ELEKTRICKÉ SYSTÉMY

Signál nemůže existovat bez prostředí, v němž vzniká, šíří se, je uchováván nebo se přeměňuje na jiný typ signálu. Takovému prostředí se říká **systém**.

Dělení systémů a jejich modelů se odvíjí od typů signálů, které v systému působí:

analogové

1) systémy pracující souvisle v čase (continuous-time) ⟷ systémy se signály souvislými v hodnotách

(analog)

číslicové

systémy pracující diskrétně v čase - diskrétní systémy (discrete-time) ⟷ systémy se signály diskrétními v hodnotách (kvantovanými) (quantized)

(digital)

hybridní - smíšené - systémy

2) lineární systémy (linear) ⟷ stacionární systémy (s neproměnnými parametry) (stationary)

nelineární systémy (nonlinear) ⟷ nestacionární systémy (s časově proměnnými parametry) (nonstationary, time varying)

3) systémy statické (nesetrvačné, bez paměti, bez akumulačních prvků), popsané algebraickými rovnicemi
systémy dynamické (setrvačné, s pamětí, s akumulačními prvky), popsané diferenciálními rovnicemi

2. SYSTÉMY SE SOUVISLÝM ČASEM

LINEÁRNÍ STACIONÁRNÍ SYSTÉMY

- Existují zde lineární závislosti mezi budicími a vyvolanými veličinami (vstupy a výstupy).
- Platí zde princip superpozice:
  Vstupní signál x_1 vyvolává výstupní signál y_1.
  Vstupní signál x_2 vyvolává výstupní signál y_2.
  Pak:
  Vstupní signál $x_1 + x_2$ vyvolává výstupní signál $y_1 + y_2$ (princip aditivity).
  Vstupní signál ax_1 vyvolává výstupní signál ay_1 , a reálné číslo (princip multiplicity).
- Lineární systém může být buď stabilní nebo nestabilní.
  - Stabilní systém reaguje na časově ohraničené zanikající buzení odezvou, která je také zanikající.
  - Nestabilní systém reaguje na časově ohraničené zanikající buzení odezvou, která má tendenci neomezeně růst.

- Systém, skládající se z prvků, které ke své činnosti nevyžadují zvláštní přívod energie (prvky R,L,C), je v praxi vždy stabilní.
- Některé systémy obsahující aktivní prvky (tranzistory, operační zesilovače, ..) mohou vykazovat nestabilní chování.

- Budíme-li stabilní lineární systém harmonickým signálem, systém přejde do harmonického ustáleného stavu: všechna vnitřní napětí a vnitřní proudy jsou harmonická stejného kmitočtu jako je kmitočet buzení.

- Poměr amplitud výstupního a vstupního signálu systému v harmonickém ustáleném stavu závisí na kmitočtu buzení. Tato závislost je známa jako amplitudová kmitočtová charakteristika.

- Rozdíl počátečních fází výstupního a vstupního signálu systému v harmonickém ustáleném stavu závisí rovněž na kmitočtu buzení. Tato závislost je známa jako fázová kmitočtová charakteristika.

- Obě kmitočtové charakteristiky lze vyjádřit najednou komplexní kmitočtovou charakteristikou, která popisuje kmitočtovou závislost poměru komplexních Fourierových koeficientů výstupního a vstupního harmonického signálu:

$$\dot{K}(w)=\frac{\dot{C}_2}{\dot{C}_1}=\frac{c_2 e^{jj_2}}{c_1 e^{jj_1}}=\underbrace{\frac{C_2}{C_1}}_{K(w)} e^{\overbrace{j(j_2-j_1)}^{j(w)}} \qquad (2.1)$$

  - $\dot{K}(w)$ je komplexní přenos systému na kmitočtu w.
  - Kmitočtová závislost komplexního přenosu vynesená v komplexní rovině je komplexní kmitočtová charakteristika.
  - Kmitočtová závislost modulu komplexního přenosu $K(w)$, t.j. poměru amplitud, je amplitudová (modulová) kmitočtová charakteristika.
  - Kmitočtová závislost argumentu komplexního přenosu $K(w)$, t.j. fázový posuv, je fázová (argumentová) kmitočtová charakteristika.

