FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Analogové elektronické obvody

Přednášky

Garant předmětu:
prof. Ing. Dalibor Biolek, CSc.

Autoři textu:
prof. Ing. Dalibor Biolek, CSc.
prof. Ing. Karel Hájek, CSc.
doc. Ing. Antonín Krtička, CSc.

Brno **30.11. 2007**

Obsah

1 ÚVOD **13**

2 ZAŘAZENÍ PŘEDMĚTU VE STUDIJNÍM PROGRAMU **13**

2.1 ÚVOD DO PŘEDMĚTU **13**
2.2 VSTUPNÍ TEST **15**

3 ÚVOD DO ANALOGOVÝCH ELEKTRONICKÝCH OBVODŮ A SIGNÁLŮ **16**

3.1 ELEKTRICKÉ SIGNÁLY **16**
3.2 ELEKTRICKÉ SYSTÉMY A OBVODY **17**
SHRNUTÍ A ZOBECNĚNÍ: **19**
KONTROLNÍ OTÁZKY A PŘÍKLADY KE KAPITOLE 3 .... **20**

4 ELEKTRICKÉ OBVODY A JEJICH MODELY **22**

4.1 ZÁKLADNÍ POJMY **22**
4.1.1 Stejnosměrný pracovní bod *22*
SHRNUTÍ A ZOBECNĚNÍ: **24**
4.1.2 Pohyb bodu Q vlivem zpracovávaného signálu *25*
SHRNUTÍ A ZOBECNĚNÍ: **27**
4.1.3 Pohyb bodu Q vlivem teplotních a dalších změn *27*
4.1.4 Chování nelineárního obvodu při kombinovaném buzení pomalým a rychlým signálem *27*
4.2 OBVOD V NELINEÁRNÍM REŽIMU **28**
4.2.1 Působení jednoho harmonického signálu *28*
4.2.2 Působení dvojice harmonických signálů o různých kmitočtech *31*
SHRNUTÍ A ZOBECNĚNÍ: **33**
4.3 LINEARIZOVANÝ MODEL OBVODU **33**
4.3.1 Linearizovaný model obvodu *33*
4.3.2 Linearizovaný odporový model nelineárního prvku *36*
4.3.3 Linearizovaný kmitočtově závislý model nelineárního prvku *40*
4.3.4 Pásmo tzv. středních kmitočtů *41*
4.3.5 Obvody „prakticky lineární“ *42*
SHRNUTÍ A ZOBECNĚNÍ: **44**
4.4 OBVOD V LINEÁRNÍM REŽIMU **44**
4.4.1 Harmonický ustálený stav (HUS) *44*
4.4.2 Periodický ustálený stav (PUS) *45*
4.4.3 Modifikace spektra signálu lineárním obvodem *45*
4.4.4 Průchod signálu lineárním obvodem *48*
4.4.5 Lineární zkreslení. Podmínky nezkresleného přenosu *49*
4.4.6 Kmitočtová filtrace jako příklad využití lineárního zkreslení *51*
4.5 LINEÁRNÍ DVOJBRANY **53**
4.5.1 Co je to dvojbran *53*
4.5.2 Rovnice neautonomního dvojbranu *55*
4.5.3 Určování dvojbranových parametrů ze stavů naprázdno a nakrátko *59*
4.5.4 Parametry vybraných jednoduchých dvojbranů *61*
4.5.5 Modelování dvojbranů pomocí řízených zdrojů *63*
4.5.6 Zvláštní druhy dvojbranů *65*
4.5.7 Spojování dvojbranů *70*
SHRNUTÍ A ZOBECNĚNÍ: **78**
4.5.8 Obrazové impedance dvojbranu *79*
SHRNUTÍ A ZOBECNĚNÍ: **81**

5 OBECNÉ VLASTNOSTI LINEÁRNÍCH OBVODŮ A NÁSTROJE PRO JEJICH POPIS **87**

5.1 ZÁKLADNÍ POJMY **87**
5.1.1 Princip superpozice a jeho důsledky *87*
5.1.2 Stav, počáteční podmínky a řád lineárního obvodu *88*
5.1.3 Vynucená, přirozená a celková odezva lineárního obvodu *89*
5.1.4 Stabilita lineárního obvodu *89*

5.2 ZÁKLADNÍ PŘENOSOVÉ CHARAKTERISTIKY LINEÁRNÍHO OBVODU A JEJICH POUŽITÍ **90**
5.2.1 Kmitočtová, impulsní a přechodová charakteristika a operátorová přenosová funkce *91*
5.2.2 Přechodová a impulsní charakteristika a jejich vztah ke kmitočtové charakteristice *92*
5.2.3 Stanovení vynucené odezvy obvodu z impulsní a přechodové charakteristiky *98*
5.2.4 Operátorová přenosová funkce, její vlastnosti a její vztah k ostatním charakteristikám obvodu *102*
📖 ***SHRNUTÍ:*** **120**
5.3 VSTUPNĚ – VÝSTUPNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE (DR) LINEÁRNÍHO OBVODU **121**
5.3.1 Motivační příklad *121*
5.3.2 Základní vlastnosti DR lineárního obvodu *122*
5.3.3 Vztah DR a přenosové funkce *123*
5.3.4 Fyzikální význam a vlastnosti řešení DR lineárního obvodu *123*

6 ZESILOVAČE **126**

6.1 PRINCIP ZESILOVAČE **126**
6.2 PARAMETRY ZESILOVAČE **128**
6.2.1 Lineární parametry *128*
6.2.2 Nelineární parametry a dynamický rozsah *131*
6.3 ZESILOVAČE A ZPĚTNÁ VAZBA - ÚVOD **134**
6.3.1 Klasifikace signálových zpětných vazeb *135*
6.3.2 Vliv zpětné vazby na parametry zesilovačů *137*
6.3.3 Stabilita zesilovačů se zpětnou vazbou - parazitní oscilace *140*
6.4 TŘÍDY ZESILOVAČŮ **141**
6.5 ZÁKLADNÍ ZAPOJENÍ TRANZISTOROVÝCH ZESILOVAČŮ **144**
6.5.1 Hlavní parametry zesilovačů v základních zapojeních *145*
6.5.2 Zesilovač v zapojení se společným emitorem *147*
6.5.3 Zesilovač v zapojení se společným kolektorem (emitorový sledovač) *149*
6.5.4 Zesilovač v zapojení se společnou bází *150*
6.6 VLIV TEPLOTY NA POLOHU PRACOVNÍHO BODU **151**
6.6.1 Zpětnovazební metody stabilizace pracovního bodu *152*
6.6.2 Kompenzační metody stabilizace polohy pracovního bodu *156*
6.7 VÝKONOVÉ ZESILOVAČE **157**
6.7.1 Výkonové zesilovače ve třídě A *157*
6.7.2 Výkonové zesilovače ve třídě B *160*
6.7.3 Výkonové zesilovače ve třídě C *162*
6.8 POLEM ŘÍZENÉ TRANZISTORY V ZESILOVAČÍCH **164**
6.9 OPERAČNÍ (A DALŠÍ INTEGROVANÉ) ZESILOVAČE **167**
6.9.1 Ideální OZ, reálný OZ a jeho základní vlastnosti *167*
6.9.2 Typy OZ a jejich základní zapojení *177*
6.9.3 Integrované zesilovače s řízenými proudovými zdroji *181*
6.9.4 Speciální integrované zesilovače a obvody s OZ *183*

7 OSCILÁTORY **187**

7.1 KLASIFIKACE A VLASTNOSTI GENERÁTORŮ SIGNÁLŮ A OSCILÁTORŮ **187**
7.2 PRINCIP FUNKCE OSCILÁTORU SE ZÁPORNÝM ODPOREM **188**
7.3 PRINCIP FUNKCE ZPĚTNOVAZEBNÍHO OSCILÁTORU **190**
7.4 OSCILÁTORY RC **191**
7.5 OSCILÁTORY ARC (S AUTOMATICKOU NÁSLEDNOU FILTRACÍ) **194**
7.6 OSCILÁTORY LC A KRYSTALOVÉ **196**
7.7 STABILNÍ OSCILÁTORY S NASTAVITELNÝM KMITOČTEM **200**

8 ANALÝZA ELEKTRICKÝCH OBVODŮ **204**

8.1 METODY A NEJČASTĚJŠÍ CÍLE ANALÝZY **204**
📖 ***SHRNUTÍ A ZOBECNĚNÍ:*** **205**
8.2 METODY ANALÝZY LINEÁRNÍCH OBVODŮ **206**
8.2.1 Stručně o heuristických a algoritmických metodách *206*
8.2.2 Heuristické postupy při řešení obvodů s ideálními operačními zesilovači VFA *208*
📖 ***SHRNUTÍ A ZOBECNĚNÍ:*** **214**
8.2.3 Heuristické postupy při řešení obvodů s proudovými konvejory CCII a s ideálními operačními zesilovači CFA *215*

8.2.4 Analýza obvodů se zesilovači OTA ... *217*
📖 ***Shrnutí a zobecnění:*** ... **219**
8.2.5 Algoritmická metoda uzlových napětí pro řešení obvodů s tranzistory ... *219*
📖 ***Shrnutí a zobecnění:*** ... **232**
8.3 Metody analýzy nelineárních obvodů ... **233**
8.3.1 Přehled metod ... *233*
8.3.2 Numerické řešení nelineárních rovnic ... *234*
8.3.3 Přibližná analýza obvodů s diodami a tranzistory ... *237*
8.3.4 Analýza (nejen) nelineárních obvodů s využitím simulačních programů ... *239*
📖 ***Shrnutí a zobecnění:*** ... **241**
8.4 Využití operátorového počtu k analýze obvodů ... **241**

Dodatky:

9 OPERÁTOROVÝ POČET V ELEKTROTECHNICE ... **243**

10 OŘÍZNUTÝ HARMONICKÝ SIGNÁL A JEHO SPEKTRUM ... **258**

11 VÝSLEDKY TESTŮ ... **262**

11.1 Vstupní test ... **262**
11.2 Kapitola 3 ... **262**

12 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY ... **263**

Seznam obrázků

Obr. 3.1: Blokové schéma předzpracování analogového signálu pro účely jeho zpracování v číslicovém procesoru. DP=dolní propust, SH=obvod Hample-Hold (paměťový vzorkovač), AČP=tříbitový analogově číslicový převodník, ϕ=signál pro vzorkování a synchronizaci.
Obr. 3.2: Blokové schéma postzpracování číslicového signálu pro účely jeho převodu na akustický signál. ČAP=číslicově analogový převodník, DP=dolní propust, > = nízkofrekvenční zesilovač, ϕ=signál pro vzorkování a synchronizaci.
Obr. 4.1: a) Tranzistor a soustava jeho napětí a proudů, b) příklad jeho začlenění do obvodu zesilovače.
Obr. 4.2: Příklad nelineárních vazeb mezi kolektorovým a bázovým proudem a napětím kolektor-emitor tranzistoru. Výsledek počítačové simulace v programu Micro-Cap.
Obr. 4.3: Proces připojení zesilovače z obr. 4.1 b) k napájecímu zdroji. Vstupní signál zatím nepůsobí (u_{in} = 0V). Obvod se ustaluje do stejnosměrného ustáleného stavu a vektor obvodových veličin do pracovního bodu. Všechna napětí jsou uvažována proti zemi. Výsledek počítačové simulace v programu Micro-Cap.
Obr. 4.4: Znázornění souřadnic stejnosměrného pracovního bodu zesilovače. V kroužku je hodnota napětí mezi příslušným uzlem a zemí (ve voltech), v obdélníčku pak hodnota proudu danou větví (v ampérech).Výsledek počítačové simulace v programu Micro-Cap.
Obr. 4.5: Zpracování harmonického signálu u_{in} , pro nějž kapacitory C_1 a C_2 představují zkrat. Na kapacitorech jsou pouze stejnosměrná napětí daná klidovým pracovním bodem (a), časové průběhy při amplitudě u_{in} 5mV (b) 15mV (c) 25mV (d).
Obr. 4.6: Převodní charakteristika $U_{out} = f(U_{in})$ modelu zesilovače z obr. 4.5a). Střídavé „malosignálové“ zesílení je dáno strmostí převodní charakteristiky v okolí pracovního bodu Q. Při silnějším vstupním signálu již dochází k nelineárnímu zkreslení výstupu.
Obr. 4.7: Zkreslení harmonického signálu nelineárním obvodem je doprovázeno rozšířením spektra signálu o harmonické složky, které nejsou obsaženy ve vstupním signálu.
Obr. 4.8: Příklady nelineárních převodních charakteristik a jejich obvodových realizací.
Obr. 4.9: Princip vzniku kombinačních složek ve spektru výstupního signálu.
Obr. 4.10: Zjednodušení obvodu neuvažováním stejnosměrných složek signálů.
Obr. 4.11: Obvod s dvojicí stejnosměrných a jedním střídavým zdrojem napětí.
Obr. 4.12: Řešení stejnosměrných (a) a střídavých (b) poměrů v obvodu z obr. 4.11.
Obr. 4.13: Úplné řešení obvodu z obr. 4.11, souvislost mezi stejnosměrným a střídavým řešením.
Obr. 4.14: Postupné zjednodušování modelu zesilovače pro přenos „slabého“ střídavého signálu. a) Náhrada stejnosměrného zdroje napětí zkratem, b) překreslení schématu z obr. a) do jednodušší formy, c) zanedbání relativně malých reaktancí kondenzátorů – jejich náhrada zkratem, d) náhrada tranzistoru jeho linearizovaným nízkofrekvenčním modelem.
Obr. 4.15: Výstupní charakteristiky tranzistoru $I_C = I_C(U_{CE})$, I_B = konst. V pracovním bodu je definován stejnosměrný (statický) výstupní odpor tranzistoru $R_{CE} = U_{CEQ}/I_{CQ}$ a střídavý (diferenciální) odpor $r_{CE} = u_{CE\sim}/i_{C\sim}$. Odpory mají odlišný fyzikální význam a podstatně se liší v hodnotách. Velikost stejnosměrného odporu souvisí se strmostí přímky procházející bodem Q a počátkem souřadnic, zatímco velikost střídavého odporu souvisí se strmostí tečny příslušné výstupní charakteristiky v bodu Q.
Obr. 4.16. Převodní charakteristiky tranzistoru $I_C = I_C(I_B)$, U_{CE} = konst. V pracovním bodu je definován stejnosměrný (statický) proudový zesilovací činitel tranzistoru $B = I_{CQ}/I_{BQ}$, a střídavý (diferenciální) proudový zesilovací činitel $\beta = i_{C\sim}/i_{B\sim}$. Veličiny mají odlišný fyzikální význam, avšak jejich hodnoty jsou prakticky stejné v důsledku dobré linearity převodních charakteristik.

