

## .NOISE – Šumová analýza

Rezistory a polovodičové prvky jsou zdroji vlastního šumu.

Šumová analýza = analýza pronikání těchto šumů na výstup obvodu.

Výstupní šum se pak může přepočítat přes vstupně-výstupní přenos zpět na vstupní svorky obvodu.

Porovnáním úrovně šumu s úrovněmi užitečného signálu na výstupu či vstupu získáme představu o odstupu signálu od šumu.

Předmětem šumové analýzy jsou tedy výhradně vnitřní zdroje šumů a způsoby jejich šíření obvodem. Vstupní signály jsou uvažovány jako bezšumové.

SPICE modeluje tři druhy šumu: tepelný šum rezistorů, blikavý a výstřelový šum v polovodičích.

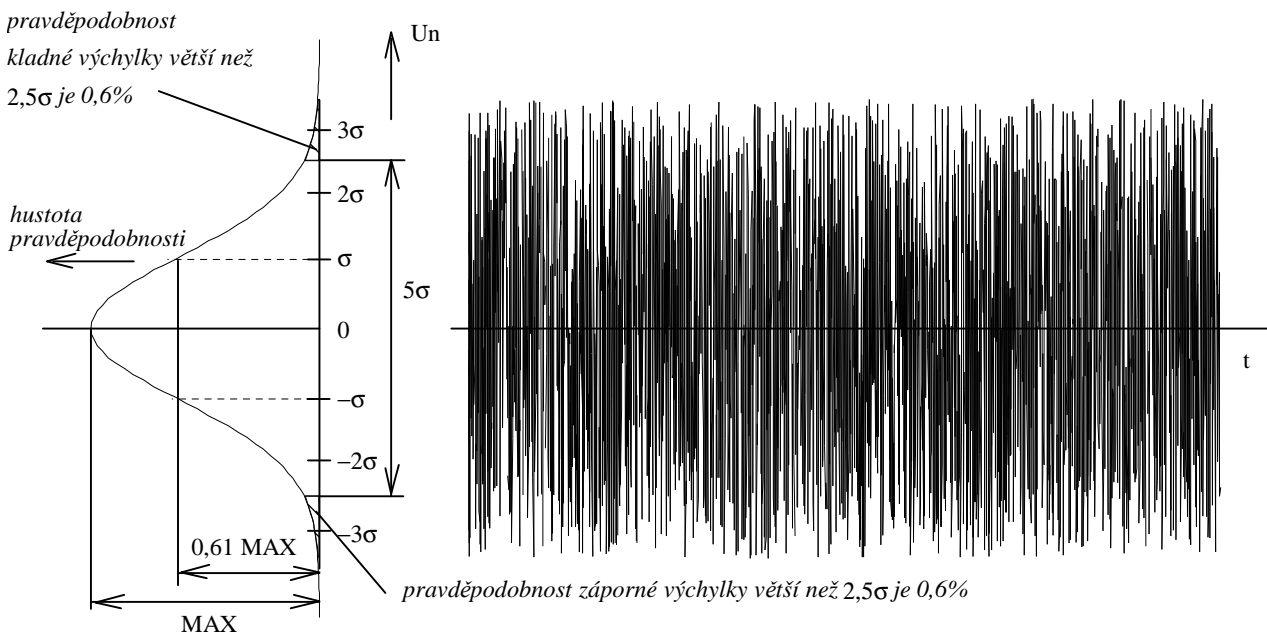
### Jak lze charakterizovat šum

Šumy jsou signály, náhodně se měnící v čase, ale jejich statistické vlastnosti jsou stálé.

Popis šumů: buď jejich časovými průběhy  $u_n(t)$  a  $i_n(t)$ , nebo tzv. spektrálními hustotami.

Spektrální charakteristiky jsou v čase relativně stálé a dobře měřitelné. Lze z nich odvodit výkon šumu, soustředěný v určitém kmitočtovém pásmu, a z výkonu efektivní hodnotu a z ní pravděpodobnou mezivrcholovou hodnotu šumu.