  Komplexní přenos systému lze určit jeho analýzou v harmonickém ustáleném stavu.
  Komplexní přenos je funkcí komplexního kmitočtu jw. Nahradíme-li jej formálně symbolem $p = jw$, získáme z komplexního přenosu tzv. přenosovou funkci:

$$K(p)=\dot{K}(w)\Big|_{jw=p}. \qquad (2.2)$$

  Přenosová funkce je u elektrických obvodů se soustředěnými parametry racionální lomená funkce proměnné p. Nejvyšší mocnina p v přenosové funkci udává řád obvodu (viz následující část o lineárních filtrech).

- Budíme-li stabilní lineární systém periodickým signálem, systém přejde do periodického ustáleného stavu: všechna vnitřní napětí a vnitřní proudy jsou periodická stejného kmitočtu jako je kmitočet buzení.

- V souladu s principem superpozice obsahuje výstupní periodický signál obecně stejný počet harmonických složek jako budicí signál. Harmonická složka výstupního signálu na kmitočtu F je vyvolána harmonickou vstupního signálu na kmitočtu F, která je modifikována vstupně-výstupním komplexním přenosem na kmitočtu F (změna amplitudy a počáteční fáze). Ve výstupním signálu se nemohou objevit harmonické na jiných kmitočtech, než jsou kmitočty harmonických vstupního signálu.
  Aby měl výstupní signál stejný tvar jako vstupní signál, musí se amplitudy všech spektrálních složek přenést se stejnou vahou (zesílením, zeslabením, beze změny) a stejným časovým zpožděním.

- Ideální přenosový článek - musí mít:

- konstantní amplitudovou kmitočtovou charakteristiku
- lineární fázovou kmitočtovou charakteristiku (linearita fáze znamená konstantní časové zpoždění pro všechny harmonické, viz př.1.20).
  - V praxi stačí, jsou-li obě podmínky splněny jen pro rozsah kmitočtů, v němž se nacházejí spektrální složky zpracovávaného signálu.
  - Nejsou-li obě podmínky splněny, dochází k lineárnímu zkreslení signálu, a to buď amplitudovému, fázovému nebo kombinaci obojího.

- Dva odlišné pohledy na lineární zkreslení:
  - Nepříznivý jev, který se snažíme vyloučit všude tam, kde jde o věrný přenos signálu beze změny jeho tvaru.
  - Jev, kterého využíváme při lineární kmitočtové filtraci signálu, kdy filtrem přenášíme na výstup pouze ty spektrální složky vstupního signálu, o které máme zájem, a jiné potlačujeme.

Lineární kmitočtové filtry

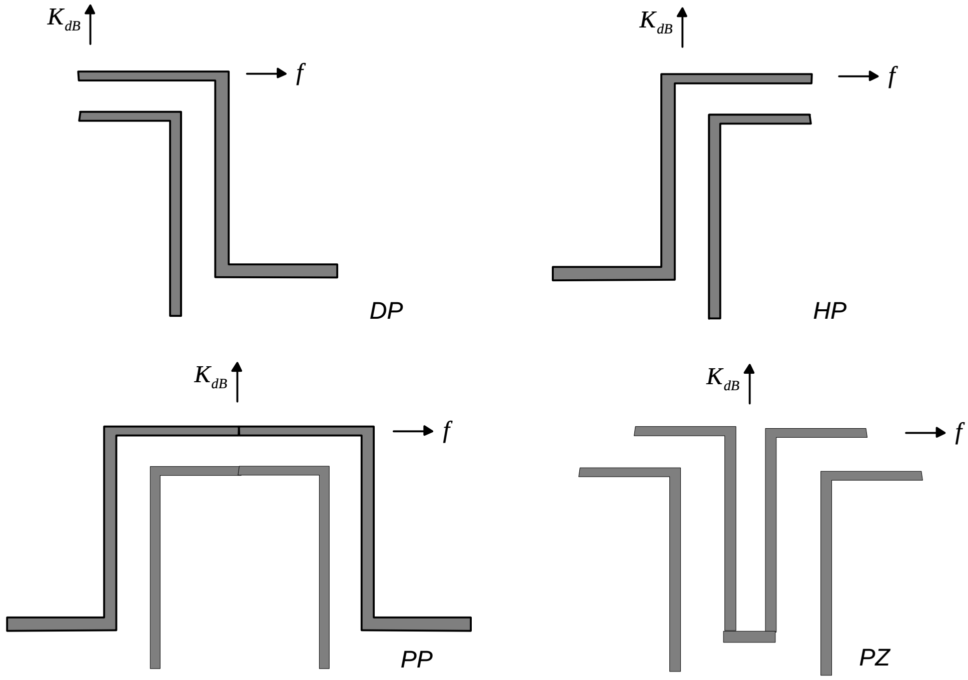
Patří k často v praxi používaným dynamickým systémům. Jejich důležitou charakteristikou je **řád** filtru.