Obr. 4.17: Vstupní charakteristiky přechodu báze-emitor tranzistoru $I_B = I_B(U_{BE})$, U_{CE} = konst. V širokém rozsahu napětí kolektor-emitor jsou charakteristiky na tomto napětí prakticky nezávislé. Z toho vyplývá zanedbatelná velikost parametru $g_{BC} = i_{B\sim}/u_{CE\sim}$, $u_{BE\sim} = 0$. Střídavý vstupní odpor r_{BE} souvisí se strmostí tečny k charakteristice v pracovním bodu Q.
Obr. 4.18: Zjednodušený linearizovaný model tranzistoru vyhovující rovnicím 4.9 a 4.10 za předpokladu $g_{BC} = 0$.
Obr. 4.19: Linearizovaný kmitočtově závislý model tranzistoru vyhovující rovnicím 4.12 a 4.13. Komplexní parametry jsou kmitočtově závislé.
Obr. 4.20: Tranzistorový zesilovač a souřadnice jeho stejnosměrného pracovního bodu.
Obr. 4.21:a) Náhradní schéma zesilovače pro střídavý signál – náhrada napájecí baterie zkratem, b) náhrada tranzistoru linearizovaným modelem a překreslení obvodu.
Obr. 4.22: Úplné řešení zesilovače z obr. 4.20, souvislost mezi stejnosměrným a střídavým řešením.
Obr. 4.23: a) Ukázka měření kmitočtové charakteristiky RC článku, b) změřená amplitudová a fázová kmitočtová charakteristika, c) časové průběhy vstupního a výstupního signálu, na základě nichž byly změřeny body 1, 2 a 3 kmitočtových charakteristik.
Obr. 4.24: Souvislosti mezi časovými průběhy vstupního a výstupního napětí, spektry těchto signálů, a amplitudovou a fázovou kmitočtovou charakteristikou RC článku.
Obr.4.25: Detail kmitočtových charakteristik RC článku typu DP v oblasti počátku souřadnic.
Obr.4.26: Demonstrace chování různých typů kmitočtových filtrů.
Obr. 4.27: K definici dvojbranu, vstupní a výstupní brány a branových napětí a proudů.
Obr. 4.28: Příklady dvojbranů.
Obr. 4.29: T-článek jako dvojbran.
Obr. 4.30: Možný postup při hledání kaskádních parametrů dvojbranu.
Obr. 4.31: Analyzovaný článek typu Π.
Obr. 4.32: Rozbor článku Π ve stavu a) výstupu nakrátko, b) vstupu naprázdno.
Obr. 4.33: Upravené ekvivalentní modely dvojbranů typu a) Π, a b) T.
Obr. 4.34: Ekvivalentní články Π a T.
Obr. 4.35: Ekvivalentní model článků z obr. 4.34.
Obr. 4.36: K vysvětlení principu reciprocity.
Obr. 4.37: Ideální transformátor jako dvojbran.
Obr. 4.38: a) bipolární tranzistor, b) tranzistor jako dvojbran pro zapojení SE, c) jeho linearizovaný model.
Obr. 4.39: a) unipolární tranzistor, b) tranzistor jako dvojbran, c) jeho linearizovaný model.
Obr. 4.40: a) ideální zesilovač napětí, b) jeho dvojbranový model.
Obr. 4.41: Spojování dvojbranů: a) sériové, b) paralelní, c) hybridní sériově-paralelní, d) hybridní paralelně-sériové, e) kaskádní.
Obr. 4.42: Sériová spojení dvojbranů, a) neregulární, b) regulární.
Obr. 4.43: a) Náhradní schéma zesilovače pro střídavý signál, R_B = 500kΩ, R_E = 100Ω, R_C = 2kΩ, T: r_{BE} = 5kΩ, r_{CE} = 100kΩ, S = 100mA/V, b) rozklad obvodu na propojené dvojbrany.
Obr. 4.44: Analyzovaný příčkový filtr a jeho rozklad na kaskádní tři sekce.
Obr. 4.45: Amplitudová kmitočtová charakteristika filtru z obr. 4.44.
Obr. 4.46: Ideální transformátor s impedanční zátěží na primární i sekundární straně.
Obr. 4.47: K objasnění vstupní a výstupní obrazové impedance dvojbranu.
Obr. 4.48: K objasnění pojmu impedanční přizpůsobení.
Obr. 4.49: a) Útlumový T-článek, b) výstupní impedance při zatížení vstupní brány odporem 50Ω musí být rovněž 50Ω.
Obr. 4.50: Útlumový článek Π.
Obr. 4.51: Analýza impedančně přizpůsobeného článku z obr. 4.50 programem Micro-Cap. V elipsách jsou vyznačena uzlová napětí, v obdélnících větvové proudy.

Obr. 5.1: a) odporově-kapacitní dělič napětí, b) jeho přechodová charakteristika, c) přenos prudkých signálových změn je určován kapacitním děličem, d) přenos pomalých změn a neproměnného signálu je určován odporovým děličem.

Obr. 5.2: Souvislosti mezi souřadnicemi přechodové charakteristiky $h(0^+)$ a $h(\infty)$ a souřadnicemi amplitudové kmitočtové charakteristiky $K(\infty)$ a $K(0)$ obvodu z obr. 5.1 a). Obrázek c) znázorňuje situaci, kdy v důsledku vhodné volby parametrů obvodu došlo k jeho degeneraci na nesetrvačný obvod.

Obr. 5.3: Odezvu obvodu z obr. 5.1 a) na obdélníkový impuls lze složit ze dvou odezev na skokové signály; pro $\Delta \rightarrow 0$ tato odezva konverguje k impulsní charakteristice.

Obr.5.4. Analyzovaný RC článek (viz též obr. 4.23 na str. 47).

Obr.5.5: Přechodová a impulsní charakteristika RC článku z obr. 5.4. Protože maximální hodnota impulsní charakteristiky je $1/\tau$ = 6250V, pro lepší srovnání s přechodovou charakteristikou je impulsní charakteristika 6250x zeslabena.

Obr. 5.6: Princip náhrady spojitého signálu Diracovými impulsy.

Obr. 5.7: Vynucená odezva RC článku na lineárně rostoucí vstupní napětí.

Obr. 5.8: Princip náhrady spojitého signálu jednotkovými skoky.

Obr. 5.9: Modelování obvodu operátorovým schématem.

Obr. 5.10: Modelování *RLC* obvodu operátorovým schématem.

Obr. 5.11: Impulsní a přechodová charakteristika *RLC* obvodu z obr. 5.10 pro R= a) 220Ω, b) 500Ω.

Obr. 5.12: Souvislosti mezi průběhem impulsní charakteristiky $g(t)$ a rozložením pólů. Posouvání pólů „doleva“ znamená růst časových konstant a zpomalování přechodného děje. Vzdalování pólů od reálné osy znamená růst frekvence zákmitů v odezvě. Přechod pólů do pravé komplexní poloroviny je doprovázeno neohraničeným růstem odezvy a nestabilním chováním obvodu.

Obr. 5.13: Amplitudová kmitočtová charakteristika obvodu získaná z přenosové funkce řezem rovinou $p=j\omega$, a) lineární kmitočtová osa i osa přenosu, b) logaritmická kmitočtová osa a decibelová osa přenosu.

Obr. 5.14: „Logaritmické**“** kmitočtové charakteristiky, odpovídající přenosovým funkcím 1. řádu a) p/a, b) $1+p/b$, a Bodeho asymptoty pro charakteristiku b).

Obr. 5.15: a) Kmitočtové charakteristiky, odpovídající přenosové funkci (5.34), b) odpovídající asymptotické charakteristiky (silně) jako součty dílčích asymptotických charakteristik.

Obr. 5.16: Kmitočtové charakteristiky, odpovídající přenosové funkci (5.44), pro různé hodnoty činitele jakosti.

Obr. 5.17: Asymptotické kmitočtové charakteristiky a) amplitudová, b) fázová. Veličina δ závisí na činiteli jakosti podle vzorce (5.48), jehož grafické znázornění je na obr. c).

Obr. 5.18: a) Kmitočtové charakteristiky filtru o přenosové funkci (5.41), b) konstrukce jeho asymptotických charakteristik.

Obr. 5.19: **A**nalyzovaný obvod.

Obr. 6.1: Blokové schéma zesilovače jako dvojbranu a jeho vstupní a výstupní veličiny.

Obr. 6.2: K energetické bilanci zesilovače.

Obr. 6.3: Příklad práce tranzistoru v lineárním a nelineárním režimu.

Obr. 6.4: a) Příklad frekvenční charakteristiky stejnosměrného zesilovače.

Obr. 6.4: b) Příklad frekvenční charakteristiky střídavého zesilovače.

Obr. 6.5: Náhradní zapojení (NZ) zesilovače z hlediska vstupu a výstupu.

Obr. 6.6: a) Statická převodní charakteristika $u_2=f(u_1)$.

Obr. 6.6: b) Příklad dynamické převodní charakteristiky zesilovače $u_2=f(u_1)$.

Obr. 6.7: Přeběh výstupního napětí přebuzeného operačního zesilovače.

Obr. 6.8: Příklad dynamického zkreslení signálu při průchodu operačním zesilovačem.

Obr. 6.9: Ke klasifikaci zpětných vazeb podle způsobu využití zpětnovazebního signálu.
Obr. 6.10: Možné způsoby propojení zesilovače a zpětnovazebního článku.
Obr. 6.11: Vliv zpětné vazby na modulovou (a) a fázovou (b) kmitočtovou char. zesilovače.
Obr. 6.12: Vztah mezi fází signálu, kmitočtem a časovým zpožděním $\Delta t = 10\ \mu s$: a) Blokové schéma zesilovače se signálovou zpětnou vazbou, b) fázový posuv signálu s_{a0} na kmitočtu 1 kHz, c) fázový posuv signálu s_{b0} na kmitočtu 10 kHz, d) fázový posuv signálu s_{c0} na kmitočtu 50 kHz.
Obr. 6.13: Práce aktivního prvku ve třídě A, B a C.
Obr. 6.14: Princip zesilovače ve třídě D.
Obr. 6.15: Principální zapojené zesilovačů v zapojení SE, SC (emitorový sledovač) a SB.
Obr. 6.16: Obecné náhradní zapojení zesilovače.
Obr. 6.17: Základní zapojení střídavého zesilovače ve třídě A a průběhy napětí.
Obr. 6.18: Kmitočtová závislost modulové a fázové charakteristiky zesilovače v zapojení SE.
Obr. 6.19: Grafické řešení pracovního bodu zesilovače ve třídě A.
Obr. 6.20: Charakteristika PN přechodu a vliv změny polohy pracovního bodu na celkové napětí na přechodu.
Obr. 6.21: Zapojení emitorového sledovače.
Obr. 6.22: Zesilovač v zapojení SB.
Obr. 6.23: Vliv teploty na polohu pracovního bodu zesilovače z obr. 6.17.
Obr. 6.24: Vliv teploty na polohu pracovního bodu a zesílení zesilovače z obr. 6.19. Režim práce při teplotách -30°, 30° a 90° C.
Obr. 6.25: Využití kmitočtově závislé záporné zpětné vazby pro teplotní stabilizaci polohy pracovního bodu. a) Sériová proudová ZV, stabilizuje ss kolektorový proud tranzistoru, b) paralelní napěťová ZV, stabilizuje ss výstupní napětí tranzistoru.
Obr. 6.26: Využití záporné proudové kmitočtově závislé zpětné vazby ke stabilizaci polohy pracovního bodu.
Obr. 6.27: Náhradní zapojení zesilovače v zapojení SE se stabilizací pracovního bodu sériovou proudovou ZV z obr 6.26a).
Obr. 6.28: Průběhy napětí v zesilovači SE z obr. 5.26.
Obr. 6.29: Využití záporné napěťové kmitočtově závislé zpětné vazby ke stabilizaci polohy pracovního bodu.
Obr. 6.30: Náhradní zapojení zesilovače SE se stabilizací pracovního bodu paralelní napěťovou ZV.
Obr. 6.31: Zapojení zdroje konstantního proudu s teplotní kompenzací.
Obr. 6.32: Vliv velikosti napětí U_n a odporu rezistoru R na kolísání proudu PN přechodem T_1 vlivem kolísání teploty (ϑ = -30°, 30° a 90°).
Obr. 6.33: Jednočinný výkonový zesilovač ve třídě A s transformátorem.
Obr. 6.34: Příklad kmitočtové závislosti mo-dulu přenosu zesilovače s transformátorovou vazbou.
Obr. 6.35: Dvojčinný zesilovač ve třídě A.
Obr. 6.36: Výkonové poměry v tranzistorovém zesilovači.
Obr. 6.37: Dvojčinný emitorový sledovač pracující ve třídě B.
Obr. 6.38: Dvojčinný emitorový sledovač, pracující ve třídě B.
Obr. 6.39: Rezonanční zesilovač ve třídě C.
Obr. 6.40: Poměry v ideálním zesilovači třídy C.
Obr. 6.41: Průběh účinnosti zesilovače ve třídě C v závislosti na polovičním úhlu otevření.
Obr. 6.42: Příklad výstupní charakteristiky polem řízených tranzistorů.
Obr. 6.43: K vlastnostem polem řízených tranzistorů typu MOS.
Obr. 6.44: K vlastnostem polem řízených tranzistorů typu J FET.
Obr. 6.45. Příklad zesilovače s tranzistorem typu JFET.

Obr. 6.46: Možné způsoby vytváření předpětí polem řízených tranzistorů.
Obr. 6.47: a) IOZ, b) jeho model, c) zapojení symetrického napájecího napětí, d) úprava jednoduchého napájecího zdroje na symetrický, e,f,g) standardní zapojení IO s jedním, dvěma a čtyřmi OZ.
Obr. 6.48: a) Stejnosměrný model OZ se vstupním diferenčním zesilovačem, b) převodní charakteristika pro přenos A_0 a nižší zesílení.
Obr. 6.49: Ofset invertujícího zesilovače: a) model s napěťovým a proudovými zdroji ofsetu, b) model s přepočtenými proudovými zdroji na napěťové, c) možný způsob kompenzace celkového ofsetu.
Obr. 6.50: a) Střídavý model OZ, b) modulová kmitočtová charakteristika pro přenos A_0, c,d) modulová a fázová charakteristika pro přenosy 80, 40 a 0 dB po aplikaci záporné zpětné vazby – viz obr. 6.56 a).
Obr. 6.51: Závislost výstupního odporu na kmitočtu při silné záporné zpětné vazbě.
Obr. 6.52: Rychlost přeběhu: a) střídavý nelineární model OZ pro jednotkové zesílení, b) odezva na jednotkový skok, c) odezva na malý a velký harmonický signál, d) kmitočtová charakteristika pro malé signály, e) kmitočtová závislost omezení velkých signálů vzhledem k rychlosti přeběhu (LT 1028 [I11]).
Obr. 6.53: Šumový model OZ s napěťovým a proudovými zdroji šumu (*U*n, *I*n+, *I*n-).
Obr. 6.54: Závislost ekvivalentního šumu na hodnotě odporu zdroje signálu.
Obr. 6.55: Napěťové a proudové spektrální šumové hustoty a závislosti ekvivalentního šumu na odporu pro bipolární OZ (LT1028 a-c) a unipolární OZ (AD745 d-e).
Obr. 6.56: Aplikační příklady zapojení OZ: a, b) neinvertující a invertující zesilovač, c, d) invertující sumační a diferenční zesilovač, e) „přístrojový“ diferenční zesilovač, f, g) invertující diferenciátor a integrátor, h) neinvertující integrátor s dvěma OZ.
Obr. 6.57: Přechodová a frekvenční charakteristika ideálního (neinvertujícího) integrátoru.
Obr. 6.58: Operační usměrňovač: a) schéma, b, c) převodní charakteristiky.
Obr. 6.59: Transkonduktanční (OTA) zesilovač: a) obvodový princip, b) OTA s uzemněným výstupem, c) jeho model, d) s plovoucím výstupem, d) řízený OTA zesilovač s oddělovacím zesilovačem (LM 13700) v zapojení jako neinvertující integrátor.
Obr. 6.60: Proudový konvejor 2. generace CCII+: a) schématická značka, b) model.
Obr. 6.61: Transimpedanční zesilovač: a) schématická značka, b) model s rezistory R_1 a R_2 jako neinvertující zesilovač (U_1=U_X), c) porovnání kmitočtových charakteristik s klasickým OZ (VFA). CFA = transimpedanční OZ bez vyvedené svorky Z.
Obr. 6.62: Logaritmický zesilovač AD606: a) blokové schéma, b) převodní charakteristika.
Obr. 6.63: Napěťově řízený zesilovač AD603: a) blokové schéma, b) řídící charakteristika.
Obr. 6.64: OZ s potlačeným ofsetem AD8571: a) fáze nulování, b) fáze zesílení.
Obr. 6.65: a) Analogová čtyřkvadrantová násobička AD633, b) obvod efektivní hodnoty AD637.
Obr. 7.1: Základní princip harmonického oscilátoru: a) zapojení, b) časové průběhy pro celkové $G_\Sigma<0$ (rostoucí), $G_\Sigma=0$ (ustálený) a $G_\Sigma>0$ (tlumený).
Obr. 7.2: Oscilátor s tunelovou diodou: a) zapojení, b) závislost G_+, G_- a G_Σ na velikosti napětí, c) A-V charakteristika tunelové diody a ekvivalentní záporná vodivost pro malý signál (G_{-a}) a pro velký signál (G_{-b}).
Obr. 7.3: Zpětnovazební oscilátor: a) blokové schéma, b) modulová a fázová charakteristika selektivního bloku B, c) závislost modulu přenosu A na velikosti napětí (splnění amplitudové podmínky).
Obr. 7.4: Oscilátor RC: a) základní blokové zapojení, b) příklad zapojení s Wienovým článkem.

