) $1e^{j180^\circ}$, c) $7,5e^{j225^\circ}$, d) $10e^{j0^\circ}$, e) $0,1e^{j180^\circ}$, f) $0,05e^{-j5^\circ}$, g) $50e^{j0^\circ}$, h) $50e^{-j90^\circ}$,
 i) $0,5e^{j600^\circ}$, j) $0,5e^{j10^\circ}$, k) $0,5e^{-j90^\circ}$, l) $0,5e^{j0^\circ}$.

r 1.38. Nakreslete spektra amplitud a počátečních fází signálů z obr.1.26.**Bez výsledků.****Obr.1.27.** Příklady analyzovaných signálů.

r 1.39. Načrtněte spektra amplitud a počátečních fází signálů na obr.1.27. Ocejchujte osy!

Bez výsledků.

r 1.40. Rozložte signál na obr.1.28 do Fourierovy řady.

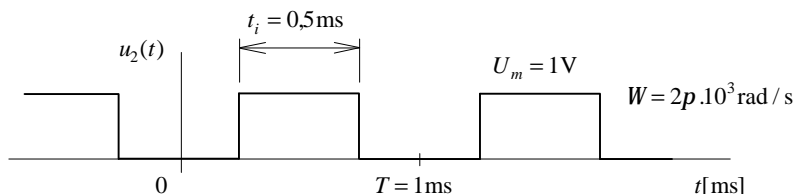


Obr.1.28. Příklad periodického signálu.

Ü Výsledek:

$$u_1(t) = 0,5 + \sum_{k=1}^{\infty} \text{sinc}\left(k \frac{p}{2}\right) \cos kWt \quad \& \quad 0,5 + \frac{2}{p} \cos Wt - \frac{2}{3p} \cos 3Wt + \frac{2}{5p} \cos 5Wt - \frac{2}{7p} \cos 7Wt + \mathbf{K} \quad \& \\ \& \quad 0,5 + 0,636 \cos Wt - 0,212 \cos 3Wt + 0,127 \cos 5Wt - 0,091 \cos 7Wt + \mathbf{K} \quad [V]$$

r 1.41. Signál na obr.1.29 vznikl ze signálu z obr.1.28 zpožděním o čas $t = 0,5\text{ms}$. Určete koeficienty jeho Fourierovy řady aplikací poučky o posunutí signálu na koeficienty signálu z př.1.40 (použijte výsledek př.1.40).



Obr.1.29. Signál vzniklý zpožděním z obr.1.28 o 0,5ms.

Ü Výsledek:

$$u_2(t) = 0,5 + \sum_{k=1}^{\infty} \text{sinc}\left(k \frac{p}{2}\right) \cos[kWt - kWt] = 0,5 + \sum_{k=1}^{\infty} \text{sinc}\left(k \frac{p}{2}\right) \cos[kWt - kp] \quad \& \\ \& \quad 0,5 - 0,636 \cos Wt + 0,212 \cos 3Wt - 0,127 \cos 5Wt + 0,091 \cos 7Wt - \mathbf{K} [V].$$

r 1.42. Vyřešte př.1.41 na základě úvahy, že součtem signálů $u_2(t)$ a $u_1(t)$ (z př.1.40) vznikne konstantní signál.

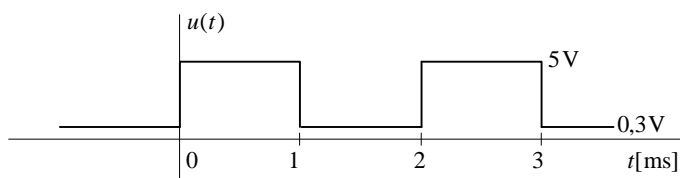
Ü Výsledek:

Viz výsledek př.1.41.

- ☞ **1.43.** Načrtněte spektrum amplitud a počátečních fází signálu z obr.1.28 bez mezivýpočtu jeho Fourierových koeficientů.

Bez výsledků.