Simulátory proto pracují jen se spektrálními charakteristikami šumu, konkrétně s napětovou a proudovou spektrální hustotou (viz dále).



Nejpravděpodobnější hodnota šumu je nula, což je současně průměrná – střední hodnota šumu. Hodnoty šumu „hodně vzdálené“ od nuly jsou málo pravděpodobné. Rozložení této pravděpodobnosti je popsáno tzv. hustotou pravděpodobnosti ve tvaru Gaussovy křivky. Štíhlost křivky je řízena jejím parametrem  $\sigma$ , což je tzv. směrodatná odchylka šumu. Druhá mocnina směrodatné odchylky se nazývá disperze  $D$ . Z hlediska signálového je důležitější toto přiřazení:

#### Směrodatná odchylka a disperze šumu:

- Směrodatná odchylka  $\sigma$  je efektivní hodnota šumu.
- Disperze  $D$  je činný výkon šumu do jednotkového odporu.

Křivka hustoty pravděpodobnosti ohraničuje plochu, která udává pravděpodobnost výskytu šumu v daném rozmezí hodnot:

- Plocha pod celou křivkou je jednotková, čemuž odpovídá stoprocentní pravděpodobnost, že mezivrcholová hodnota šumu se bude nacházet někde v intervalu šumových napětí  $(-\infty, +\infty)$ .
- Pravděpodobnost, že šumový signál překročí hladiny  $\pm 2,5\sigma$ , neboli že jeho mezivrcholová hodnota nebude větší než  $5\sigma$ , je jen asi 1,2%.
- Pro  $6\sigma$  je pravděpodobnost jen 0,27% a pro  $10\sigma$  vychází  $6 \cdot 10^{-5} \%$ .

Praktický odhad mezivrcholové hodnoty šumu z efektivní hodnoty:

### Odhad mezivrcholové hodnoty šumu:

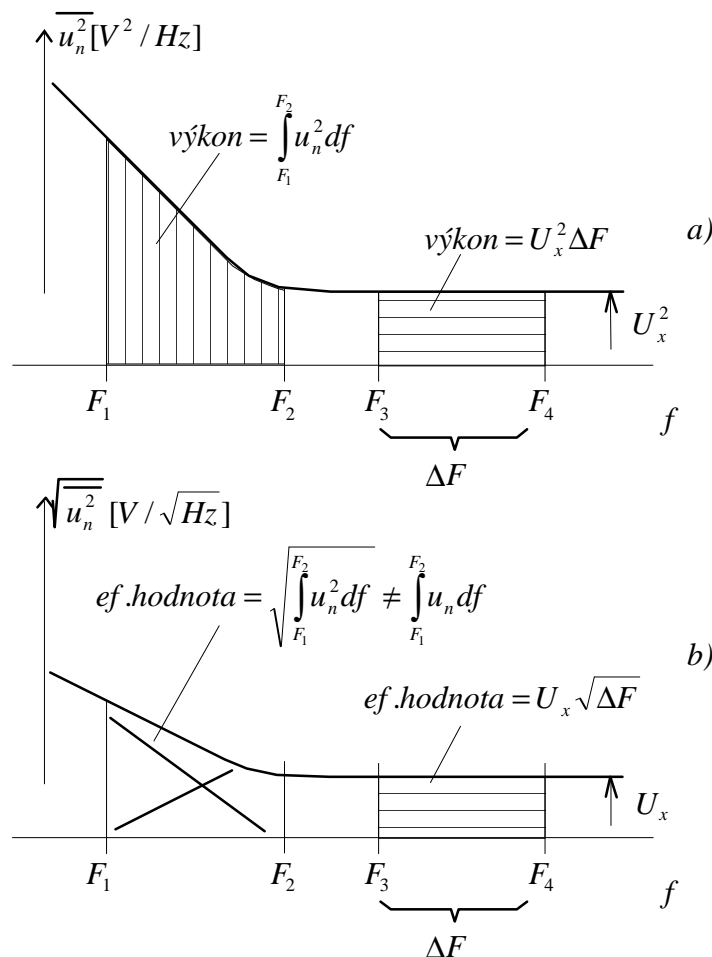
*Mezivrcholová hodnota = (5 až 6) krát efektivní hodnota.*

Odhad je platný s pravděpodobností kolem 98,8 % , resp. nad 99,7 % (pro pětku, resp. šestku).