Zjednodušená definice (nemá obecnou platnost):

Řád filtru je roven počtu akumulačních prvků (L a C), z nichž se skládá.

Ve skutečnosti může být řád menší než udává zjednodušená definice.
Čím je vyšší řád filtru, tím lepší může být jeho filtrační účinek, roste však obvodová složitost filtru.

Podle základního průběhu amplitudové kmitočtové charakteristiky se filtry dělí na:
- dolní propust (DP), angl. Low-Pass filter (LP)
- horní propust (HP), angl. High-Pass filter (HP)
- pásmovou propust (PP), angl. Band-Pass filter (BP)
- pásmovou zádrž (PZ), angl. Band-Reject filter (BR)
- fázovací článek (FČ), angl. All-Pass filter (AP)



Obr.2.1. Příklady tolerančních schémat amplitudové kmitočtové charakteristiky.

Fázovací článek má mít konstantní amplitudovou a lineární fázovou kmitočtovou charakteristiku. Jeho úkolem není filtrace signálu v pravém slova smyslu, pouze časový posuv signálu, t.j. posouvání fází spektrálních složek v závislosti na jejich kmitočtu.

Na obr.2.1 jsou znázorněna toleranční schémata amplitudových kmitočtových charakteristik základních typů filtrů, kterými specifikuje zákazník své požadavky na kmitočtovou závislost přenosu filtru. Skutečná charakteristika nemůže mít ideální pravoúhlý průběh, musí však procházet nevyšrafovanou oblastí. Charakter křivky, vyhovující tolerančnímu poli, může být rozmanitý. Hovoříme o různých aproximacích ideální amplitudové kmitočtové charakteristiky. Volba aproximace ovlivní důležité vlastnosti filtru. V praxi se často používají tyto aproximace (ukázka na obr.2.2 pro filtr typu DP):

- **Besselova** - velmi plochý monotónní průběh z propustného do útlumového pásma.
  Výhody: V propustném pásmu probíhá charakteristika bez zvlnění, není velké amplitudové zkreslení výstupního signálu.
  Fázová kmitočtová charakteristika je blízká lineárnímu průběhu, není tedy velké ani fázové zkreslení.
  Nevýhoda: Příliš pozvolný přechod z propustného do útlumového pásma a tudíž špatné oddělení užitečného signálu od nežádoucích spektrálních složek.

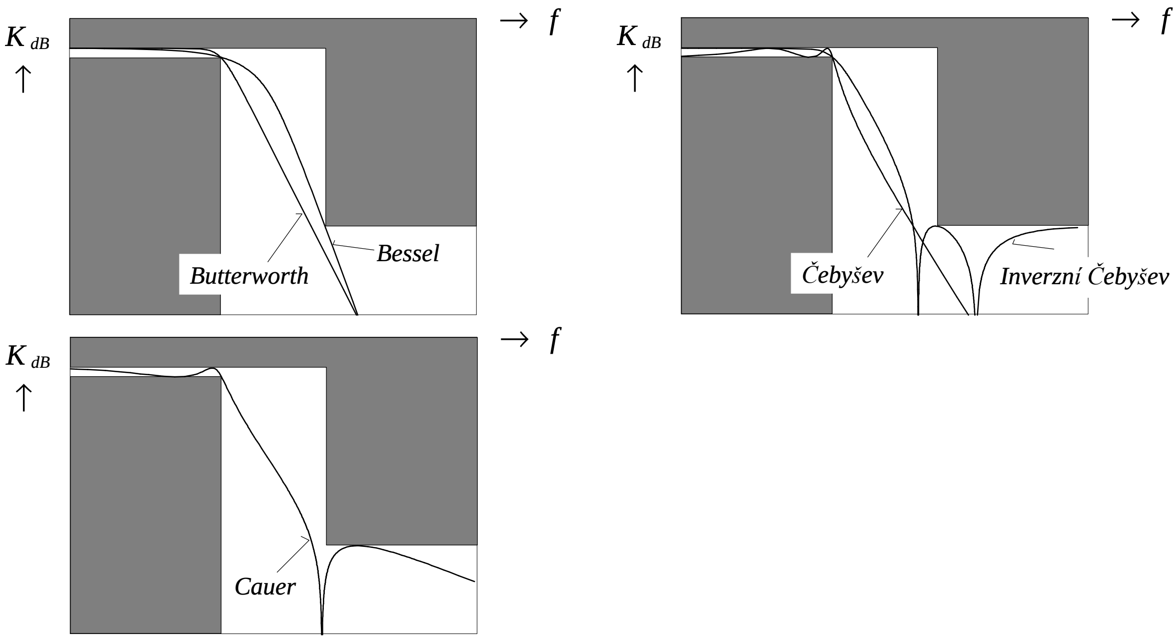
- **Butterworthova** - plochý monotónní průběh z propustného do útlumového pásma.
  Vlastnosti podobné jako u Besselovy aproximace, ale prudší přechod mezi propustným a útlumovým pásmem (lepší filtrační účinek) a méně lineární průběh fázové charakteristiky (větší fázové zkreslení výstupního signálu).