Obr. 7.5: Zapojení laditelných oscilátorů RC s jedním OZ: a) varianta zapojení s neinvertujícím zesilovačem, b) varianta zapojení s invertujícím zesilovačem, c) varianta zapojení regulačního obvodu s optočlenem (fotoodpor – LED).
Obr. 7.6: Příklad zapojení oscilátoru se dvěma fázovacími články RC 1. řádu.
Obr. 7.7: Základní typy zapojení oscilátoru ARC: a) pro velmi nízké kmitočty s nesetrvačnou stabilizací amplitudy, b) pro nízká zkreslení se setrvačnou kvazilineární stabilizací amplitudy, c) s větším potlačením vyšších harmonických složek filtrem typu DP a kvadraturním výstupem, d) porovnání útlumů vyšších harmonických složek pro výstup PP a DP (Q=10).
Obr. 7.8: Zapojení oscilátoru ARC: a) pro velmi nízké zkreslení s maximálním potlačením 3. harmonické, b) porovnání útlumů vyšších harmonických složek pro výstup PP a DPN (Q=10), c) zapojení pro kvadraturní stabilizaci amplitudy (kvazilineární a přitom nesetrvačná).
Obr. 7.9: Zapojení oscilátoru LC s transformátorem: a) principiální střídavé náhradní schéma, b) skutečné zapojení, c) průběhy proudu kolektoru bez saturace (přenos A_0) a se saturací (přenos $A<A_0$).
Obr. 7.10: Střídavé náhradní schéma tříbodových oscilátorů LC: a), b) základní a zpětnovazební schéma Hartleyova oscilátoru, c), d) základní a zpětnovazební schéma Colpittsova oscilátoru, e) úplné zapojení Colpittsova oscilátoru.
Obr. 7.11: Přenosy filtrů typu DP a HP 3. řádu (bloky B na obr. 7.10).
Obr. 7.12: Krystal: a) symbol, b) náhradní elektrické schéma, c) kmitočtová závislost impedance, d) střídavé náhradní schéma Colpittsova oscilátoru s krystalem.
Obr. 7.13: Zapojení krystalových oscilátorů s logickými hradly: a) Colpittsova varianta, b) se sériovou rezonancí a nulovým fázovým posuvem.
Obr. 7.14: Fázový závěs: a) principiální blokové schéma, b) převodní charakteristika VCO, c) převodní charakteristika FFD.
Obr. 7.15: Použití fázového závěsu pro realizaci oscilátoru s nastavitelným kmitočtem a vysokou stabilitou tohoto kmitočtu.
Obr. 7.16: Principiální blokové schéma nastavitelného a stabilního oscilátoru technikou DDS.
Obr. 8.1: Dělení metod analýzy podle charakteru analyzovaných obvodů.
Obr. 8.2: Invertující zesilovač s IOZ.
Obr. 8.3: Možný postup analýzy zesilovače z obr. 8.2.
Obr. 8.4: Neinvertující zesilovač s IOZ.
Obr. 8.5: Postupná analýza zesilovače z obr. 8.4.
Obr. 8.6: Zapojení zesilovače s T-článkem.
Obr. 8.7: Postupná analýza zesilovače z obr. 8.6.
Obr. 8.8: Obvod z obr. 8.6 po transfiguraci hvězda – trojúhelník a jeho řešení.
Obr. 8.9: Analyzovaný zesilovač.
Obr. 8.10: Postupné řešení obvodu z obr. 8.9.
Obr. 8.11: Řešení zbytku obvodu metodou jednoho pokusu a jednoho omylu.
Obr. 8.12: Principiální modely a) proudového konvejoru CCII, b) operačního zesilovače CFA.
Obr. 8.13: Analyzované zapojení s pozitivním proudovým konvejorem CCII+.
Obr. 8.14: Invertující zesilovač s aktivním prvkem CFA.
Obr. 8.15: Schématická značka prvku OTA s vyznačenými obvodovými napětími a proudy.
Obr. 8.16: Analyzovaný obvod s dvojicí zesilovačů OTA.
Obr. 8.17: Postup řešení obvodu z obr. 8.16.
Obr. 8.18: Řešení obvodu metodou uzlových napětí (MUN).
Obr. 8.19: Ukázka algoritmického sestavení rovnic MUN příčkového filtru.
Obr. 8.20: Vodivostní (admitanční) matice obvodu se skládá z matic dílčích prvků.
Obr. 8.21: Tranzistor v obecném zapojení a soustava jeho linearizovaných rovnic odpovídajících metodě uzlových napětí.

Obr. 8.22: Maticový popis tranzistoru v zapojení se společným emitorem (a), kolektorem (b) a bází (c).
Obr. 8.23: Modelování tranzistoru pomocí řízených zdrojů.
Obr. 8.24: Náhradní schéma tranzistorového zesilovače pro střídavý signál.
Obr. 8.25: Model části integrovaného obvodu RCA 3040.
Obr. 8.26: K výpočtu napěťového zesílení U_2/U_1.
Obr. 8.27: Postup při výpočtu výstupního odporu obvodu.
Obr. 8.28: Zjednodušené dělení metod analýzy nelineárních obvodů.
Obr. 8.29: Obvod s nelineárním rezistorem se zadanou ampérvoltovou charakteristikou.
Obr. 8.30: Průběh funkce $f(U_x)$, získaný z MATLABu.
Obr. 8.31: K vysvětlení iterační metody hledání řešení nelineární rovnice.
Obr. 8.32: Stabilizátor napětí.
Obr. 8.33: a) Jednostupňový tranzistorový zesilovač, b) náhradní schéma pro výpočet stejnosměrných poměrů.
Obr. 9.1: Ilustrace přiřazení operátorových obrazů k elementárním signálům.
Obr. 9.2 [40]**:** Laplaceova transformace jako zobecnění Fourierovy transformace signálu.
Obr. 9.3: Příklad zobrazení modulu Laplaceova obrazu tlumeného harmonického signálu o kmitočtu 25Hz a časové konstantě tlumení 4ms. Řez v rovině imaginární osy určuje spektrální funkci signálu.
Obr. 9.4: Operátorové modely pasivních prvků *C* a *L* s nenulovými počátečními podmínkami.
Obr. 9.5: a) Analyzovaný obvod, b) jeho operátorové schéma pro řešení přechodného děje po rozpojení spínače.
Obr. 9.6: Průběh přechodného děje v obvodu z obr. 9.5 a).
Obr. 9.7: Způsob zjišťování přenosové funkce obvodu řešením jeho operátorového modelu při nulových počátečních podmínkách.
Obr. 9.8: Přenosová funkce jako sjednocující charakteristika obecného lineárního obvodu.
Obr.10.1: Kosinový signál s obecným ořezáním.
Obr. 10.2: Schulzův diagram.
Obr. 10.3: Bergův diagram.

Seznam tabulek

Tab. 4.1: Vzájemné přepočty dvojbranových parametrů. Symbol Δ značí determinant dvojbranové matice.
Tab. 4.2: Určování dvojbranových parametrů z měření naprázdno a nakrátko.
Tab. 4.3: Parametry základních pasivních dvojbranů.
Tab. 4.4: Modelování dvojbranů řízenými zdroji podle rovnic typu Z, Y, H a K.
Tab. 4.5: Vzájemné přepočty dvojbranových parametrů unilaterálního dvojbranu.
Tab. 4.6: Vztahy mezi parametry speciálních dvojbranů.
Tab. 4.7: Vzorce pro výpočet obrazových impedancí a přenosů z dvojbranových parametrů.
Tab. 4.8: Obrazový popis reciprocitního podélně souměrného dvojbranu.
Tab. 5.1: Přenosové charakteristiky lineárního obvodu a jejich vzájemné vztahy: Komplexní kmitočtová charakteristika $\dot{K}(j\omega)$, operátorová přenosová funkce $K(p)$, impulsní charakteristika $g(t)$, přechodová charakteristika $h(t)$. Symboly F a L představují Fourierovu a Laplaceovu transformaci.
Tab. 5.2: Módy pohybu lineárního systému odpovídající různým pólům.
Tab. 6.1: Přehled vlivu ZV v závislosti na hodnotě součinu AB.
Tab. 6.2: Vliv zpětné vazby na základní vlastnosti zesilovače.
Tab. 8.1: Charakterizace obecných metod analýzy obvodů.
Tab. 8.2: Výsledky řešení zesilovače z obr. 8.33 odhady a profesionálním simulačním programem.
Tab. 9.1: Základní vlastnosti Laplaceovy transformace. Symboly 0^+ a 0^- označují limity zprava a zleva.
Tab. 9.2: Limitní teorémy. Symbol 0^+ označuje limitu zprava. Termín **pól** je vysvětlen na str. 109 a 248.
Tab. 9.3: Stručný slovník Laplaceovy transformace.

1 Úvod

Skriptum „Analogové elektronické obvody – přednášky“ je studijním textem stejnojmenného povinného předmětu studijního oboru „Mikroelektronika a technologie“ tříletého bakalářského studijního programu „Elektrotechnika, elektronika, komunikační a řídicí technika“. Navazují na něj skripta „Analogové elektronické obvody – počítačová cvičení“ a „Analogové elektronické obvody – laboratorní cvičení“.

2 Zařazení předmětu ve studijním programu

Předmět „Analogové elektronické obvody“ je vyučován v zimním semestru 2. ročníku v rozsahu 39 hodin přednášek a 39 hodin cvičení, čemuž odpovídá jeho ohodnocení sedmi kredity. Předmět je zakončen zápočtem a zkouškou.

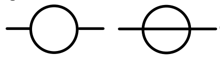
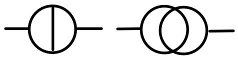
Nejdůležitější předměty 1. ročníku, na které tento předmět obsahově navazuje, jsou „Elektrotechnika 1“, „Elektrotechnika 2“ a „Elektronické součástky“, z volitelných oborových předmětů pak „Mikroelektronické praktikum“. Předpokládá se aktivní znalost základních zákonů a principů teoretické elektrotechniky, metod analýzy lineárních a nelineárních obvodů, jakož i znalost vlastností a funkce základních elektrotechnických součástek.

Pokud jde o navazování na předměty Matematika 1-2“, v předmětu „Analogové elektronické obvody“ je používán matematický aparát pro popis a analýzu lineárních a nelineárních elektrických obvodů. To představuje práci se soustavami lineárních a nelineárních algebraických rovnic při analýze odporových obvodů a práci s diferenciálními rovnicemi při řešení obvodů setrvačných. Lineární diferenciální rovnice budou formálně převáděny na algebraické prostřednictvím názorového, resp. operátorového počtu. Nelineární rovnice budou řešeny numerickými iteračními metodami. O těchto metodách je třeba mít alespoň uživatelský přehled ve smyslu globálního porozumění mechanismů jejich fungování.

2.1 Úvod do předmětu

Elektronické učební texty (ET) Analogové elektronické obvody – přednášky jsou primárně určeny pro studijní obor bakalářského studijního programu Mikroelektronika a technologie FEKT VUT v Brně. Obsahuje však i rozšiřující texty pro studium magisterské nadstavby. Tématicky učebnice pokrývá látku z oblasti analogového zpracování signálů lineárními obvody, vyučovanou na elektrotechnických fakultách škol v ČR a SR. Učebnice tedy může být využita i studenty těchto škol.

Všude tam, kde to bylo účelné a vhodné, je výklad teoretických partií doplněn řešenými příklady. Poznatky z těchto příkladů jsou zobecňovány a jsou z nich formulovány shrnující závěry. V některých částech ET je výklad podpořen výstupy programu MATLAB. Popisované příklady z oblasti elektrických obvodů je možné jednoduše ověřovat počítačovými programy SNAP, Micro-Cap nebo PSpice. ET se přitom nezabývají popisem těchto programů ani návody na jejich ovládání. Všechny tyto programy jsou však podrobně popsány v samostatných monografiích, které autoři napsali zejména pro potřeby studentů a které jsou uvedeny v seznamu literatury pod položkami [2], [13] a [41]. Programy jsou volně dostupné na Internetu prostřednictvím odkazů [I1], [I5] a [I10] a studenti s nimi pracují jak v organizovaných formách výuky, tak i samostatně na svých počítačích.

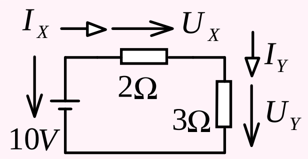
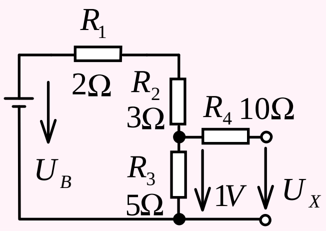
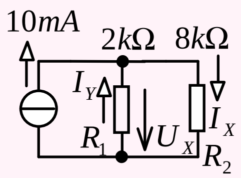
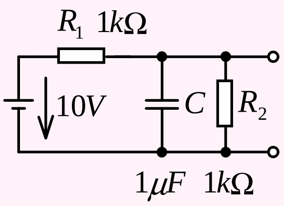
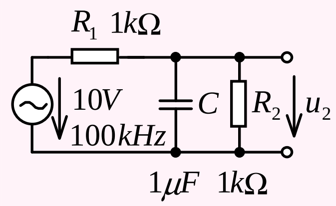
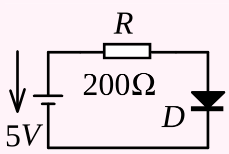
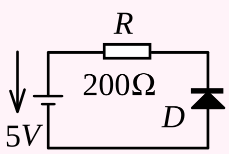
ET reagují na současnou realitu, kdy pracovníci z oboru jsou nuceni využívat informační zdroje nejrůznější povahy, zejména katalogové listy moderních součástek, stahované z Internetu. Za této situace je problematické striktně dodržovat mimo jiné zásady používání jednotných schématických značek. Studenty by například nemělo překvapit, že kromě v Evropě používané schématické značky rezistoru se asi častěji budou setkávat se značkou , běžně používanou v katalogových listech, odborných zahraničních článcích a počítačových simulačních programech. Nepřehledná situace panuje i v označování zdrojů. Proto v ET naleznete různé schématické značky pro zdroje napětí  a pro zdroje proudu . Obdobná poznámka by mohla být učiněna o schématických značkách tranzistorů.

Tyto ET jsou součástí výukových textů, dalších studijních materiálů a software pro podporu výuky předmětů ÚMEL FEKT v Brně. Zájemce odkazujeme na www stránky garanta předmětu http://user.unob.cz/biolek.

2.2 Vstupní test

Průchod následujícím „autotestem“ vám ukáže, nakolik vaše současné znalosti odpovídají vstupním požadavkům k studiu předmětu. Výsledky jsou uvedeny v části 11.