Efektivní hodnotu šumu získáme ze spektrálních charakteristik, které vyhodnocuje SPICE.

Šumová analýza = analýza výkonu šumu, který pak srovnáváme s výkonem užitečného signálu. Pro výpočet poměrů výkonů nepotřebujeme znát velikost zátěže, do níž signály pracují. Počítáme tedy s tzv. normovanými výkony do odporu  $1 \Omega$ . Normovaný výkon se počítá z druhé mocniny  $U$  nebo  $I$ . V obou případech vychází číselně stejně. Jeho jednotka je udávána buď  $[A^2]$  nebo  $[V^2]$ .

Při šumové analýze obvodů nás zajímá i rozložení výkonu ve spektru. Ukázka typické křivky šumového výkonu polovodičového prvku (vodorovná i svislá osa jsou logaritmické):



Na nízkých kmitočtech, do 1 Hz až asi 1 kHz podle typu polovodičové součástky, se uplatňuje blikavý šum a další šумы charakteru „ $1/F$ “, jejichž výkon s rostoucím kmitočtem zaniká. Podstatnou úlohu zde hrají napěťové a proudové ofsety a driftы. V navazujícím kmitočtovém pásmu se uplatňuje zhruba konstantní úroveň šumu tepelného a výstřelového (tzv. bílý šum).

Výkon, soustředěný v daném pásmu kmitočtů, je dán plochou (integrálem), kterou nad tímto pásmem ohraničuje křivka šumového výkonu. Na svislou osu na obr. a) se tedy vynáší veličina  $u_n^2$ , jejíž rozměr je  $[V^2/Hz]$ . Nazývá se spektrální hustota výkonu (výkon šumu, nacházející se v elementárním kmitočtovém pásmu 1 Hz). V pásmu kmitočtů, kde je spektrální hustota konstantní, se výkon vypočítá jednoduše vynásobením spektrální hustoty šířkou pásma.

Na obr. b) je křivka tzv. spektrální hustoty napětí (efektivní hodnota šumu v elementárním kmitočtovém pásmu 1 Hz). Je to druhá odmocnina ze spektrální hustoty výkonu, což vede na zvláštní jednotku  $[V/\sqrt{Hz}]$ . Tato veličina se objevuje jako katalogový údaj řady polovodičových součástek. Z obr. b) vyplývá, že efektivní hodnotu šumového napětí vypočítáme vynásobením spektrální hustoty napětí druhou odmocninou z šířky pásma, v němž šum působí, ale jen za předpokladu konstantní spektrální hustoty. Při jiné kmitočtové závislosti šumového napětí, např. v pásmu nízkých kmitočtů, kde se projevuje šum  $1/F$ , je nutné počítat efektivní hodnotu integrací.

Vykazuje-li např. operační zesilovač konstantní spektrální hustotu vstupního šumového napětí  $6,5 \text{ nV}/\sqrt{Hz}$  od 10 Hz nahoru, pak šum „posbíraný“ v širokém pásmu od 10 Hz do 10 kHz bude mít efektivní hodnotu asi  $0,65 \text{ } \mu\text{V}$  a mezivrcholovou hodnotu asi  $3,25 \text{ } \mu\text{V}$  (efektivní krát 5).

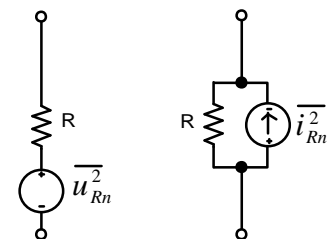
Hlavním výstupem počítačové simulace šumových poměrů v obvodu je křivka spektrální hustoty zadaného uzlového napětí. Z této křivky je pak možno integrací získat výkon a efektivní hodnotu šumu v různých kmitočtových pásmech.