- **Čebyševova** - rovnoměrné zvlnění v tolerančním poli propustného pásma, pak poměrně strmý přechod do útlumového pásma. Čím větší zvlnění, tím strmější přechod.
  Výhody: Větší strmost přechodu z propustného do útlumového pásma než u předchozích aproximací.
  Nevýhody: Amplitudové lineární zkreslení v důsledku zvlnění amplitudové kmitočtové charakteristiky.
  Zvlněná fázová charakteristika v propustném pásmu, vznik fázového zkreslení.

- **Inverzní Čebyševova** - monotónní průběh v propustném pásmu, pak poměrně strmý přechod do útlumového pásma, zvlnění v útlumovém pásmu.
  Výhody: Stejná strmost přechodu z propustného do útlumového pásma.
  Malé amplitudové zkreslení v propustném pásmu - lepší než u předchozích aproximací.
  Nevýhody: Fázové zkreslení větší než u Besselovy a Butterworthovy aproximace, lepší než u Čebyševovy.
  Menší útlum v útlumovém pásmu než u předešlých aproximací.
  Většinou složitější obvodová realizace než u předešlých aproximací.

- **Cauerova** - zvlnění v propustném i útlumovém pásmu.
  Výhody: Velmi strmý přechod z propustného do útlumového pásma, nejstrmější ze všech aproximací.
  Nevýhody: Největší lineární zkreslení výstupního signálu ze všech aproximací.
  Většinou složitější obvodová realizace.

Filtry zkonstruované podle aproximací Cauerovy a Čebyševovy mohou být menšího řádu než u aproximací Besselovy a Butterworthovy při splnění podmínek daného tolerančního pole (viz obr.2.2).



Obr.2.2. Dané toleranční pole splňují filtry typu: Bessel 7. řádu, Butterworth 5. řádu, Čebyšev 4. řádu, Inv. Čebyšev 4. řádu, Cauer 3. řádu.

Přenos impulsů lineárním systémem

Lineární systém v počátečním stavu bez energie je vybuzen impulsem $s_1(t)$ o spektrální funkci $\hat{S}_1(w)$. Reaguje na něj výstupním impulsem $s_2(t)$ o spektrální funkci $\hat{S}_2(w)$, přičemž platí

$$\hat{S}_2(w) = \hat{K}(w)\hat{S}_1(w), \tag{2.3}$$

kde $\hat{K}(w)$ je komplexní přenos systému.

Časové průběhy obou signálů jsou svázány konvolučním integrálem (bude studováno v navazujícím kurzu Systémy, procesy a signály II). Odezvu systému na vstupní signál je možné určit i zpětnou Fourierovou transformací .Tohoto postupu lze samozřejmě využít jen tehdy, existují-li spektrální funkce vstupního a výstupního signálu. Integrál zpětné Fourierovy transformace se však obecně velmi nesnadno řeší. V praxi můžeme použít numerickou metodu založenou na DFT.