- ☞ **1.44.** Vypočtěte počáteční fázi 3.harmonické složky signálu na obr.1.30.



Obr.1.30. Příklad analyzovaného signálu.

Ü Výsledek:

-90°.

- ☞ **1.45.** Načrtněte spektrum amplitud a počátečních fází signálu z obr.1.30.

Bez výsledků.

- ☞ **1.46.** Načrtněte spektrum amplitud a počátečních fází signálů na obr.1.31 bez mezivýpočtu Fourierových koeficientů.

Bez výsledků.

- ☞ **1.47.** Rozložte periodické signály z obr.1.26 do Fourierovy řady.

Ü Výsledky:

a) $u(t) = 1V,$

b) $u(t) = -1V,$

c) $u(t) = \frac{4}{p} \left[\sin Wt + \frac{1}{3} \sin 3Wt + \frac{1}{5} \sin 5Wt + \mathbf{K} \right],$

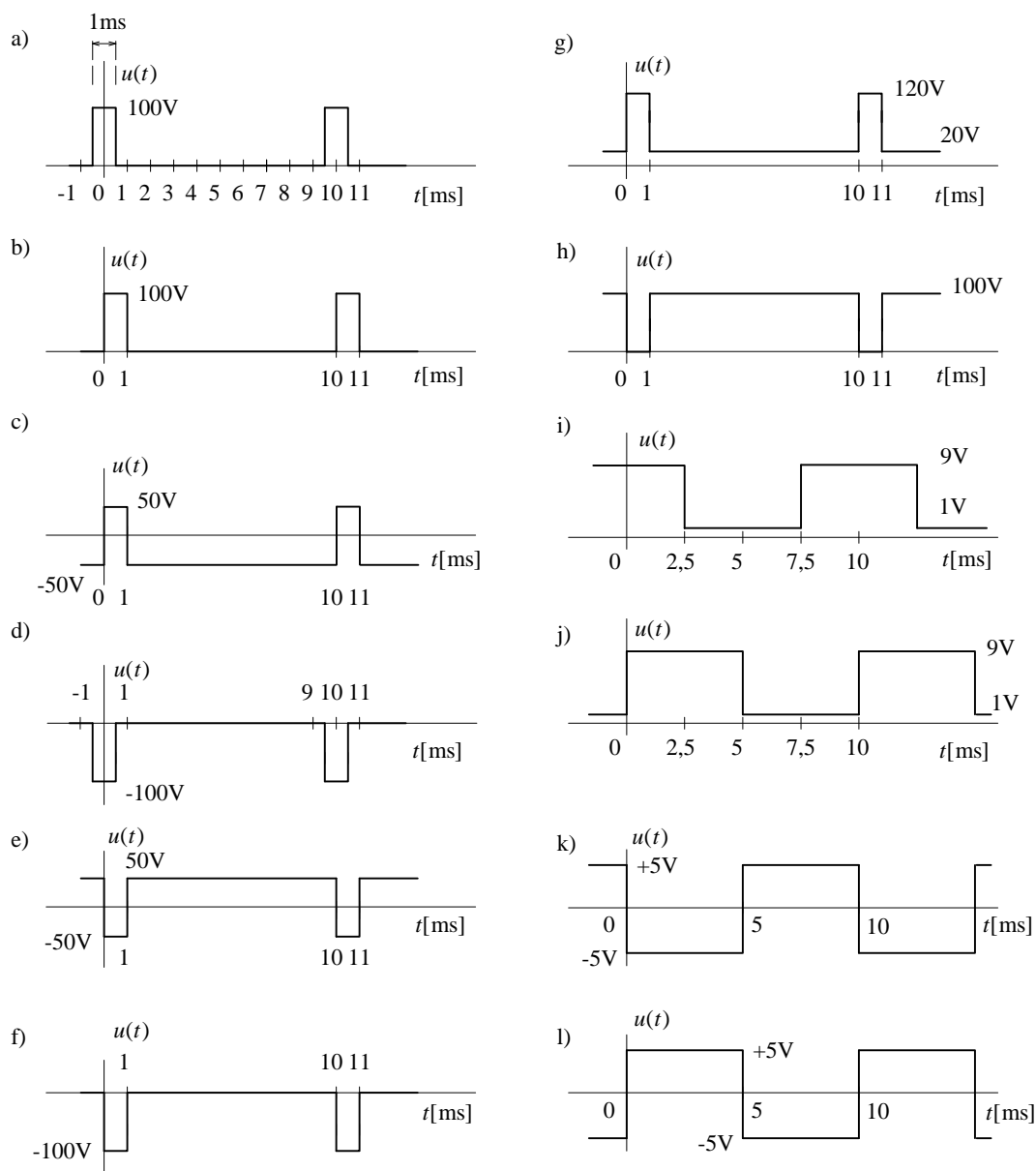
d) $u(t) = 1 + \frac{4}{p} \left[\sin Wt + \frac{1}{3} \sin 3Wt + \frac{1}{5} \sin 5Wt + \mathbf{K} \right],$