## Jak „šumí“ rezistory a polovodiče

Rezistory – tepelný šum, širokopásmový (bílý šum). Je způsoben náhodným pohybem elektronů v odporových strukturách.

$$\bar{u}_{Rn}^2 = 4kTR\Delta f, \quad \frac{\bar{u}_{Rn}^2}{R} = 4kT\Delta f$$

$$\bar{i}_{Rn}^2 = \frac{4kT}{R}\Delta f, \quad R\bar{i}_{Rn}^2 = 4kT\Delta f$$



$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$  ... Boltzmannova konstanta

$T$  ... teplota rezistoru v Kelvinech

Pro teplotu 27 stupňů Celsia, t.j. 300 Kelvinů, vychází normovaný výkon tepelného šumu  $1.657 \cdot 10^{-20} \text{ W}$  v kmitočtovém intervalu 1Hz. Výkon soustředěný v kmitočtovém pásmu od 0Hz do 100MHz vychází  $1.657 \cdot 10^{-12} \text{ W}$ . Pro odpor  $1\text{k}\Omega$  to znamená druhou mocninu šumového napětí  $1.657 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2$  a efektivní hodnotu šumového napětí  $40,7 \mu\text{V}$ . Mezivrcholová hodnota šumového napětí je pak cca 203-244  $\mu\text{V}$ .

Rezistor jako takový produkuje bílý šum, tzn. že spektrální hustota výkonu je konstantní pro všechny frekvence. Při odhadu šířky pásma  $\Delta f$  je však třeba zohlednit limitovaný kmitočtový rozsah šumu při jeho působení do zátěže, tj. kmitočtovou charakteristiku obvodu „vloženého“ mezi zdroj šumu a výstup.

## Polovodiče

– výstřelový šum (Shot Noise), je to bílý šum, kmitočtově nezávislý; spolu s tepelným šumem parazitních odporů má dominantní účinky

- blikavý šum (Flicker Noise), je to šum typu „1/F“, t.j. uplatňuje se na nízkých kmitočtech, jeho příspěvek k celkovým šumovým poměrům je většinou nepodstatný.

Příčina výstřelového šumu: protékání stejnosměrného proudu  $I$  přes polovodič, kdy náhodně vznikají a nekombinují páry elektron-díra. U diody je  $I$  proudem diodou, u tranzistoru BJT jsou dva zdroje výstřelového šumu – proud báze a proud kolektoru.

Pro spektrální hustoty šumových proudů výstřelového šumu platí:

$$\bar{i}^2 = 2qI\Delta f, \quad q \text{ je elementární elektrický náboj } 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Blikavý šum – vzniká v oblasti přechodu P-N, který je narušen nečistotami nebo poruchami struktury na povrchu polovodiče. Závisí rovněž na proudu  $I$  polovodičem, navíc je nepřímo úměrný kmitočtu:

$$\bar{i}^2 = KF \cdot I^{AF} / f, \quad \dots \quad KF = \text{koeficient blikavého šumu (Flicker Noise Coefficient), } AF = \text{exponent blikavého šumu (Flicker Noise Exponent).}$$

U MOSFETů je modelování šumu poměrně komplikované.

Standardní nastavení parametrů modelů diod a tranzistorů BJT:  $KF = 0$ ,  $AF = 1$ , parazitní odpory diody  $RS$  a tranzistoru  $RB, RC, RE$  jsou nulové. Při tomto standardním nastavení se neuplatňují ani tepelné šумы, ani blikavý šum, pouze výstřelový šum, jehož účinky jsou přímo úměrné nastaveným klidovým proudům.

### Jak se promítá šum součástek do výstupu obvodu

Předpoklad šumové analýzy: šumové signály jsou natolik slabé, že jejich průchod obvodem nevyvolá nelineární efekty. Pro analýzu, jakým způsobem jednotlivé „šumící“ součástky vytvářejí výsledný šumový signál na výstupních svorkách, se tedy používá linearizovaný model obvodu.