Vyznačte správnou odpověď (ke každé otázce existuje právě jedna):

č.	obvod	otázka	varianty odpovědí
1		Napětí U_X je	a) 2V, b) 3V, c) 4V, d) -6V
		Napětí U_Y je	a)-2V, b) -3V, c) -4V, d) 6V
		Proud I_X je	a) $I_X>I_Y$, b) $I_X<I_Y$, c) $I_X=I_Y$, d) $I_X=-I_Y$
		Proud I_X je	a) 1A, b) -1A, c) 2A, d) -2A
2		Napětí na svorkách R_1 je	a) 200mV, b) 300mV, c) 400mV, d) 0 mV
		Napětí baterie U_B je	a) 1V, b) 2V, c) 3V, d) 5V
		Napětí U_X je	a) 1V, b) 2V, c) -1V, d) 0V
		Výkon dodávaný baterií je	a) 200mW, b) 300mW, c) 400mW, d) 0 mW
3		Proud I_X je	a) -8mA, b) 1mA, c) 2mA, d) 8mA
		Proud I_Y je	a) -8mA, b) -1mA, c) 2mA, d) 8mA
		Napětí U_X je	a) 2V, b) 8V, c) 16V, d) -2V
		Poměr výkonů na R_1 a na R_2 je	a) 0,5, b) 2, c)), 0,25, d) 4
4		Po připojení baterie se obvod dostane do ustáleného stavu řádově za několik	a) sekund, b) milisekund, c) mikrosekund, d) nanosekund
		V ustáleném stavu bude kapacitor nabit na napětí	a) 0V, b) 5V, c) 10V, d) -10V
5		Amplituda proudu kapacitorem v ustáleném stavu bude asi	a) 0A, b) 5mA, c) 10mA, d) 100mA
		Obvod se chová jako filtr typu	a) dolní propust, b) horní propust, c) pásmová propust, d) pásmová zádrž
		Mezní kmitočet filtru je zhruba	a) 100Hz, b) 300Hz, c) 1000Hz, d) 100kHz
6		Napětí na R je zhruba	a) 0V, b) 0,7V, c) 4,35V, d) 5V
		Proud diodou je zhruba	a) 0A, b) 10mA, c) 22mA, d) 25mA
		Při změně R na 150Ω se napětí na R	a) nezmění, b) klesne o několik procent, c) vzroste o několik procent, d) klesne o desítky procent
7		Napětí na R je zhruba	a) 0V, b) 0,7V, c) 4,35V, d) 5V
		Proud diodou je zhruba	a) 0A, b) 10mA, c) 22mA, d) 25mA
		Při změně R na 150Ω se napětí na R	a) nezmění, b) klesne o několik procent, c) vzroste o několik procent, d) klesne o desítky procent

3 Úvod do analogových elektronických obvodů a signálů

Cíle kapitoly:

- Objasnit pojmy elektrický signál, systém, obvod.
- Ukázat, že signál nemůže existovat bez systému (obvodu) a systém bez signálu.
- Objasnit rozdíl mezi reálně existujícími signály a obvody a jejich modely.
- Seznámit s nejčastější klasifikací elektrických signálů a obvodů.

3.1 Elektrické signály

Komunikace mezi lidmi - ať už přímá nebo zprostředkovaná stroji - je založena na přenosu informace. Informace je produkována zdrojem obvykle v neelektrické podobě, které se říká zpráva nebo sdělení (řeč, hudba, obraz, text ...). Zpráva se pro účely přenosu na dálku, uchovávání, zabezpečení atd. převádí na signál, což je fyzikální vyjádření zprávy. Často se signálem zúženě chápe časový průběh fyzikální veličiny, nesoucí informaci. Je-li fyzikální veličinou napětí nebo proud, hovoříme o elektrických signálech.

Každý pokus o popis skutečně existujícího signálu v matematické nebo grafické formě vede na tvorbu jeho modelu. Analýzou modelu pak zjišťujeme vlastnosti skutečného signálu více či méně přesně podle toho, s jak přesným modelem pracujeme.

Dělení signálů a jejich modelů – tři roviny klasifikace:

signály se souvislým časem (*continuous-time*) ↔ analogové (*analog*) ↔ signály souvislé v hodnotách

signály s diskrétním časem - - diskrétní signály (*discrete-time*) ↔ číslicové (*digital*) ↔ signály diskrétní v hodnotách - - kvantované (*quantized*)

signály s nekonečnou dobou trvání → periodické
- harmonické
- jiné

neperiodické
- kvaziperiodické
- nezanikající impulsy
- jiné

signály s konečnou dobou trvání (jednorázové) → impulsy

aperiodické

signály deterministické (určené)
signály stochastické (náhodné)

Výše uvedené kategorie signálů nejlépe objasníme na příkladech.

Příklad 3.1: *Analogový signál*

Napětí snímané z mikrofonu je signálem souvislým v čase i v hodnotách: v průběhu doby trvání je tento signál definován pro všechny časové okamžiky a v rozsahu hodnot tohoto signálu jsou všechny úrovně „povoleny“ (signál může nabýt libovolné hodnoty z intervalu hodnot). Jedná se tedy o signál analogový.

■

Příklad 3.2: *Diskrétní signál, číslicový signál*

Záznam o teplotě motoru, snímané v minutových intervalech, je možno považovat za signál diskrétní v čase: signál existuje pouze v izolovaných (diskrétních) okamžicích odečítání. Pokud je velikost teploty vyjádřená s konečnou přesností na určitý počet desetinných míst, znamená to, že v daném signálovém rozsahu může signál nabývat pouze omezený počet diskrétních hodnot. Pak se jedná o signál diskrétní v hodnotách (kvantovaný). Signál diskrétní v čase i v hodnotách se nazývá číslicový.

■

Signály diskrétní v čase se často získávají ze signálů analogových tzv. **vzorkováním**. **Kvantováním** hodnot těchto vzorků a jejich převodem do určitého kódu pak získáme signál číslicový.

Důležitým modelem reálných signálů je signál **periodický**, který je tvořen opakováním určitého signálového segmentu. Speciálním periodickým signálem velkého významu je signál **harmonický**, který je matematicky popsán funkcemi typu sinus a kosinus.

Při modelování přechodových dějů nebo dějů s časově omezeným působením jsou užitečné některé neperiodické signály, například různé impulsy.

Často vystačíme s **deterministickými** modely signálů, které nám umožňují přesně popsat budoucí průběh signálu již v přítomnosti. Signál, jehož průběh v budoucnu lze předpovědět jen s určitou (ne stoprocentní) pravděpodobností, je signál **náhodný** (stochastický).

Reálné signály jsou většinou náhodné, protože parametry technicky generovaných signálů jsou náhodně ovlivňovány prostředím. S velkou přesností je však mnohdy můžeme nahradit deterministickými modely, např. modely periodických signálů. Stochastickým modelům se nevyhneme například při rozboru šumových vlastností systémů.

3.2 Elektrické systémy a obvody

Signál nemůže existovat bez prostředí, v němž vzniká, šíří se, je uchováván nebo se přeměňuje na jiný typ signálu. Takovému prostředí se říká **systém**.

Systémy mohou být nejrůznější povahy – mechanické, elektrické, informační, sociální. Speciálním systémem je elektrický obvod, složený z vzájemně propojených podsystémů – součástek, a komunikující s okolím pomocí vstupů a výstupů.

Dělení systémů a jejich modelů – tři roviny klasifikace:

analogové (*analog*)

systémy, pracující souvisle v čase (*continuous-time*) — systémy se signály souvislými v hodnotách (*continuous-value*)

Systémy, pracující diskrétně v čase - diskrétní systémy (*discrete-time*) — systémy se signály diskrétními v hodnotách (kvantovanými) (*quantized*)

číslicové (*digital*)

hybridní - smíšené - systémy

lineární systémy (*linear*) — stacionární systémy (s neproměn- nými parametry) (*stationary*)

nelineární systémy (*nonlinear*) — nestacionární systémy (s časově proměnnými parametry) (*nonstationary, time varying*)

nelineární systémy, pracující v linearizovaném režimu

systémy statické (nesetrvačné, bez paměti, bez akumulačních prvků), popsané algebraickými rovnicemi
systémy dynamické (setrvačné, s pamětí, s akumulačními prvky), popsané diferenciálními rovnicemi

První rovina klasifikace se odvíjí od typů signálů, které v systému působí. Příklady typických systémů: Analogový – tranzistorový zesilovač, číslicový – číslicový filtr. Křížové kombinace (souvislý čas-diskrétní hodnoty a diskrétní čas-souvislé hodnoty) se používají zejména k modelování etap analogově↔číslicového převodu (vzorkování, kvantování). Této klasifikaci se vymykají smíšené – hybridní systémy, které pracují jak s analogovými, tak i s číslicovými signály.

Druhá klasifikační rovina dělí všechny systémy na lineární a nelineární, stacionární a nestacionární. Systém se chová jako **lineární**, jestliže mezi jeho výstupem a vstupem platí proporcionální závislost (zdvojnásobením vstupního signálu dojde k zdvojnásobení výstupního signálu) a princip superpozice (odezva na součet dvou signálů je rovna součtu odezev na tyto signály, působící samostatně). Ostatní systémy jsou **nelineární**.

Typickým představitelem lineárního systému je stejnosměrný zesilovač, jehož výstupní napětí je 10x větší než napětí vstupní. Nelineárním systémem je například diodový usměrňovač.

V praxi se často vyskytují systémy, fungující na principu **linearizace**. Typickým představitelem je tranzistorový zesilovač pracující ve třídě A. Vstupně-výstupní charakteristika zesilovače je sice nelineární, vstupní signál je však natolik slabý, že využíváme jen jejího úseku, který je prakticky přímkový. Podrobnosti budou vysvětleny v části 3.1.

Stacionární systémy (s neproměnnými parametry) zachovávají své systémové parametry konstantní v čase. Například výše uvedený zesilovač je stacionární systém, protože jeho systémový parametr – zesílení, je neměnný (např. 10). Budeme-li mít možnost zesílení elektronicky nastavovat a budeme-li jej v průběhu zesilování měnit (např. za účelem modulace), stane se ze zesilovače **nestacionární** systém (s proměnným parametrem). Je zřejmé, že oba druhy klasifikace (lineární-nelineární, stacionární-nestacionární) dávají čtyři typy systémů. V tomto předmětu se budeme zabývat zejména lineárními stacionárními a nelineárními stacionárními obvody.

Třetí klasifikační rovina rozlišuje systémy, které nemají vnitřní paměť, a proto se vstup přímo kopíruje na výstup přes příslušnou lineární či nelineární charakteristiku (systémy **statické**, nesetrvačné), a systémy s pamětí, kde výstup v daném okamžiku je odvozen nejen bezprostředně ze vstupu, ale bude záviset i na stavu paměti, a ta je dána chováním systému v minulosti (systémy **dynamické**, setrvačné). V analogových elektrických obvodech zastávají úlohu pamětí akumulační prvky typu kapacitor a induktor, v číslicových obvodech jsou to paměťové registry, v magnetických obvodech jsou to jádra z magneticky tvrdých materiálů apod.

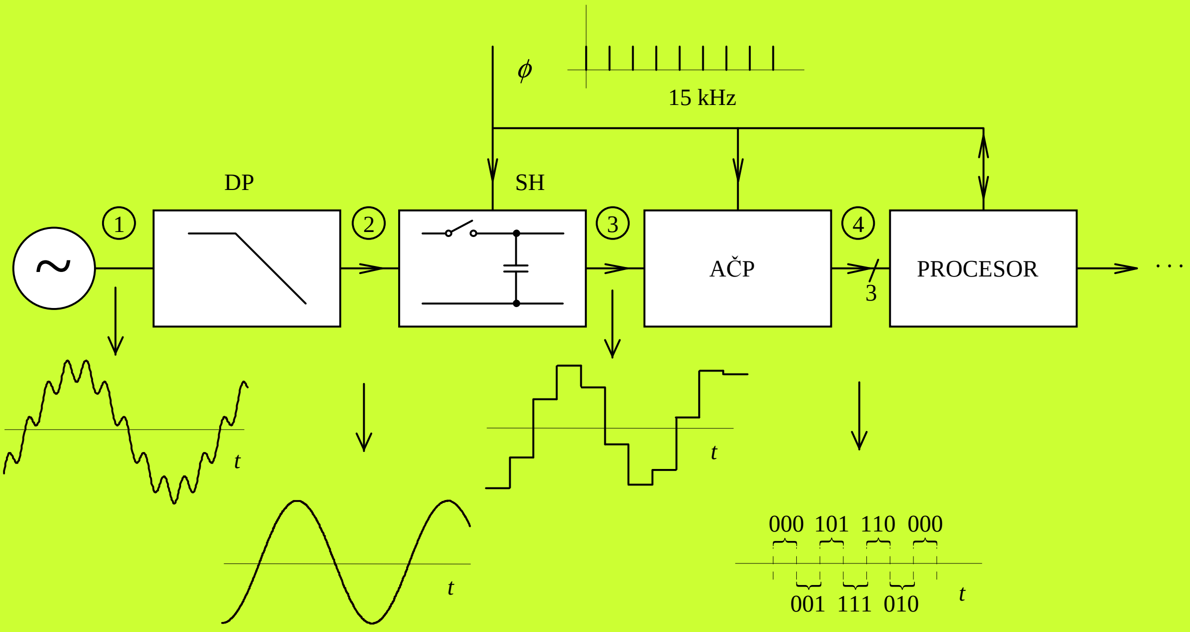
Obecně vzato většina existujících systémů patří do kategorie systémů nelineárních, nestacionárních dynamických. V řadě případů jsou však některé projevy, např. nelinearita či nestacionarita, tak slabé, že je možné od nich abstrahovat a modelovat zkoumaný systém v rámci jednoduchého modelu, např. lineárního stacionárního.

📖 *Shrnutí a zobecnění*:

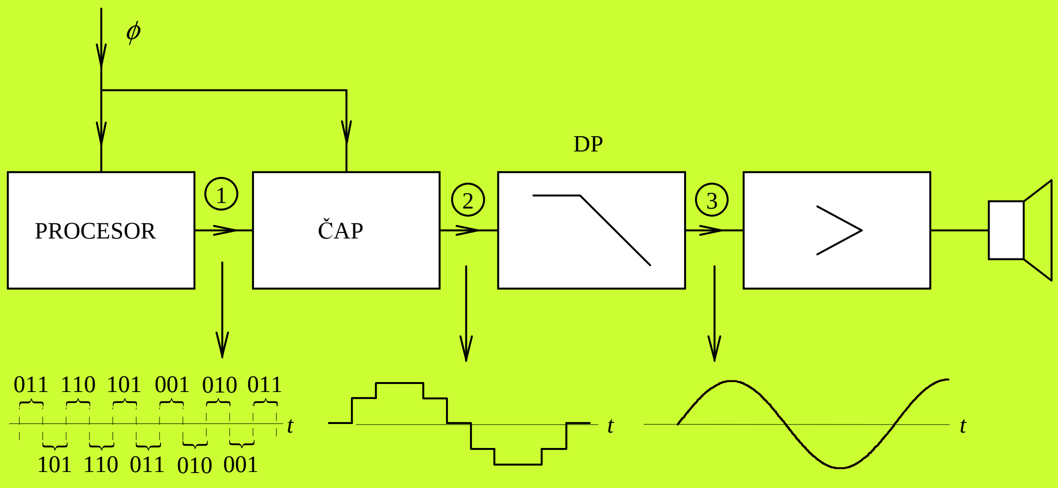
- *Signál je (zjednodušeně) časový vývoj fyzikální veličiny. Elektrický signál je časový vývoj elektrické veličiny, většinou napětí nebo proudu.*
- *Signál souvislý v čase a hodnotách je analogový signál. Vzorkováním analogového signálu získáme signál diskrétní v čase. Kvantováním vzorků, tj. jejich převodem na čísla s konečným počtem číslic, získáme z diskrétního signálu signál číslicový.*
- *Signály se dělí na periodické a neperiodické. Zřejmě nejdůležitějším periodickým signálem je signál harmonický. Zvláštním případem neperiodických signálů jsou jednorázové impulsy.*
- *Signály se dělí na určené (deterministické) a náhodné (stochastické).*
- *Je třeba rozlišovat mezi fyzicky realizovaným signálem a jeho modelem.*
- *Systémy jsou objekty s definovanými vstupy a výstupy, které jsou určeny k zpracování signálů. Mohou pracovat se signály souvislými nebo diskrétními v čase i v hodnotách. Systémy pro zpracování analogových/číslicových signálů se nazývají analogové/číslicové.*
- *Každý systém je buď lineární nebo nelineární. Nelineární systémy mohou pracovat v linearizovaném režimu.*
- *Každý systém je buď stacionární nebo nestacionární podle toho, zda se jeho charakteristiky, například zesílení, nemění nebo mění v čase.*
- *Každý systém je buď nesetrvačný nebo setrvačný podle toho, zda neobsahuje nebo obsahuje paměťové prvky.*
- *Je třeba rozlišovat mezi fyzicky realizovaným systémem a jeho modelem.*

Kontrolní otázky a příklady ke kapitole 3

Správné odpovědi naleznete na konci učebního textu.