e) $u(t) = 0,5 - \frac{4}{p^2} \left[\cos Wt + \frac{1}{3^2} \cos 3Wt + \frac{1}{5^2} \cos 5Wt + \mathbf{K} \right],$

f) $u(t) = 0,5 - \frac{1}{p} \left[\sin Wt + \frac{1}{2} \sin 2Wt + \frac{1}{3} \sin 3Wt + \mathbf{K} \right],$

g) $u(t) = 0,5 + \frac{1}{p} \left[\sin Wt + \frac{1}{2} \sin 2Wt + \frac{1}{3} \sin 3Wt + \mathbf{K} \right],$

- h) $u(t) = -\frac{2}{p} \left[\sin Wt + \frac{1}{2} \sin 2Wt + \frac{1}{3} \sin 3Wt + \mathbf{K} \right],$
 i) $u(t) = \frac{8}{p^2} \left[\frac{1}{1^2} \sin Wt - \frac{1}{3^2} \sin 3Wt + \frac{1}{5^2} \sin 5Wt - \mathbf{K} \right],$
 j) $u(t) = \sin Wt,$
 k) $u(t) = 0,5 + 0,5 \sin 2Wt,$
 l) $u(t) = \cos 2Wt.$



Obr.1.31. Příklady periodických signálů.

r 1.48. Rozložte periodické signály na obr.1.32 do Fourierovy řady.