„Šumící“ součástka, například rezistor, vyvolává na svých svorkách  $A, B$  šumové napětí o spektrální hustotě výkonu  $\bar{u}_n^2(f)$ . Mezi uzly  $A, B$  a vstupními svorkami  $X, Y$  obvodu jsou zapojeny další součástky. Průchod šumového napětí na výstupní svorky je dán kmitočtovou charakteristikou  $K(f)$ , měřenou při průchodu signálu z brány  $A-B$  do brány  $X-Y$ . Z teorie vyplývá, že spektrální hustota výkonu na výstupu  $\bar{u}_{n,out}^2(f)$  pak bude

$$\bar{u}_{n,out}^2(f) = \bar{u}_n^2(f) \cdot |K(f)|^2.$$

Je-li v obvodu více zdrojů šumu o spektrálních hustotách  $\bar{u}_{n1}^2(f), \bar{u}_{n2}^2(f), \dots$ , jejich příspěvky se na výstupu sčítají:

$$\bar{u}_{n,out}^2(f) = \bar{u}_{n1}^2 |K_1(f)|^2 + \bar{u}_{n2}^2 |K_2(f)|^2 + \dots,$$

kde  $K_1, K_2, \dots$  jsou kmitočtové charakteristiky přenosů z dílčích šumových zdrojů na výstup. Vzorec platí za předpokladu, že signály z jednotlivých zdrojů šumu jsou nekorelované.

Výsledná spektrální hustota napětí se proto musí počítat ze zobecněné Pythagorovy věty:

$$\sqrt{\bar{u}_{n,out}^2(f)} = \sqrt{\bar{u}_{n1}^2 |K_1(f)|^2 + \bar{u}_{n2}^2 |K_2(f)|^2 + \dots}$$

Poznámka: Protože se sčítají druhé mocniny veličin, nezáleží výsledek na polaritách zdrojů šumu, které tak mohou být libovolné.

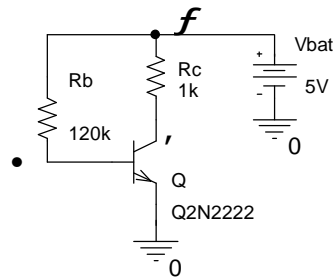
## Příklad výpočtu šumových poměrů v tranzistorovém obvodu

Parametry tranzistoru v daném zapojení:

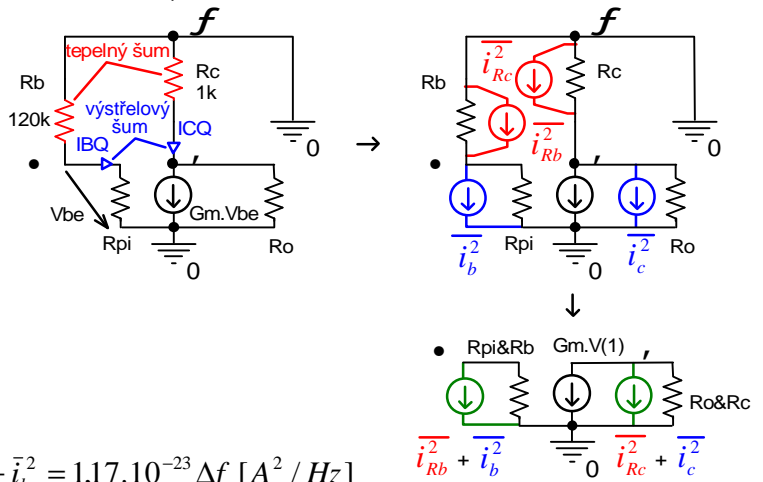
NAME	Q1
MODEL	Q2N2221
IB	3.61E-05
IC	2.34E-03
VBE	6.68E-01
VBC	-1.99E+00
VCE	2.66E+00
BETADC	6.49E+01
GM	8.97E-02
RPI	7.86E+02
RX	1.00E+01
RO	3.25E+04
CBE	7.38E-11
CBC	4.69E-12
CJS	0.00E+00
BETAAC	7.05E+01
CBX/CBX2	0.00E+00
FT/FT2	1.82E+08