Obr. 3.1: Blokové schéma předzpracování analogového signálu pro účely jeho zpracování v číslicovém procesoru. DP=dolní propust, SH=obvod Hample-Hold (paměťový vzorkovač), AČP=tříbitový analogově číslicový převodník, ϕ=signál pro vzorkování a synchronizaci.



Obr. 3.2: Blokové schéma postzpracování číslicového signálu pro účely jeho převodu na akustický signál. ČAP=číslicově analogový převodník, DP=dolní propust, > = nízkofrekvenční zesilovač, ϕ=signál pro vzorkování a synchronizaci.

1) Signály ①,②,③ na obr. 3.1 jsou a) všechny analogové, b) ①,② jsou souvislé v čase a ③ je diskrétní v čase, c) ①,② jsou souvislé v čase a ③ je diskrétní v hodnotách.

2) Signál na výstupu AČP na obr. 3.1 je a) analogový, b) číslicový, c) souvislý v čase a diskrétní v hodnotách.

3) Signál ② na obr. 3.2 je a) analogový, b) souvislý v čase a diskrétní v hodnotách, c) číslicový.

4) Signál ③ na obr. 3.2 je a) analogový, b) souvislý v čase a diskrétní v hodnotách, c) číslicový.

5) Obvod DP z obr. 3.1 je a) analogový, b) číslicový, c) hybridní.

6) Obvod SH z obr. 3.1 je a) analogový, b) číslicový, c) hybridní.

7) Obvod ČAP z obr. 3.2 je a) analogový, b) číslicový, c) hybridní.

8) Dělič napětí, složený z dvojice rezistorů o odporech R1=1kΩ a R2=560Ω, je obvod a) lineární nesetrvačný, b) lineární nestacionární, c) nelineární dynamický.

9) Potenciometr, zapojený jako dělič napětí, je obvod a) lineární setrvačný, b) lineární nestacionární, c) nelineární dynamický.

10) RC článek o R=1kΩ a C=10nF je obvod a) nelineární nesetrvačný, b) lineární setrvačný, c) nelineární dynamický.

11) Obvod, vzniklý z děliče z Př. 8) náhradou rezistoru R2 za diodu, je obvod a) lineární nesetrvačný, b) nelineární nestacionární, c) nelineární nesetrvačný.

12) Tranzistorový zesilovač pro zesilování hudebního signálu je obvod a) lineární nestacionární, b) nelineární, pracující v linearizovaném režimu, c) nelineární statický.

4 Elektrické obvody a jejich modely

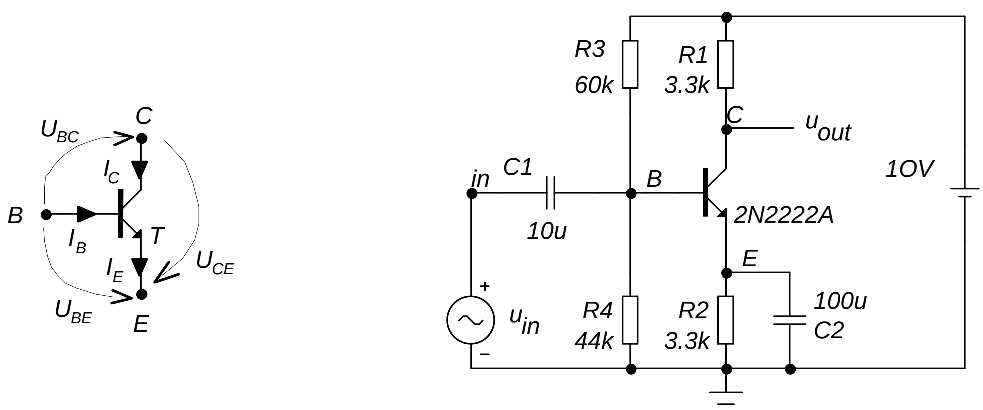
4.1 Základní pojmy

Cíle kapitoly:

- Ukázat, že analogové elektrické obvody se obecně skládají z nelineárních součástek.
- Objasnit, co je to stejnosměrný (klidový) pracovní bod a proč se nastavuje.
- Vysvětlit tzv. malosignálové buzení a linearizovaný model nelineárního obvodu, popisující vlastnosti obvodu při tomto buzení.
- Popsat chování obvodu při kombinovaném buzení dvěma signály jako řešení linearizovaného parametrického modelu.
- Ukázat nelineární chování obvodu při obecném buzení.

4.1.1 Stejnosměrný pracovní bod

Obr. 4.1 a) ukazuje typickou nelineární součástku – tranzistor. Je vyznačeno celkem 6 obvodových veličin – trojice napětí a trojice proudů. Tyto veličiny jsou vzájemně spojeny složitými nelineárními závislostmi. Stejnosměrným měřením „bod po bodu“ lze získat známé statické charakteristiky tranzistoru (např. síť výstupních charakteristik – závislost I_C na U_{CE} při konstantním proudu I_B). Všechny takovéto nelineární charakteristiky lze chápat jako řezy plochami v šestirozměrném prostoru [I_C I_B I_E U_{CE} U_{BE} U_{BC}].

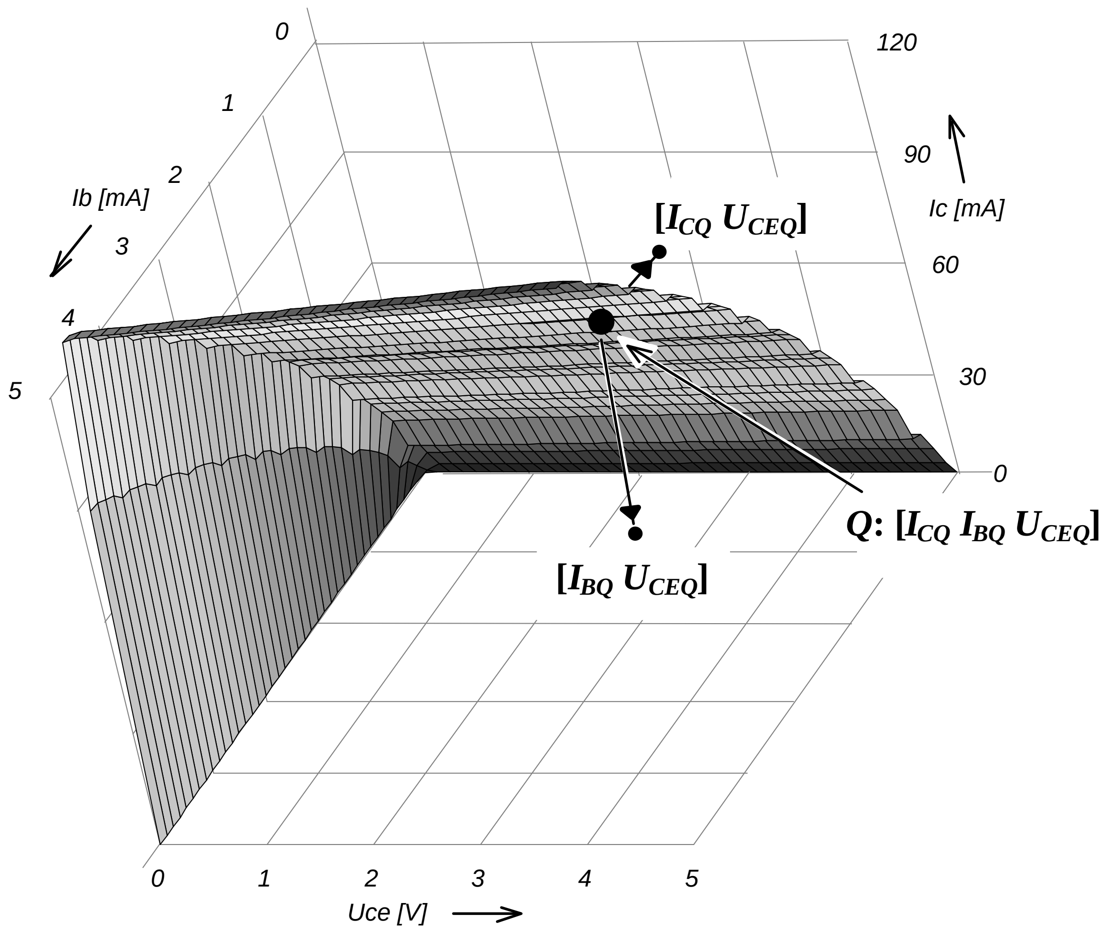


a) b)

Obr. 4.1: a) Tranzistor a soustava jeho napětí a proudů, b) příklad jeho začlenění do obvodu zesilovače.

Začleníme-li tranzistor do složitějšího elektrického obvodu (obr. 4.1 b), který je napájen pouze stejnosměrnými zdroji (tj. zpočátku předpokládáme u_{in} = 0), ustálí se napěťové a proudové poměry s ohledem na uvedené nelineární vlastnosti tranzistoru. Výsledkem jsou konkrétní stejnosměrné hodnoty veličin tranzistoru z vektoru [I_C I_B I_E U_{CE} U_{BE} U_{BC}]. Graficky si lze tento stav představit jako konkrétní bod v charakteristikách tranzistoru. Tento bod označme symbolem Q a nazvěme *stejnosměrný pracovní bod* (angl. *Operating Point*) tranzistoru. Často se rovněž používá termín *klidový pracovní bod* (angl. *Bias Point*).

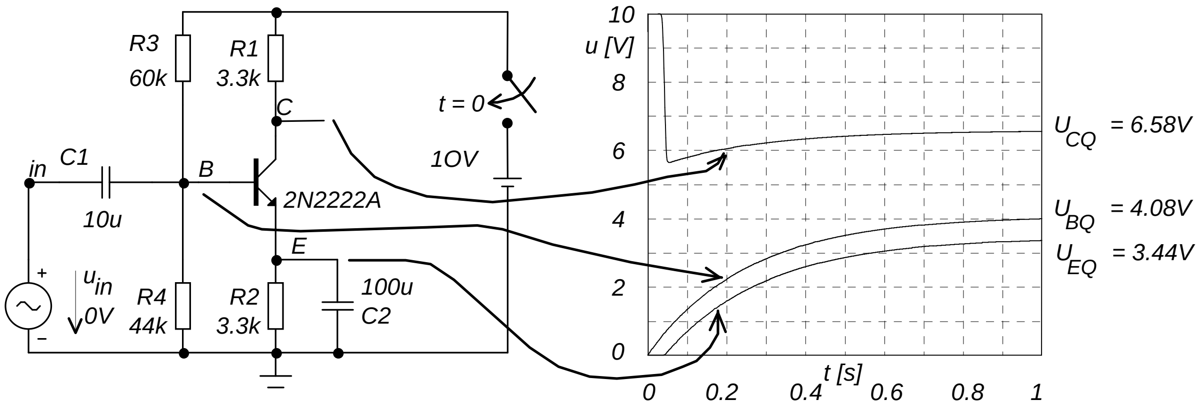
Podívejme se na obr. 4.2. Jde o třírozměrný výřez z výše uvedeného prostoru nelineárních závislostí pro konkrétní křemíkový tranzistor. V souvislosti s obr. 4.1 b) si můžeme představit, že nastavujeme-li různá napětí baterie (je uváděno 10V), pak bude docházet k změnám napětí a proudů v obvodu, tj. k pohybu pracovního bodu *Q*. Tento bod však nikdy neopustí zobrazenou plochu nelineárních vazeb tranzistoru. Průměty pracovního bodu do jednotlivých kvadrantů poskytují číselné údaje o obvodových napětích a proudech tranzistoru. Index *Q* značí souřadnici pracovního bodu.



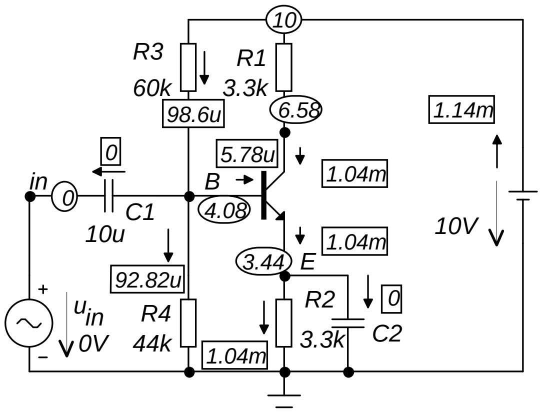
Obr. 4.2: Příklad nelineárních vazeb mezi kolektorovým a bázovým proudem a napětím kolektor-emitor tranzistoru. Výsledek počítačové simulace v programu Micro-Cap.

Obr. 4.3 ukazuje situaci po připojení napájecího zdroje k zesilovači, jestliže zatím nepůsobí na jeho vstup napětí u_{in}, určené k zesilování. V důsledku působení akumulačních prvků v obvodu dojde k přechodnému ději, který se ustálí zhruba po 1s. Výsledkem je stejnosměrný ustálený stav. Přehledné znázornění ustálených poměrů je pak uvedeno na obr. 4.4.

Jak uvidíme dále, nastavení vhodných hodnot stejnosměrných napětí a proudů v nelineárním obvodu, tj. nastavení pracovního bodu, je důležitý předpoklad správné funkce obvodu, v našem případě zesilování signálu u_{in}.



Obr. 4.3: Proces připojení zesilovače z obr. 4.1 b) k napájecímu zdroji. Vstupní signál zatím nepůsobí (u_{in} = 0V). Obvod se ustaluje do stejnosměrného ustáleného stavu a vektor obvodových veličin do pracovního bodu. Všechna napětí jsou uvažována proti zemi. Výsledek počítačové simulace v programu Micro-Cap.



Obr. 4.4: Znázornění souřadnic stejnosměrného pracovního bodu zesilovače. V kroužku je hodnota napětí mezi příslušným uzlem a zemí (ve voltech), v obdélníčku pak hodnota proudu danou větví (v ampérech).Výsledek počítačové simulace v programu Micro-Cap.