Ü **Výsledky:** $s(t) =$

- a) $\frac{h}{4} + \frac{h}{p} \left(\sin Wt + \frac{1}{2} \sin 2Wt + \frac{1}{3} \sin 3Wt + \mathbf{K} \right) - \frac{2h}{p^2} \left(\cos Wt + \frac{1}{3^2} \cos 3Wt + \frac{1}{5^2} \cos 5Wt + \mathbf{K} \right),$
- b) $\frac{h}{4} + \frac{h}{p} \left(\sin Wt + \frac{1}{2} \sin 2Wt + \frac{1}{3} \sin 3Wt + \mathbf{K} \right) + \frac{2h}{p^2} \left(\cos Wt + \frac{1}{3^2} \cos 3Wt + \frac{1}{5^2} \cos 5Wt + \mathbf{K} \right),$
- c) $\frac{2h}{p} \left[\sin Wt + \frac{1}{2} \sin 2Wt + \frac{1}{3} \sin 3Wt + \mathbf{K} \right],$
- d) $\frac{2h}{p} \left[-\sin Wt + \frac{1}{2} \sin 2Wt - \frac{1}{3} \sin 3Wt + \mathbf{K} \right],$
- e) $\frac{h}{2} + \frac{4h}{p^2} \left(\frac{1}{1^2} \cos Wt + \frac{1}{3^2} \cos 3Wt + \frac{1}{5^2} \cos 5Wt + \mathbf{K} \right),$
- f) $\frac{8h}{p^2} \left(\frac{1}{1^2} \cos Wt + \frac{1}{3^2} \cos 3Wt + \frac{1}{5^2} \cos 5Wt + \mathbf{K} \right),$
- g) $\frac{h}{4} + \frac{4h}{p^2} \left(\frac{1}{1^2} \cos Wt + \frac{2}{2^2} \cos 2Wt + \frac{1}{3^2} \cos 3Wt + \frac{0}{4^2} \cos 4Wt + \frac{2}{5^2} \cos 5Wt + \mathbf{K} \right),$
- h) $\frac{4h}{p} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1.3} \cos 2Wt - \frac{1}{3.5} \cos 4Wt - \frac{1}{5.7} \cos 6Wt - \mathbf{K} \right),$
- i) $\frac{4h}{p} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1.3} \cos 2Wt - \frac{1}{3.5} \cos 4Wt + \frac{1}{5.7} \cos 6Wt - \mathbf{K} \right),$
- j) $\frac{h}{p} + \frac{h}{2} \sin Wt - \frac{2h}{p} \left(\frac{1}{1.3} \cos 2Wt + \frac{1}{3.5} \cos 4Wt + \frac{1}{5.7} \cos 6Wt + \mathbf{K} \right),$
- k) $\frac{h}{p} + \frac{h}{2} \cos Wt + \frac{2h}{p} \left(\frac{1}{1.3} \cos 2Wt - \frac{1}{3.5} \cos 4Wt + \frac{1}{5.7} \cos 6Wt - \mathbf{K} \right),$
- l) $\frac{3h\sqrt{3}}{p} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2.4} \cos Wt - \frac{1}{5.7} \cos 2Wt - \frac{1}{8.10} \cos 3Wt - \mathbf{K} \right).$

ř **1.49.** S využitím Parsevalova teorému a výsledků př.1.47 vypočtete výkon signálů z obr.1.26 rozprostřený v kmitočtovém pásmu 0÷5kHz (t.j. výkon stejnosměrné složky + prvních 5 harmonických složek včetně).