stejnosečné parametry

střídavé parametry



↓ linearizovaný model, pásmo středních kmitočtů



Vyčíslení zdrojů šumu:

$$\left. \begin{aligned} \bar{i}_{Rb}^2 &= \frac{4kT}{R_b} \Delta f = 1,38 \cdot 10^{-25} \Delta f \text{ [A}^2 / \text{Hz]} \\ \bar{i}_b^2 &= 2qI_{BQ} \Delta f = 1,16 \cdot 10^{-23} \Delta f \text{ [A}^2 / \text{Hz]} \\ \bar{i}_{Rc}^2 &= \frac{4kT}{R_c} \Delta f = 1,67 \cdot 10^{-23} \Delta f \text{ [A}^2 / \text{Hz]} \\ \bar{i}_c^2 &= 2qI_{CQ} \Delta f = 7,50 \cdot 10^{-22} \Delta f \text{ [A}^2 / \text{Hz]} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \bar{i}_{Rb}^2 + \bar{i}_b^2 &= 1,17 \cdot 10^{-23} \Delta f \text{ [A}^2 / \text{Hz]} \\ \bar{i}_{Rc}^2 + \bar{i}_c^2 &= 7,66 \cdot 10^{-22} \Delta f \text{ [A}^2 / \text{Hz]} \end{aligned}$$

Transformace šumových proudů  $i_c$  a  $i_{Rc}$  na výstupní napětí  $u_2$  přes přenos:

$$R_0 \& R_c = 970,1 \ \Omega.$$

Transformace šumových proudů  $i_b$  a  $i_{Rb}$  na výstupní napětí  $u_2$  přes přenos:

$$(R_0 \& R_c)G_m(R_{pi} \& R_b) = 67954 \ \Omega.$$

Sčítání šumů na výstupu:

$$\bar{u}_2^2 \& 970,1^2 (\bar{i}_{Rb}^2 + \bar{i}_b^2) + 67954^2 (\bar{i}_{Rc}^2 + \bar{i}_c^2) \& 5,472 \cdot 10^{-14} \Delta f \text{ [V}^2 / \text{Hz]}$$

Spektrální hustota výstupního napětí:

$$\sqrt{\bar{u}_2^2} \& 2,34 \cdot 10^{-7} \sqrt{\Delta f} \text{ [V} / \sqrt{\text{Hz}}]$$

Například v akustickém pásmu do 20kHz bude na výstupu zesilovače šum o efektivní hodnotě

$$2,34 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{20000} \& 33,1 \text{ mV} ,$$

což znamená mezivrcholovou hodnotu šumového napětí cca 165-200μV.

Při amplitudě výstupního napětí 1V bude efektivní hodnota 0.707V a poměr signál-šum 21360, což je asi 87dB.



\*\*\*\* RESISTOR SQUARED NOISE VOLTAGES (SQ V/HZ)

Rc Rb  
 TOTAL 1.560E-17 6.379E-16 ; ... tepelný šum, dodávaný odpory Rc a Rb

\*\*\*\* TOTAL OUTPUT NOISE VOLTAGE = 5.479E-14 SQ V/HZ  
 = 2.341E-07 V/RT HZ

TRANSFER FUNCTION VALUE:  
 V(2)/Ii = 6.795E+04

EQUIVALENT INPUT NOISE AT Ii = 3.445E-12 A/RT HZ

Kmitočtové závislosti výsledků šumové analýzy lze zobrazit v PROBE.