Shrnutí a zobecnění:

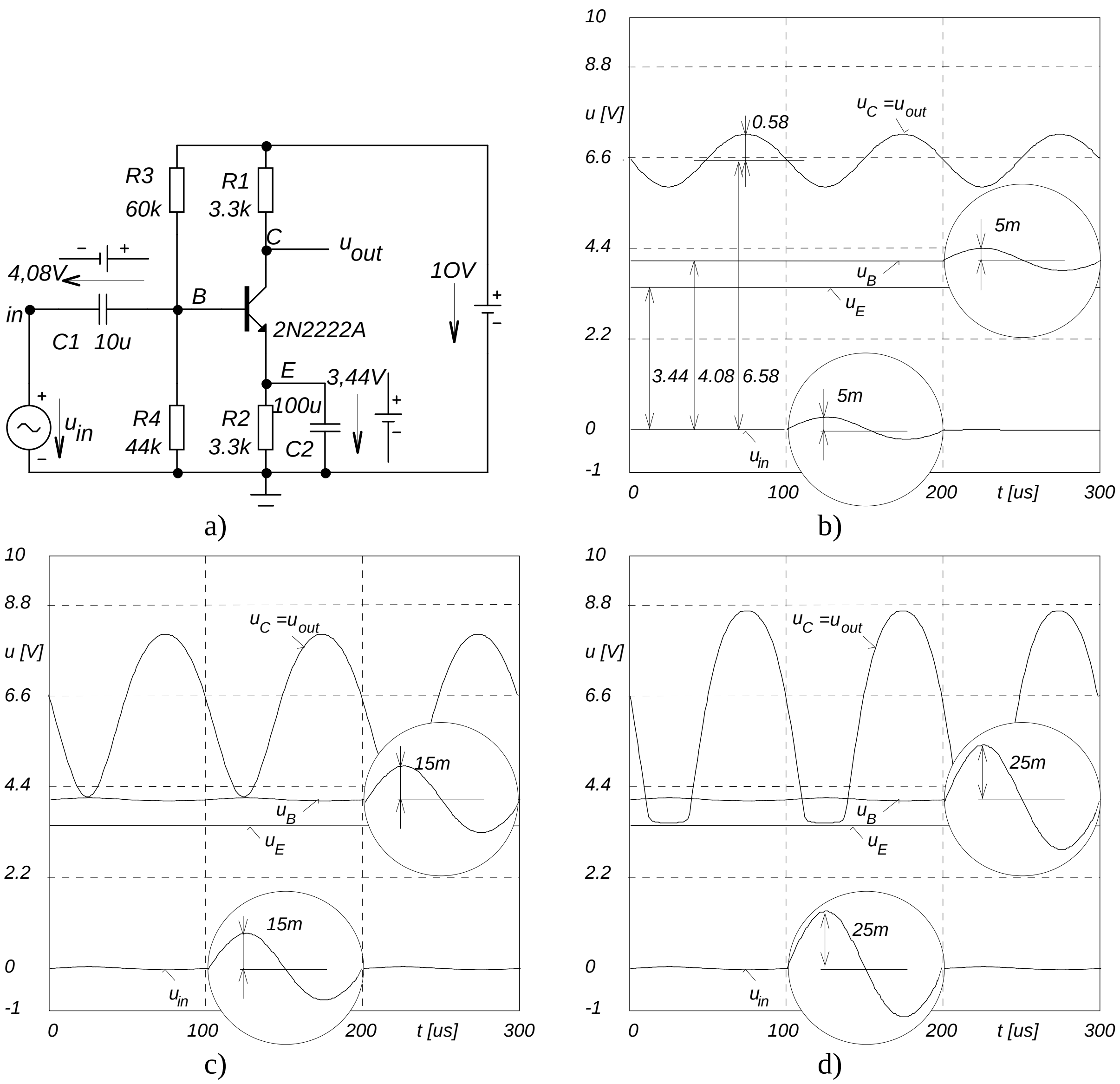
- *Po připojení stabilního nelineárního obvodu k stejnosměrným napájecím zdrojům dojde k přechodnému ději, jehož výsledkem je stejnosměrný ustálený stav: všechna napětí a všechny proudy jsou konstantní. Říkáme, že obvod přešel do* ***stejnosměrného (klidového) pracovního bodu****. Tento přechod trvá většinou relativně krátkou dobu a pro uživatele zařízení není podstatný.*
- ***Stejnosměrný pracovní bod obvodu*** *je množina stejnosměrných napětí a proudů v obvodu při nepůsobení vstupních signálů, které mají být obvodem zpracovávány. Matematicky je popsán vektorem sledovaných napětí a proudů.*
- ***Stejnosměrný pracovní bod nelineárního prvku*** *obvodu (např. tranzistoru) je množina stejnosměrných napětí a proudů tohoto prvku při nepůsobení vstupních signálů, které mají být obvodem zpracovávány. Jedná se tedy o podmnožinu pracovního bodu celého obvodu.*
- *Stejnosměrný pracovní bod nelineárního prvku je možné nastavovat ostatními prvky obvodu. V případě zesilovače z obr. 4.4 lze pracovní bod tranzistoru nastavit volbou odporů R_1 až R_4 a napětím baterie. Akumulační prvky nemají na souřadnice pracovního*

bodu vliv. Ovlivňují pouze přechodný děj náběhu obvodu do pracovního bodu po připojení k napájecím zdrojům.

- *Nastavení vhodného stejnosměrného pracovního bodu je důležité pro správnou činnost obvodu.*

4.1.2 Pohyb bodu Q vlivem zpracovávaného signálu

Přivedeme-li na vstup obvodu signál určený k zpracování, budou se napětí a proudy v obvodu měnit v závislosti na tomto signálu. Můžeme si představit, že dochází k pohybu bodu *Q*. Časový rozvoj tohoto pohybu do všech souřadnic pak představuje odezvu obvodu na vstupní signál ve formě sledovaných napětí a proudů.



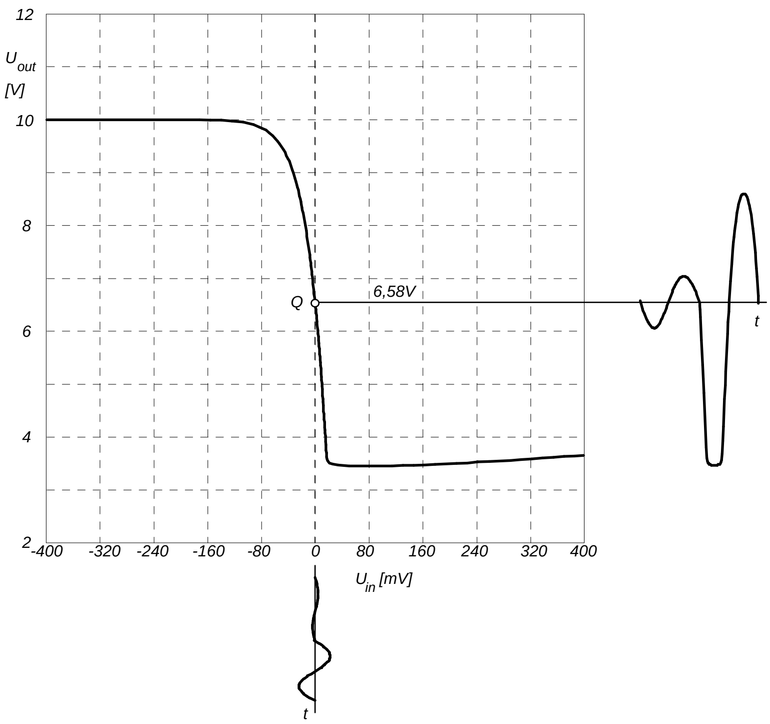
Obr. 4.5: Zpracování harmonického signálu u_{in} , pro nějž kapacitory C_1 a C_2 představují zkrat. Na kapacitorech jsou pouze stejnosměrná napětí daná klidovým pracovním bodem (a), časové průběhy při amplitudě u_{in} 5mV (b) 15mV (c) 25mV (d).

Pro jednoduchost předpokládejme, že vstupní signál u_{in} na obr. 4.1 je harmonický o relativně vysokém kmitočtu, takže kapacitory C_1 a C_2 (10μF a 100μF) pro tento signál představují zanedbatelnou reaktanci. Napětí na každém prvku v obvodu je nyní určováno působením dvou zdrojů: stejnosměrným napájecím napětím a harmonickým vstupním napětím. Napájecí zdroj vyvolává na C_1 stejnosměrné napětí 4,08V a na C_2 3,44V (viz obr. 4.4). Harmonický vstupní signál nevyvolává na kapacitorech prakticky žádné napětí v důsledku zanedbatelných reaktancí (kapacitory se chovají pro střídavý signál jako zkraty). Pro účely analýzy si tedy lze představit namísto kapacitorů zdroje příslušných stejnosměrných napětí (viz obr. 4.5a).

Z obr. 4.5 a) je zřejmý význam kapacitoru C_1: stejnosměrně odděluje uzel *B*, kde je nastaveno předpětí 4,08V (souřadnice klidového pracovního bodu) od uzlu *in*, kde je nulová stejnosměrná složka zesilovaného signálu. Střídavý signál je však přenesen do uzlu *B* k dalšímu zpracování bez zeslabení.

Význam kapacitoru C_2 bude objasněn později. Bez něj by zesílení signálu výrazně pokleslo v důsledku záporné zpětné vazby, kterou vyvolává rezistor R_2. Pro střídavý signál je však R_2 přemostěn kapacitorem C_2, který tak působení zpětné vazby zabraňuje.

Z obr. 4.5b) vyplývají zesilovací schopnosti obvodu: amplituda střídavé složky napětí u_{out} je asi 0,58V, což je 116x větší hodnota než na vstupu. Patrný je i fázový posun mezi vstupním a výstupním střídavým napětím o 180° (inverze fáze). Obr. 4.5c) ukazuje, že při silnějším vstupním signálu již dochází k zkreslení tvaru střídavé složky na výstupu (dolní půlvlna je protáhlejší a ostřejší). Ještě markantnější zkreslení je patrné na obr. 4.5d). Vysvětlení těchto jevů je možné hledat v následující analýze modelu z obr. 4.5a): Budeme „bod po bodu“ nastavovat napětí u_{in} a pro každou hodnotu určíme u_{out}. Výsledek počítačové simulace je na obr. 4.6.



Obr. 4.6: Převodní charakteristika $U_{out} = f(U_{in})$ modelu zesilovače z obr. 4.5a). Střídavé „malosignálové“ zesílení je dáno strmostí převodní charakteristiky v okolí pracovního bodu *Q*. Při silnějším vstupním signálu již dochází k nelineárnímu zkreslení výstupu.

Shrnutí a zobecnění:

- *Vztah mezi výstupním a vstupním signálem nelineárního obvodu je popsán nelineární převodní charakteristikou. Do této charakteristiky se promítají příslušné souřadnice klidového pracovního bodu.*
- *Vlivem vstupního signálu dochází k rozmítání bodu Q po převodní charakteristice. Časovým rozvojem tohoto pohybu získáme výstupní signál.*
- *Je-li současně splněno, že bod Q se pohybuje po části převodní charakteristiky, kterou je možno považovat za přímkovou, pak výstupní signál, neuvažujeme-li jeho stejnosměrnou složku, je tvarově shodný se vstupním signálem. Dochází pouze k změně jeho velikosti (využíváno např. k zesilování), případně k inverzi fáze. Poměr velikostí střídavých složek výstupního a vstupního signálu, tzv. střídavé zesílení, je rovno směrnici tečny k převodní charakteristice v klidovém pracovním bodu. Nelineární obvod pracuje v tzv. linearizovaném režimu.*
- *Nejsou-li splněny výše uvedené podmínky, dochází k tvarovému zkreslení výstupního signálu. Hovoříme o nelineárním zkreslení. Obvod pracuje v nelineárním režimu.*
- *Podmínky lineárního režimu lze stručně shrnout takto: vhodně nastavený klidový pracovní bod a relativně slabý vstupní signál.*

4.1.3 Pohyb bodu Q vlivem teplotních a dalších změn

Z obr. 4.6 je zřejmé, že by bylo nežádoucí, kdyby se jednou nastavený klidový pracovní bod *Q* měnil v důsledku takových jevů, jako jsou teplotní změny, stárnutí zařízení, nebo například výměna poškozené součástky za stejný typ, ale s částečně odlišnými parametry. Každá změna polohy klidového pracovního bodu totiž přináší změnu vlastností obvodu (v našem případě střídavého zesílení) a je potenciálním zdrojem nelineárního zkreslení.

Proto je vhodné polohu klidového pracovního bodu stabilizovat, tj. učinit taková opatření, aby bod *Q* nebyl ovlivňován výše uvedenými jevy. Používané metody stabilizace budou probrány později. U zesilovače na obr. 4.1 b) je stabilizace zajišťována rezistorem R_2, který zavádí do obvodu stabilizující zápornou zpětnou vazbu. Ta zmenšuje zesílení, tj. citlivost obvodu na relativně pomalé změny (např. změny teploty). Pro rychlé změny, tj. změny vyvolávané vstupním signálem, jsou účinky zpětné vazby potlačeny kapacitorem C_2, který přemosťuje rezistor R_2 svou relativně nízkou reaktancí.

4.1.4 Chování nelineárního obvodu při kombinovaném buzení pomalým a rychlým signálem

Z obr. 4.6 vyplývá, že střídavé zesílení obvodu, tj. strmost převodní charakteristiky v okolí klidového pracovního bodu, lze řídit změnou polohy tohoto bodu. Přičteme-li tedy k vstupnímu signálu, který je určen k zesilování, další tzv. řídicí signál, který bude vykazovat podstatně pomalejší změny, budeme mít možnost řízení zesílení původního signálu. Chování nelineárního obvodu pak můžeme popsat tzv. **linearizovaným parametrickým modelem**: linearizovaným proto, že „rychlejší“ signál nepodléhá nelineárnímu zkreslení, a parametrickým proto, že „pomalý“ signál mění důležitý parametr zařízení, v našem případě střídavé zesílení. Uvedeného principu lze využít např. v modulačních obvodech.

4.2 OBVOD V NELINEÁRNÍM REŽIMU

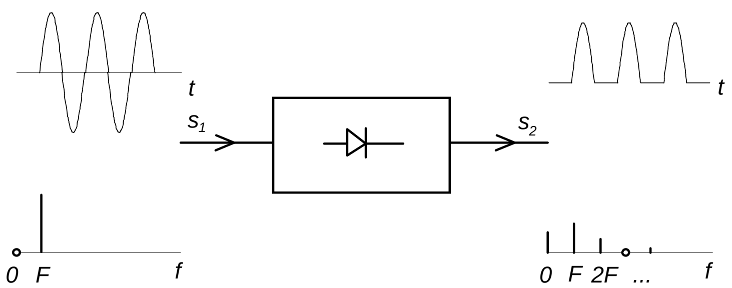
Cíle kapitoly:

- Objasnit pojem „obohacení spektra“.
- Ukázat, jak se obvod chová v nelineárním režimu při buzení jedním a dvěma harmonickými signály.
- Vysvětlení významu veličiny „THD“.

Je-li klidový pracovní bod nelineárního obvodu nevhodně nastaven, pak v kombinaci s relativně silným vstupním signálem dochází k pohybu bodu Q po nelineárních úsecích převodních charakteristik. Důsledkem toho je nelineární zkreslení signálu. Říkáme, že obvod pracuje v nelineárním režimu. Rozebereme chování obvodu v případě jeho buzení jedním a více signály. Omezíme se na harmonické budicí signály, z nichž je možno ve smyslu Fourierovy řady složit obecný periodický budicí signál.

4.2.1 Působení jednoho harmonického signálu

Obr. 4.7 zachycuje situaci, kdy na nelineární obvod (je použit příklad usměrňovače) působí harmonický signál o kmitočtu F, jehož spektrum obsahuje jedinou spektrální čáru. Po průchodu obvodem s nelineární převodní charakteristikou již signál není harmonický. Nicméně zůstává periodický, neboli rozložitelný na jednotlivé harmonické. První harmonická je stejného kmitočtu jako je kmitočet vstupního signálu. Navíc se však ve spektru objevuje stejnosměrná složka a vyšší harmonické. Tento jev se nazývá **obohacení spektra** signálu nelineárním obvodem. Je to projev nelineárního zkreslení signálu ve frekvenční oblasti.



Obr. 4.7: Zkreslení harmonického signálu nelineárním obvodem je doprovázeno rozšířením spektra signálu o harmonické složky, které nejsou obsaženy ve vstupním signálu.

V tomto konkrétním případě dochází ke zkreslení harmonického signálu. Pro toto nelineární zkreslení se vžil (ne příliš vhodný) název harmonické zkreslení.

V některých případech je harmonické zkreslení, tj. „odchylka“ tvaru signálu od harmonické křivky, ztěží nebo zcela nerozpoznatelné pouhým pohledem na časový průběh. V laboratořích používané generátory signálů vyrábějí více či méně „čisté“ harmonické signály. „Harmonickou čistotu“ je možné analyzovat právě pomocí spektrálního analyzátoru, který odhalí míru zastoupení vyšších harmonických složek v generovaném signálu. Míra zkreslení se pak vyjadřuje činitelem harmonického zkreslení (angl. Total Harmonic Distortion)

$$THD = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \ldots}}{U_1}, \; THD_{\%} = 100 THD, \qquad (4.1)$$

kde U_k je amplituda k-té harmonické analyzovaného signálu. Je-li činitel THD menší než zhruba 1-5%, nelze zkreslení rozpoznat pouhým okem. Běžné RC generátory signálů používané pro provozní měření mají činitel THD pod 0,5%. Precizní oscilátory lze vyrobit s THD pod 0,01%.

U zesilovače na obr. 4.5a), při vstupním napětí 5mV je střídavá složka výstupního napětí u_{out} nerozeznatelná od harmonického signálu (viz obr. 4.5b). Přitom počítačová simulace ukazuje, že činitel harmonického zkreslení je asi 4,39% (první harmonická má velikost 638mV, druhá 28mV, třetí 705μV, …).