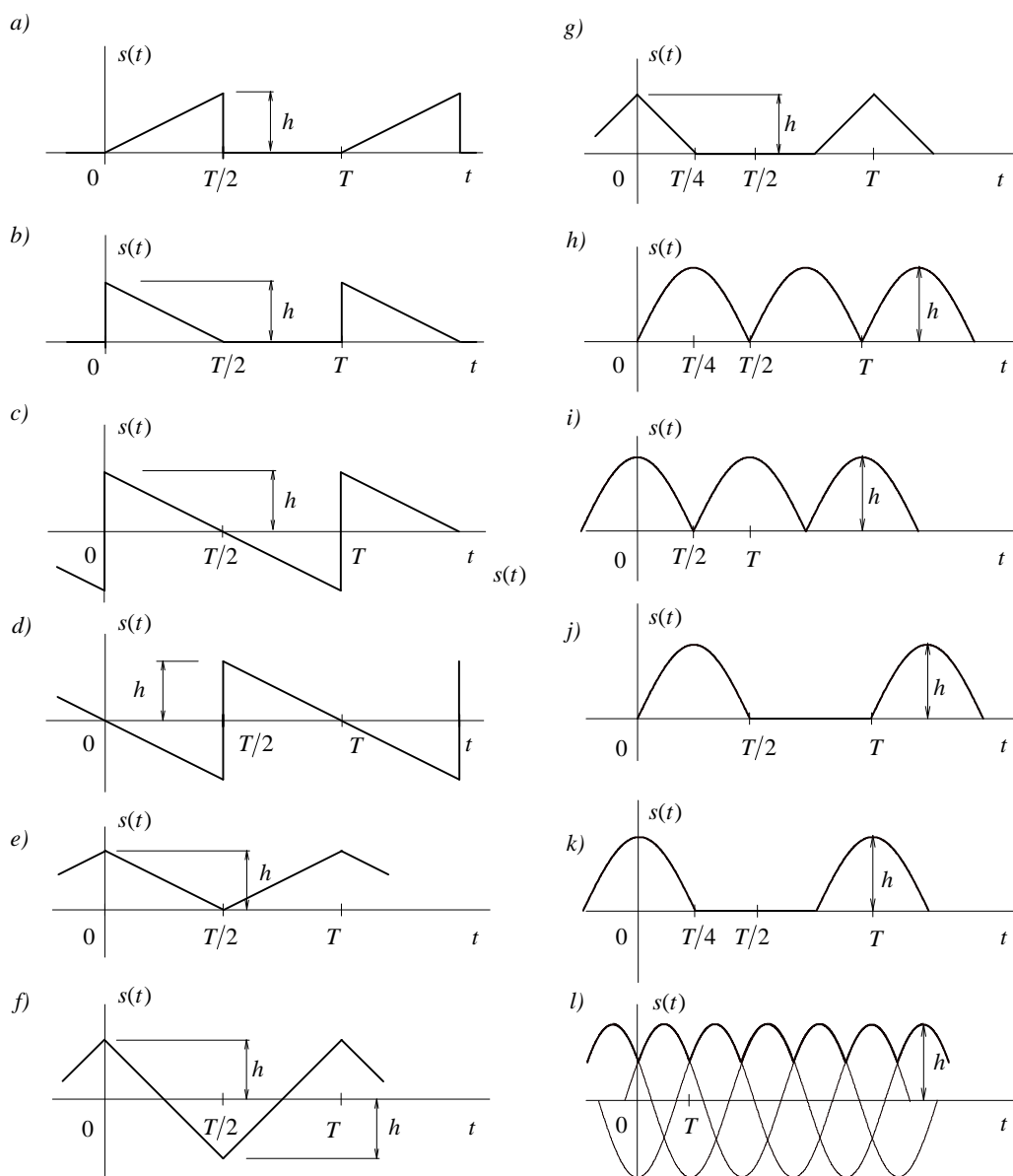
Ü **Výsledky:**

- a) 1W, b) 1W, c) 0,966W, d) 1,933W, e) 1/3W, f) 0,324W, g) 0,324W, h) 0,296W, i) 1/3W, j) 0,5W, k) 0,375W, l) 0,5W.

ř **1.50.** S využitím Parsevalova teorému a výsledků př.1.48 vypočtete výkon signálů z obr.1.32 soustředěný do stejnosměrné složky a prvních pěti harmonických složek. Uvažujte $h = 1V$.

Ü **Výsledky:**

- a) 0,157W, b) 0,157W, c) 0,297W, d) 0,297W, e) 1/3W, f) 0,333W, g) 0,167W, h) 0,499W, i) 0,499W, j) 0,262W, k) 0,262W, l) 0,707W.



Obr.1.32. Příklady periodických signálů.

- r 1.51.** Obdélníkové impulsy mají opakovací kmitočet 1kHz. Navrhněte šířku impulsu tak, aby ze spektra vymizela spektrální složka na kmitočtu
 a) 1kHz, b) 2kHz, c) 3kHz, d) , e) 5kHz, f) 6kHz, g) 7kHz, h) 8kHz, i) 9kHz,
 j) 10kHz, k) 11kHz, l) 12kHz.

Ü Výsledky:

- a) 0 nebo 1ms, b) 0,5ms, c) 1/3ms, d) 0,25ms nebo 0,5ms, e) 0,2ms, f) 1/6ms nebo 0,5ms nebo 1/3ms, g) 1/7ms, h) 1/8ms nebo 1/2ms, i) 1/9ms nebo 1/3ms, j) 1/10ms nebo 1/5ms nebo 1/2ms, k) 1/11ms, l) 1/12ms nebo 1/4ms nebo 1/3ms nebo 1/2ms.