Spektrální hustoty energie výstupního a vstupního signálu spolu souvisí takto (platí pro jednostranné i dvoustranné hustoty):

$$L_2(w) = \left|\hat{K}(w)\right|^2 L_1(w) \tag{2.4}$$

V závislosti na tvaru amplitudové kmitočtové charakteristiky systému dojde k přerozdělení energie ve spektru mezi vstupním a výstupním signálem. Energie impulsu vstupujícího do systému je obecně jiná než energie impulsu vystupujícího. U pasivních obvodů bez přídavných přívodů energie je energie výstupního impulsu menší než energie vstupního impulsu, neboť část se přemění v teplo na rezistivních prvcích uvnitř obvodu.

NELINEÁRNÍ STACIONÁRNÍ SYSTÉMY

- Existují zde nelineární závislosti mezi budicími a vyvolanými veličinami (vstupy a výstupy).
- Neplatí zde princip superpozice.

- Nelineární systém může být buď stabilní nebo nestabilní. Charakter chování (stabilní, nestabilní) však závisí na počátečním stavu systému a na budicím signálu.
- Vlivem nelineárních vstupně-výstupních závislostí dochází k tvarovému zkreslení signálu, kterému říkáme nelineární zkreslení.
- Budíme-li stabilní nelineární systém harmonickým signálem o kmitočtu F, systém přejde do periodického ustáleného stavu: vnitřní napětí a proudy nebudou harmonické, nýbrž periodické. Opakovací kmitočet je v mnoha případech stejný jako kmitočet harmonického buzení. Periodický signál se skládá z harmonických složek na kmitočtech F, $2F$, $3F$, .. . Při průchodu harmonického signálu jistými typy nelineárních obvodů (hysterezní systémy apod.) vznikne periodický signál s opakovacím kmitočtem, který je $1/n$ tinou kmitočtu budicího signálu, n celé. Obecně tedy nelineární systém z harmonického signálu o kmitočtu F generuje množinu harmonických signálů o vyšších kmitočtech nF (ultraharmonické složky), případně i množinu harmonických složek o kmitočtech F/n (subharmonické složky). Tomuto jevu se říká obohacení spektra nelineárním systémem, neboť ve spektru výstupního signálu se objevily složky, které vůbec nejsou přítomny ve spektru vstupního signálu.
- Nelineární zkreslení, vyvolané systémem při působení jediného budicího harmonického signálu, se nazývá harmonické zkreslení. Číselně se vyhodnocuje činitelem harmonického zkreslení (anglicky *THD* - Total Harmonic Distortion):

$$THD = \frac{\sqrt{S_{2ef}^2 + S_{3ef}^2 + S_{4ef}^2 + \ldots}}{S_{1ef}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} S_{kef}^2}}{S_{1ef}}, \qquad (2.5)$$

kde S_{kef} je efektivní hodnota k-té harmonické zkresleného signálu. V souladu s Parsevalovým teorémem je v čitateli efektivní hodnota části signálu, tvořeného vyššími harmonickými spektra, rozšířeného nelineárním zkreslením.

Často se faktor *THD* udává v procentech, pak

$$THD_{\%} = THD.100\,. \qquad (2.6)$$

- Budíme-li nelineární systém několika harmonickými signály o kmitočtech F_1, F_2, ..., F_n, systém generuje spektrální složky na tzv. kombinačních kmitočtech

$$a_1 F_1 + a_2 F_2 + \ldots + a_n F_n\,. \qquad (2.7)$$

Celá čísla a_1, a_2, ..., a_n se vyskytují ve všech kombinacích, které vedou na nezáporný součet (2.7).

- Dva odlišné pohledy na nelineární zkreslení (= tvarové zkreslení signálu, = obohacení spektra signálu):
  - Nepříznivý jev, který se snažíme vyloučit všude tam, kde jde o věrný přenos signálu beze změny jeho tvaru.
  - Jev, kterého využíváme při nelineárním zpracování signálu, kdy nejprve nelineárním systémem zkreslíme signál a vytvoříme tak spektrální složky, které nejsou přítomny ve spektru budicích signálů, a kmitočtovým filtrem pak tyto složky vybereme na výstup zařízení. Na tomto principu pracuje řada radiotechnických zařízení, např. násobiče kmitočtu, usměrňovače, směšovače, modulátory a demodulátory apod.