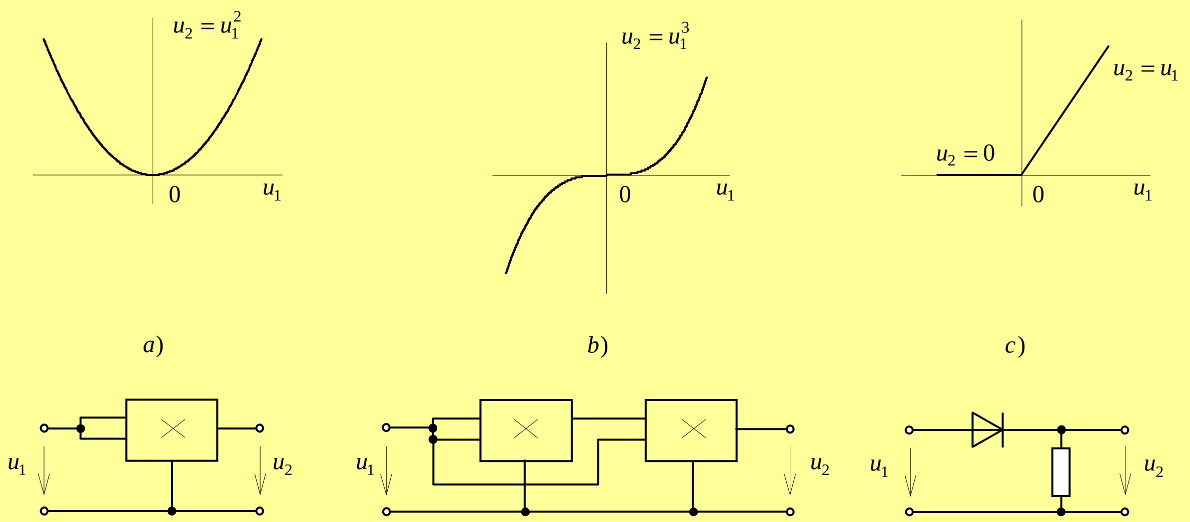
Nelineární, resp. harmonické zkreslení můžeme vnímat ze dvou hledisek. Podle prvního hlediska je to jev, který se snažíme eliminovat. Jedná se zejména o případy nežádoucího zkreslení tvaru po průchodu signálu různými obvody typu zesilovač nebo přenosové vedení, nebo o generátory „čistých“ harmonických signálů. Druhé hledisko je opačné: existuje řada obvodů, jejichž činnost je založena na nelineárním zkreslení a s ním spojeném obohacení spektra: nelineární člen vygeneruje harmonické složky na kmitočtech různých od kmitočtu vstupního signálu, a následný filtr vybere harmonickou složku (příp. skupinu složek), které potřebujeme. Na tomto principu může pracovat například násobič kmitočtu, kdy filtr typu pásmová propust je naladěn na některou z vyšších harmonických, případně usměrňovač s vyhlazovacím členem typu dolní propust, na jehož výstupu je filtrovaná stejnosměrná složka, zbavená všech harmonických složek.

Příklad 4.1: *Zkreslení signálů jejich průchody nelineárními obvody*

Uvažujte nelineární obvody se statickými převodními charakteristikami podle obr. 4.8. Na vstup působí harmonický signál

$$u_1(t) = U\cos(\Omega t), U = 1\mathrm{V}, \Omega = 2\pi F, F = 1\mathrm{kHz}.$$

Vypočtěte časový průběh výstupního napětí a zjistěte jeho spektrální složky.



Obr. 4.8: Příklady nelineárních převodních charakteristik a jejich obvodových realizací.

☑ ***Řešení:***

$$a)u_2(t)=u_1^2(t)=U^2\cos^2(\Omega t)=\frac{U^2}{2}+\frac{U^2}{2}\cos(2\Omega t)=0{,}5+0{,}5\cos(2\Omega t)[\mathrm{V}].$$

Ve výstupním signálu se objeví stejnosměrná složka a harmonická složka na dvojnásobném kmitočtu než je kmitočet buzení.

$$b)u_2(t)=u_1^3(t)=U^3\cos^3(\Omega t)=\frac{3}{4}U^3\cos(\Omega t)+\frac{1}{4}U^3\cos(3\Omega t)=$$
$$=0{,}75\cos(\Omega t)+0{,}25\cos(3\Omega t)[\mathrm{V}].$$

Ve výstupním signálu se objeví harmonická složka na stejném a harmonická složka na trojnásobném kmitočtu než je kmitočet buzení.

$$c)u_2(t)=u_1(t)1[u_1(t)].$$

Vstupní signál bude mít ořezané záporné půlvlny, bude jednocestně usměrněn. Fourierova řada takového signálu vypadá následovně [ ]:

$$u_2(t)=\frac{U}{\pi}+\frac{U}{2}\cos(\Omega t)+\frac{2U}{\pi}\left(\frac{1}{1.3}\cos(2\Omega t)-\frac{1}{3.5}\cos(4\Omega t)+\frac{1}{5.7}\cos(6\Omega t)-\ldots\right)\doteq$$
$$\doteq 0{,}3183+0{,}5\cos(\Omega t)+0{,}2122\cos(2\Omega t)-0{,}0424\cos(4\Omega t)+0{,}0184\cos(6\Omega t)-\ldots[\mathrm{V}].$$

Ve výstupním signálu se objeví stejnosměrná složka a nekonečný počet harmonických složek na celistvých násobcích kmitočtu budicího signálu.

■

🕮 ***Poznatky z příkladu:***

- *Průchodem harmonického signálu nelineárním obvodem došlo k rozšíření původního jednočárového spektra o přídavné harmonické složky, které nebyly přítomny ve vstupním signálu.*
- *Záleží na typu nelinearity, jaký bude charakter rozšíření spektra: polynomiální hladké závislosti výstupu na vstupu vedou na konečný počet spektrálních čar, ostrá ořezání vyvolají větší rozšíření.*
- *Systém a) je přímo použitelný v aplikaci zdvojovače kmitočtu.*

Příklad 4.2: *Určení činitele harmonického zkreslení*

Na vstup nelineárního obvodu s kubickou převodní charakteristikou z obr. 4.8 b) přivádíme harmonický signál

$$u_1(t)=U_1\cos(\Omega t),\ U_1=100\,\mathrm{mV},\ \Omega=2\pi F,\ F=50\,\mathrm{kHz}.$$

Vypočtěte činitel harmonického zkreslení THD výstupního signálu.

☑ ***Řešení:***

Výpočet výstupního signálu:

$$u_2(t)=u_1^3(t)=U_1^3\cos^3(\Omega t)=\frac{3}{4}U_1^3\cos(\Omega t)+\frac{1}{4}U_1^3\cos(3\Omega t)=0{,}75\cos(\Omega t)+0{,}25\cos(3\Omega t)[\mathrm{mV}].$$

Výstupní signál je zkreslen pouze 3.harmonickou, která je však poměrně výrazná (1/3 první harmonické).

Výpočet THD - vzorec (4.1):

$$THD = \frac{\sqrt{\left(\frac{0{,}25}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\frac{0{,}75}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{3} \approx 33{,}3\% \,.$$

■

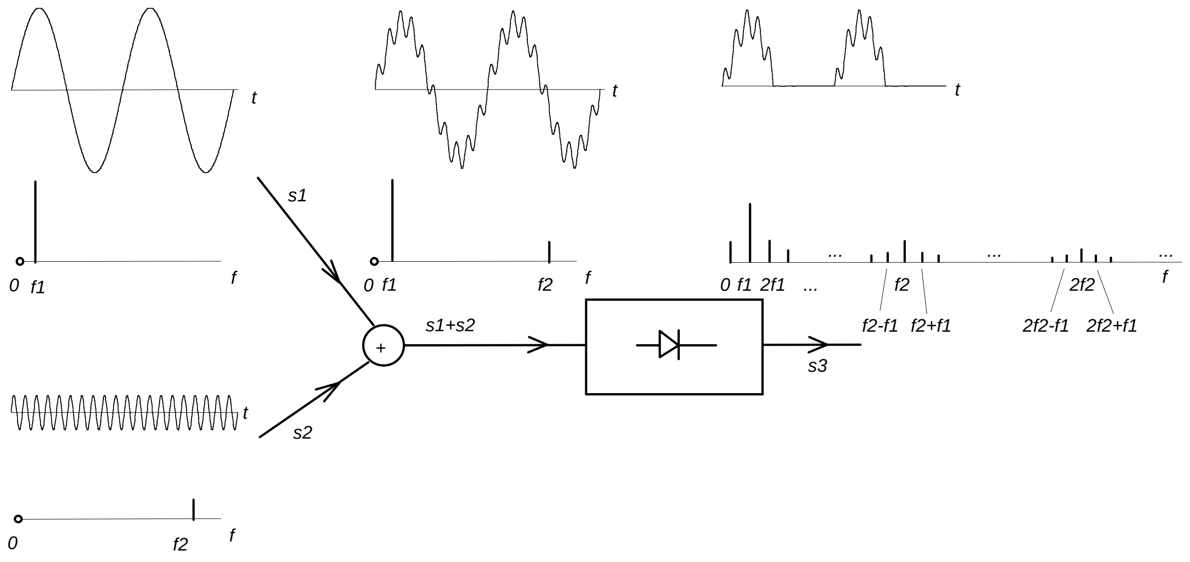
4.2.2 Působení dvojice harmonických signálů o různých kmitočtech

Působí-li na vstup nelineárního obvodu dvojice harmonických signálů o kmitočtech f_1 a f_2, lze zobecněním případu jediného harmonického signálu předpokládat, že ve spektru výstupního signálu se objeví kromě stejnosměrné složky a originálních složek na kmitočtech f_1 a f_2 rovněž vyšší harmonické na celočíselných násobcích f_1 a f_2. Obr. 4.9 ukazuje, že tomu tak skutečně je. Kromě toho však ve spektru vznikají další, tzv. kombinační složky, např. $f_2 \pm f_1$, $2f_2 \pm f_1$ atd. Kmitočty, na nichž se mohou objevit spektrální čáry, lze obecně popsat vztahem

$$mf_2 \pm nf_1 \geq 0\,, \tag{4.2}$$

kde m, n jsou přirozená čísla taková, aby výsledný kmitočet vyšel nezáporný. Pro přibližný odhad velikostí kombinačních složek lze použít zásadu, že čím je větší součet $m+n$, tím větší útlum příslušné složky můžeme očekávat.

Uvedený jev může vyvolávat v některých aplikacích nežádoucí účinky. Jde zejména o případy, kdy do kmitočtového pásma, v němž pracuje dané zařízení, se dostanou kombinační složky odvozené od užitečného i rušivého signálu. Tyto rušivé složky jsou zařízením zpracovány a způsobují tzv. **intermodulační zkreslení**. Podrobnosti budou popsány v části 6.2.2 na str. 131.



Obr. 4.9: Princip vzniku kombinačních složek ve spektru výstupního signálu.

Daného jevu na druhou stranu využívá řada radioelektronických zařízení. Princip je jednoduchý – vhodným filtrem se oddělí z výsledného spektra jen jeho část, která je pro nás důležitá. Například vydělením složky o rozdílovém kmitočtu f_2-f_1 získáme tzv. **směšovač**, vydělením trojice složek f_2-f_1, f_2, f_2+f_1 **amplitudový modulátor** apod.

Příklad 4.3: *Obohacení spektra nelineárním obvodem při dvoutónovém buzení*

Uvažujte nelineární obvod s kvadratickou převodní charakteristikou z obr. 4.8a). Na vstup působí dvojice harmonických signálů

$$u_1(t) = U_1 \cos(\Omega_1 t), U_1 = 1\text{V}, \Omega_1 = 2\pi F_1, F_1 = 10\text{kHz},$$
$$u_2(t) = U_2 \cos(\Omega_2 t), U_2 = 1\text{V}, \Omega_2 = 2\pi F_2, F_2 = 1\text{kHz}.$$

Vypočtěte časový průběh výstupního napětí a zjistěte jeho spektrální složky.

☑ ***Řešení*:**

$$u_2(t) = u_1^2(t) = [U_1 \cos(\Omega_1 t) + U_2 \cos(\Omega_2 t)]^2 =$$
$$= \frac{U_1^2}{2} + \frac{U_1^2}{2}\cos(2\Omega_1 t) + \frac{U_2^2}{2} + \frac{U_2^2}{2}\cos(2\Omega_2 t) + 2U_1U_2 \cos(\Omega_1 t)\cos(\Omega_2 t) =$$
$$= \frac{U_1^2}{2} + \frac{U_2^2}{2} + \frac{U_1^2}{2}\cos(2\Omega_1 t) + \frac{U_2^2}{2}\cos(2\Omega_2 t) + U_1U_2 \cos[(\Omega_1 + \Omega_2)t] + U_1U_2 \cos[(\Omega_1 - \Omega_2)t] =$$
$$= 1 + 0{,}5\cos(2\Omega_1 t) + 0{,}5\cos(2\Omega_2 t) + \cos[(\Omega_1 + \Omega_2)t] + \cos[(\Omega_1 - \Omega_2)t]\ [\text{V}].$$

Ve výstupním signálu se objeví stejnosměrná složka, harmonické složky na dvojnásobcích kmitočtu vstupních signálů (2kHz a 20kHz) a složky na součtovém a rozdílovém kmitočtu (11kHz a 9kHz).

■

Příklad 4.4: *Důsledky filtrace signálu z Př. 4.3 pásmovou propustí*

Na výstup systému z př. 4.3 zapojíme pásmovou propust (PP) naladěnou na 9kHz s šířkou pásma 1kHz. Zapište časový průběh výstupního signálu pásmové propusti v ustáleném stavu.

🕮 ***Řešení:***

Využijeme výsledku př. 4.3. Na výstupu PP mohou být pouze spektrální složky z intervalu 8,5kHz až 9,5kHz:

$$u_{PP}(t) = U_1U_2 \cos\left[\left(\Omega_1 - \Omega_2\right)t\right] = \cos\left[\left(\Omega_1 - \Omega_2\right)t\right]\ [\text{V}].$$

Na vstupu systému působí dva harmonické signály o kmitočtech 1kHz a 10kHz, z výstupu odebíráme harmonický signál o rozdílovém kmitočtu 9kHz. Takovému zařízení se říká **směšovač**.

■

Příklad 4.5: *Důsledky filtrace signálu z Př. 4.3 pásmovou propustí*

Na výstup systému z př. 4.3 zapojíme pásmovou propust naladěnou na 10kHz s šířkou pásma 2,2kHz. Zapište časový průběh výstupního signálu pásmové propusti v ustáleném stavu.

☑ ***Řešení*:**

Využijeme výsledku př. 4.3. Na výstupu PP mohou být pouze spektrální složky z intervalu od 8,9kHz do 11,1kHz:

$$u_{PP}(t) = U_1 U_2 \cos\left[\left(\Omega_1 + \Omega_2\right)t\right] + U_1 U_2 \cos\left[\left(\Omega_1 - \Omega_2\right)t\right] = \cos\left[\left(\Omega_1 + \Omega_2\right)t\right] + \cos\left[\left(\Omega_1 - \Omega_2\right)t\right][\mathrm{V}].$$

Na vstupu systému působí dva harmonické signály o kmitočtech 1kHz a 10kHz, z výstupu odebíráme součet dvou harmonických signálů o součtovém a rozdílovém kmitočtu 11kHz a 9kHz. Na výstupu je tedy amplitudově modulovaný signál s potlačenou nosnou na kmitočtu 10kHz a dvěma postranními pásmy. Zařízení představuje **AM modulátor** DSB-SC, signál u_1 je nosná, signál u_2 je modulační signál.