- r 1.52.** Uvažujme obdélníkový signál s poměrem šířky impulsu k šířce mezery 1:1. Počínaje kterou harmonickou složkou jsou všechny spektrální složky alespoň 100x utlumeny oproti 1.harmonické složce?

Ü Výsledek:

Počínaje 101.harmonickou složkou.

- r 1.53.** Určete, při jakých hodnotách t budou vzájemné korelační funkce signálů z obr.1.26 nabývat maximálních hodnot.

a) R_{cd} , b) R_{fh} , c) R_{dh} , d) R_{ij} , e) R_{ac} , f) R_{kl} , g) R_{ci} , h) R_{hi} , i) R_{ei} , j) R_{ed} , k) R_{gj} , l) R_{ch} .

Ü Výsledky:

a) $t=0$, b) $t=0$, c) $t=T/2$, d) $t=0$, e) -, f) $t=T/4$, g) $t=0$, h) $t=T/2$, i) $t=-T/2$, j) $t=-T/4$, k) $t=0$, l) $t=T/2$.

- r 1.54.** Autokorelační funkce signálu je vyjádřena vztahem

- a) $R(t) = 10$ [W]
 b) $R(t) = 10\cos(Wt)$ [W]
 c) $R(t) = 2\cos(Wt) + 5\cos(5Wt)$ [W]
 d) $R(t) = + 3\cos(2Wt) + 2\cos(10Wt)$ [W]
 e) $R(t) = \cos(Wt) + 1/2\cos(2Wt) + 1/3\cos(3Wt) + 1/4\cos(4Wt)$ [W]
 f) $R(t) = + \sin(Wt+90^\circ) - 0,1\cos(5Wt-180^\circ)$ [W]
 g) $R(t) = + 3\cos(Wt) + 3\cos(2Wt)$ [W]
 h) $R(t) = + 0,1\cos(Wt) - 0,01\cos(3Wt+180^\circ) + 0,0001\cos(5Wt)$ [W]
 i) $R(t) = + \cos(23Wt) + \cos(24Wt) + \cos(26Wt)$ [W]
 j) $R(t) = 100\cos(11Wt) - 0,1\cos(12Wt-180^\circ) + \cos(19Wt)$ [W]
 k) $R(t) = 15\cos(12Wt)$ [W]
 l) $R(t) = 1/3\cos(3Wt) - 1/9\cos(9Wt+180^\circ)$ [W]

Vypočítejte amplitudy všech harmonických složek příslušného signálu.

Ü Výsledky:

- a) ss složka = 3,162V
 b) 1.harmonická složka = 4,472V
 c) 1.harmonická složka = 2V, 5.harmonická složka = 3,16V
 d) ss složka = 1,732V, 2.harmonická složka = 2,449V, 10.harmonická složka = 2V
 e) 1.harmonická složka = 1,414V, 2.harmonická složka = 1V, 3.harmonická složka = 0,316V, 4.harmonická složka = 0,707V
 f) ss složka = 2,236V, 1.harmonická složka = 1,414V, 5.harmonická složka = 0,447V
 g) ss složka = 1V, 1.harmonická složka = 2V, 2.harmonická složka = 2,449V
 h) ss složka = 1V, 1.harmonická složka = 0,447V, 3.harmonická složka = 0,141V, 5.harmonická složka = 0,014V
 i) ss složka = 1,414V, 23.harmonická složka = 1,414V, 24.harmonická složka = 1,414V, 25.harmonická složka = 1,414V
 j) 11.harmonická složka = 14,14V, 12.harmonická složka = 0,447V, 19.harmonická složka = 1,414V
 k) 1.harmonická složka = 5,477V
 l) 1.harmonická složka = 0,816V, 3.harmonická složka = 0,471V.

r 1.55. Vypočtete a nakreslete autokorelační funkce signálů c), d), j), k) a l) z obr.1.26.

Bez výsledků.

r 1.56. Vypočtete a nakreslete autokorelační funkce signálů a), b), c), d), e), f) a g) z obr.1.32.

Bez výsledků.