Příklady funkcí v PROBE:

V(ONoise) ... celková RMS (efektivní) hodnota spektrální hustoty napětí na výstupu

VDB(ONoise) .. totéž v decibelech

NTOT(ONoise) .. celková hodnota spektrální hustoty výkonu na výstupu

V(INoise), I(INoise) .. ekvivalentní hodnota spektrální hustoty napětí, resp. proudu, na vstupu

N <typ šumu> (<jméno zařízení>), např.:

NFIB(Q1) .. spektrální hustota výstupního výkonu, generovaná blikavým šumem tranzistoru Q1

NRC(Q1) ..

spektrální hustota výstupního výkonu, generovaná tepelným šumem odporu Rc tranzistoru Q1

NSIC(Q1) ..

spektrální hustota výstupního výkonu, generovaná výstřelovým šumem proudu kolektoru tranz. Q1

NTOT(Q1) ..

celková spektrální hustota výstupního výkonu, generovaná Q1

NTOT(R1) ..

celková spektrální hustota výstupního výkonu, generovaná R1

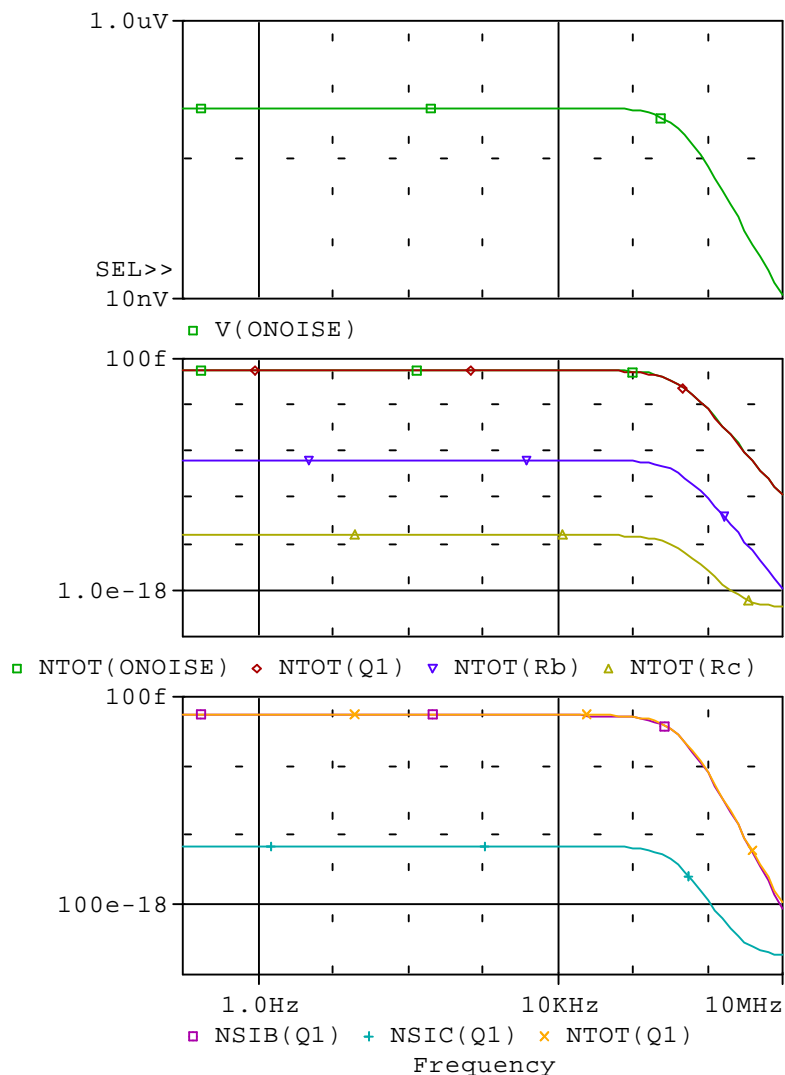
Zjišťování výkonu šumu ze zadaného kmitočtového pásma  $f \in \langle F1, F2 \rangle$ :

S(NTOT(ONoise)) ...

integrál ze spektrální hustoty výkonu. Probíhá-li AC analýza od kmitočtu F1, pak kurzor na frekvenci F2 ukazuje požadovaný výkon.

SQRT(S(NTOT(ONoise))) ...

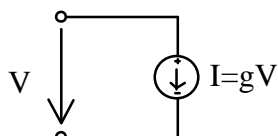
efektivní hodnota šumu jako druhá odmocnina z výkonu.



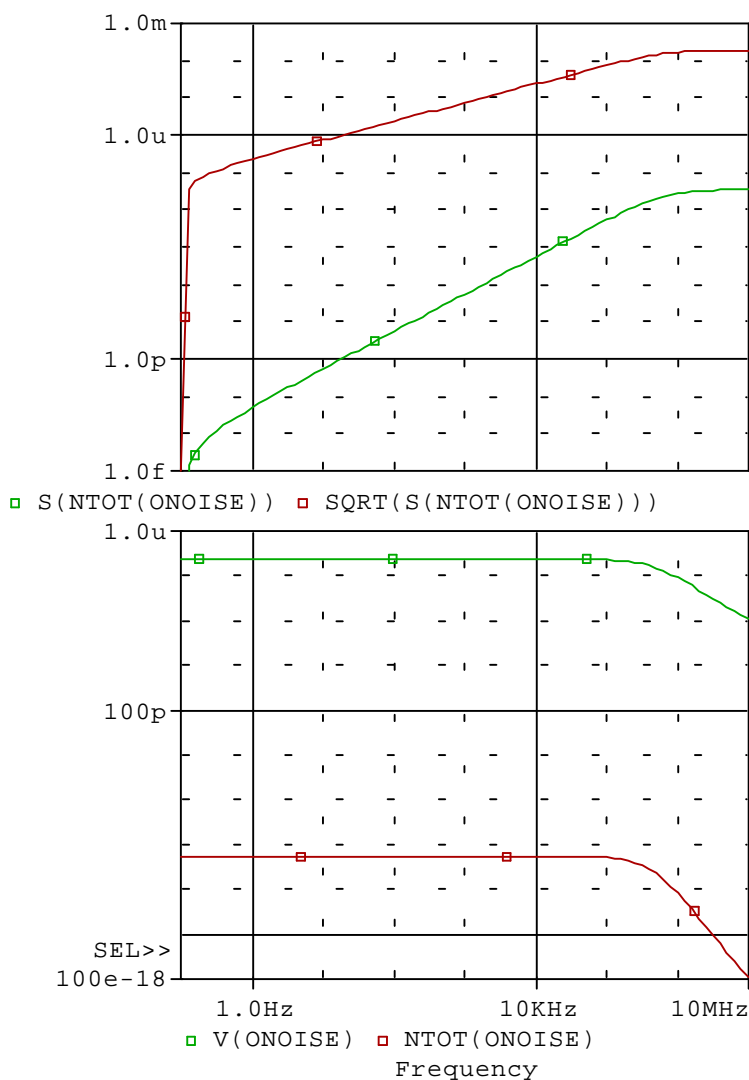
Poznámka: Jak namodelovat „nešumící“ rezistor

a) „Zmrazit“ rezistor na 0 Kelvinů (definovat mu individuálně tuto teplotu pomocí modelu rezistoru)

b) Modelovat odpor, resp. vodivost pomocí řízeného zdroje, který je teplotně nezávislý, např. pomocí zdroje proudu řízeného napětím G:



c) V MicroCapu definujeme nešumící rezistor jednoduše tak, že v modelu rezistoru změním parametr NM (Noise Multiplier) z přednastavené hodnoty 1 na 0.



## Literatura

- [1] BIOLEK, Z. Úvod do SPICE pomocí programu MicroCap. Učební texty SPŠE v Rožnově p.R. SENSIT HOLDING s.r.o., 2004, 34 s.
- [2] BIOLEK, D. Řešíme elektronické obvody aneb kniha o jejich analýze. BEN technická literatura, 2004, 520 s.
- [3] LÁNÍČEK, R. Simulační programy pro elektroniku. BEN technická literatura, 2000, 113 s.
- [4] DOSTÁL, J. Operační zesilovače. BEN technická literatura, 2005.
- [5] Elektronická dokumentace k OrcadPspice 10: pspcref.pdf, psp\_sug.pdf