■

Shrnutí a zobecnění:

- *Obvod pracující v nelineárním režimu je zdrojem nelineárního zkreslení zpracovávaného signálu. V časové oblasti to znamená deformaci jeho tvaru, v kmitočtové oblasti obohacení jeho spektra o složky, které nejsou ve vstupním signálu přítomny.*
- *Je-li vstupním signálem harmonický signál, pak hovoříme o harmonickém zkreslení a ohodnocujeme jej faktorem THD podle rovnice* (4.1).
- *Je-li vstupním signálem signál složený z více harmonických složek, pak projevem nelineárního zkreslení je vznik tzv. kombinačních složek, které mohou být zdrojem různých intermodulačních zkreslení.*
- *Je řada aplikací, kdy nelineární zkreslení je nežádoucí jev (zesilovače, přenosové soustavy..) a je třeba proti němu provádět opatření. Na druhou stranu řada elektronických zařízení je založena na využití jevu obohacení spektra s následnou kmitočtovou filtrací (násobiče kmitočtu, usměrňovače, směšovače, modulátory, demodulátory,..).*

4.3 LINEARIZOVANÝ MODEL OBVODU

Cíle kapitoly:

- Objasnění postupu, jak získat linearizovaný model nelineárního obvodu s malosignálovým buzením.
- Vysvětlení významu linearizovaných střídavých parametrů nelineárních součástek.
- Popis náhradního schématu obvodu pro střídavý signál a možností jeho zjednodušování tak, aby bylo použitelné pro „ruční“ výpočty.
- Vysvětlení pojmů „pásmo středních kmitočtů“ a „obvody prakticky lineární“.

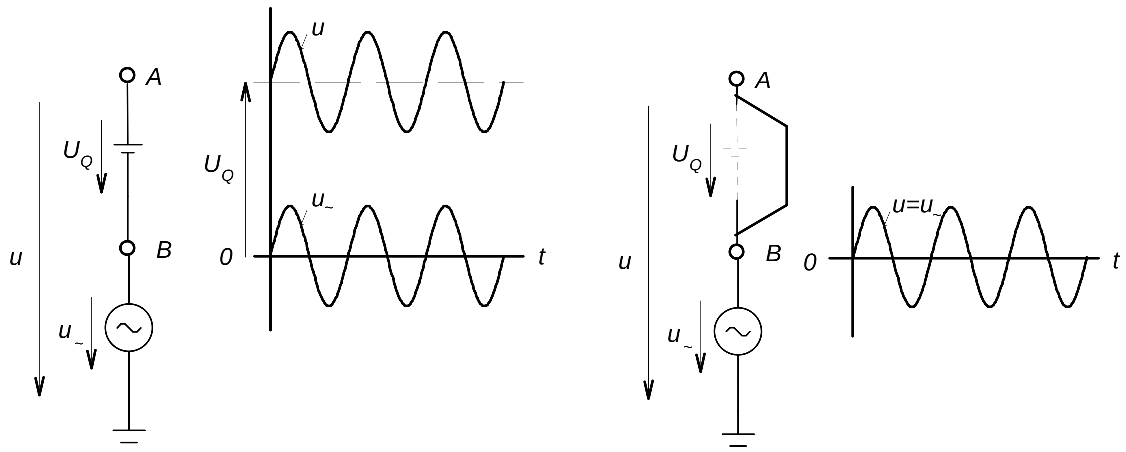
4.3.1 Linearizovaný model obvodu

Z příkladu tranzistorového zesilovače s modelem na obr. 4.5a) a příslušných časových průběhů na obr. 4.5b) je zřejmé, že v linearizovaném režimu činnosti, působí-li na vstup zařízení harmonický signál, vykazují všechna napětí a proudy v obvodu stejnosměrnou složku, danou souřadnicemi klidového pracovního bodu, a střídavou – harmonickou složku. Uživatele zajímají především střídavé složky, tj. změny kolem klidového pracovního bodu, neboť to jsou signály, které většinou na výstupu využíváme, např. u zesilovače k přeměně na akustický výkon prostřednictvím reproduktoru. Porovnáním střídavých složek výstupního a vstupního napětí získáme velikost zesílení, podíl střídavých složek vstupního napětí a proudu udává vstupní impedanci, apod.

Zajímáme-li se především o střídavé veličiny v obvodu a stejnosměrné hodnoty, tj. jednou pevně nastavené souřadnice klidového pracovního bodu, jdou mimo naši pozornost, můžeme si dovolit určité zjednodušení obvodového modelu.

Podívejme se na obr. 4.10. V levé části je modelována skutečnost, že napětí uzlu A proti zemi je obecně dáno stejnosměrnou složkou U_Q (souřadnicí pracovního bodu) a střídavou složkou $u_{\sim}$:

$$u = u_{\sim} + U_Q \,.$$



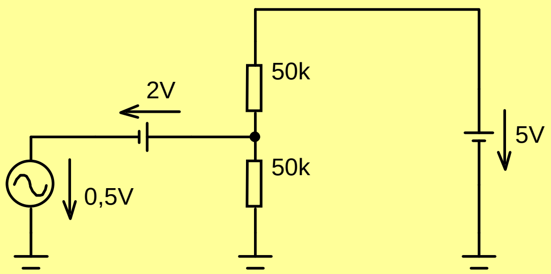
Obr. 4.10: Zjednodušení obvodu neuvažováním stejnosměrných složek signálů.

Nezajímají-li nás stejnosměrná posunutí, nahradíme zdroje U_Q zkratem. Zdůrazněme, že se jedná pouze o zkrat modelový, nikoliv faktický. Toto je třeba provést se všemi větvemi v obvodu. Uvědomíme-li si, že jediným zdrojem – příčinou stejnosměrných posunutí, je stejnosměrný napájecí zdroj, postačí nahradit tento zdroj zkratem.

Obr. 4.14 ilustruje na příkladu zesilovače z obr. 4.1 b) praktický postup převodu schématu obvodu na linearizovaný model - náhradní schéma pro přenos střídavého signálu. Nejprve je zdroj stejnosměrného napětí nahrazen zkratem (obr. a). Tím dojde k zjednodušení obvodu, který lze překreslit do formy na obr. b). Jestliže je kmitočet signálu takový, že akumulační prvky – v našem případě kapacitory C_1 a C_2, mají zanedbatelnou reaktanci, pak úbytek střídavého signálu na nich je zanedbatelný a tyto prvky je možno rovněž nahradit zkratem (obr. c). V posledním kroku je jediný nelineární prvek v obvodu – tranzistor – nahrazen jeho linearizovaným modelem (vysvětlení bude následovat). Získáme tak náhradní schéma na obr. d), jehož analýzou lze určit všechny střídavé parametry zesilovače, zejména napěťové zesílení $u_{out\sim}/u_{in\sim}$, vstupní odpor $u_{in\sim}/i_{in\sim}$ a výstupní odpor $u_{out\sim}/i_{out\sim}$.

Příklad 4.6: *Určení stejnosměrných a střídavých poměrů v obvodu*

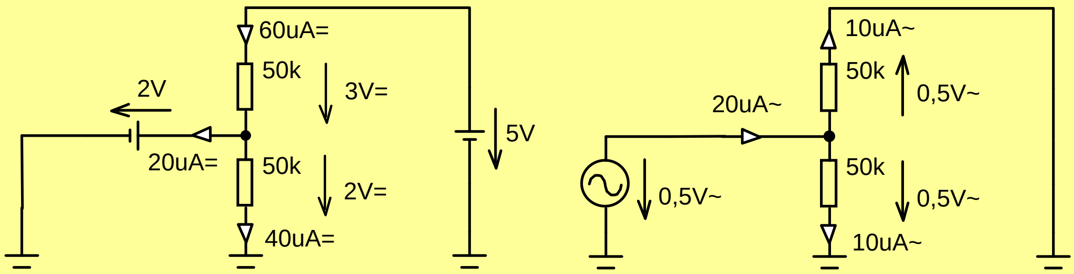
V obvodu na obr. 3.11 zjistěte stejnosměrná a střídavá napětí a proudy pro všechny rezistory a zdroje.



Obr. 4.11: Obvod s dvojicí stejnosměrných a jedním střídavým zdrojem napětí.

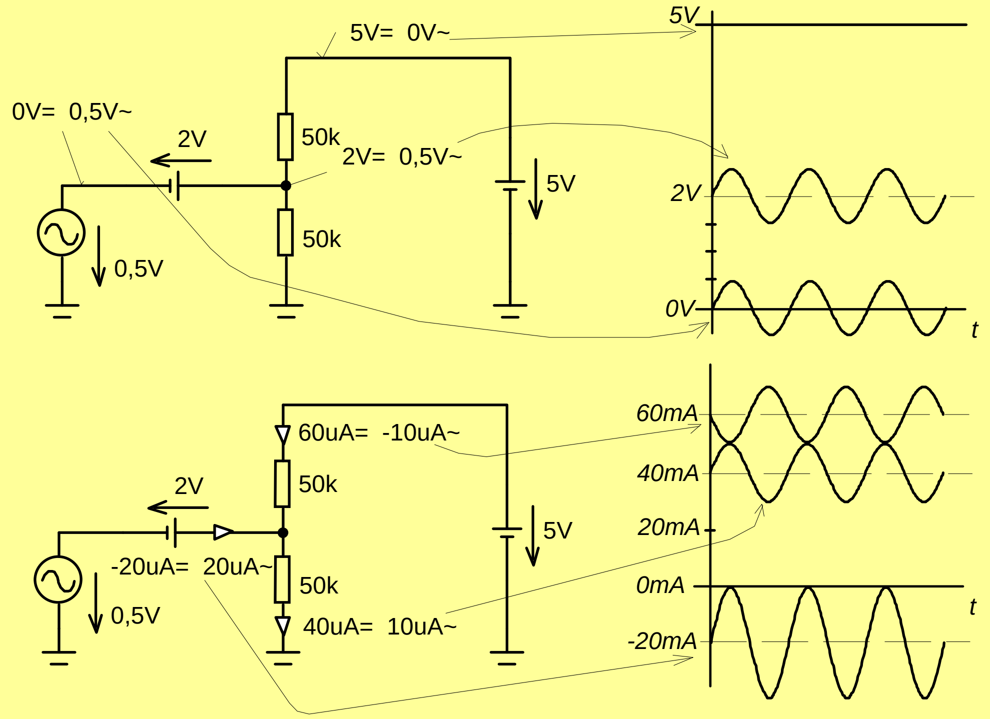
☑ ***Řešení*:**

V souladu s principem superpozice řešme odděleně napětí a proudy při působení jen stejnosměrných zdrojů (obr. 4.12 a) a pak při působení jen střídavého zdroje (obr. 4.12 b). Získaná stejnosměrná a střídavá řešení pak sečteme (obr. 4.13). Z obrázku například vyplývá, že vzhledem k střídavému zdroji obvod vykazuje střídavý vstupní odpor 0,5V/20mA = 25kΩ. To souhlasí s obr. 4.12b), podle kterého je tento odpor tvořen paralelní kombinací dvou odporů 50kΩ.



a) b)

Obr. 4.12: Řešení stejnosměrných (a) a střídavých (b) poměrů v obvodu z obr. 4.11.



Obr. 4.13: Úplné řešení obvodu z obr. 4.11, souvislost mezi stejnosměrným a střídavým řešením.

■

4.3.2 Linearizovaný odporový model nelineárního prvku

Tento model lze získat linearizací stejnosměrných nelineárních charakteristik nelineárního prvku v okolí stejnosměrného pracovního bodu. Modelu je pak možné využít k analýze střídavých signálů, pracuje-li obvod v linearizovaném režimu, jestliže kmitočet signálu je takový, že je možné zanedbat vliv reaktančních prvků v obvodu (například parazitní mezielektrodové kapacity tranzistoru). Jestliže vliv těchto prvků není možné zanedbat, pak je třeba doplnit odporový model o příslušné reaktanční prvky.

Uvažujme opět tranzistor z obr. 4.1a) a jeho statické charakteristiky z obr. 4.2. Napěťové a proudové poměry v tranzistoru lze popsat soustavou nezávislých napětí a proudů

U_{BE}, U_{CE}, I_B, I_C.

Ostatní veličiny z obr. 4.1a), totiž U_{BC} a I_E, lze dopočítat z výše uvedených.

Závislosti mezi uvedenými veličinami jsou obecně nelineární. Některé z nich jsou graficky vyjádřeny na obr. 4.2. Z tohoto obrázku vyplývá, že existuje nelineární závislost mezi proudem kolektoru a napětím kolektor-emitor, tj. veličinami v kolektorovém okruhu. Proud kolektoru však bude současně ovlivňován i poměry v bázovém okruhu, tj. proudem báze, resp. napětím báze-emitor. Podobně proud báze bude závislý na napětí báze-emitor a zpětně bude ovlivňován i napětím kolektor-emitor, resp. proudem kolektoru. Tyto závislosti lze popsat soustavou dvou nelineárních rovnic:

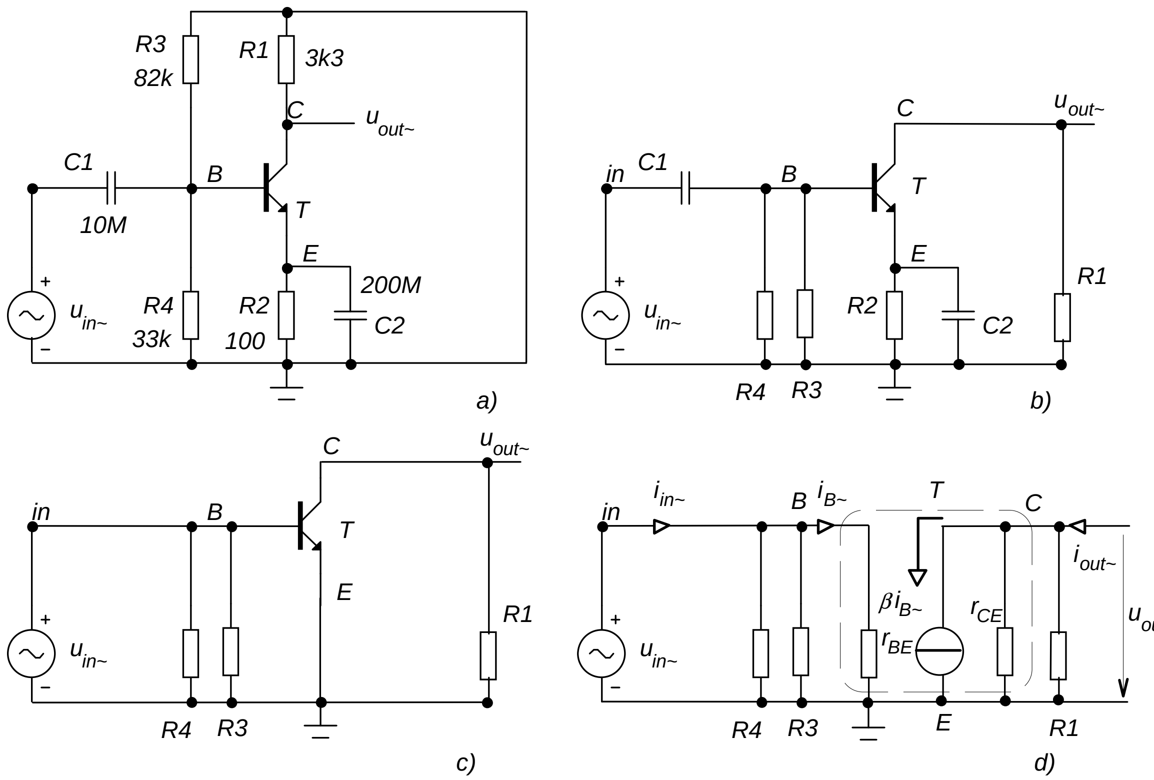
$$I_C = I_C(U_{CE}, I_B) \tag{4.3}$$

$$I_B = I_B(U_{BE}, U_{CE}) \tag{4.4}$$

Představme si, že se nacházíme v stejnosměrném pracovním bodu Q. Pak

$$I_{CQ} = I_C(U_{CEQ}, I_{BQ}) , \tag{4.5}$$

$$I_{BQ} = I_B(U_{BEQ}, U_{CEQ}) . \tag{4.6}$$



Obr. 4.14: Postupné zjednodušování modelu zesilovače pro přenos „slabého“ střídavého signálu. a) Náhrada stejnosměrného zdroje napětí zkratem, b) překreslení schématu z obr. a) do jednodušší formy, c) zanedbání relativně malých reaktancí kondenzátorů – jejich náhrada zkratem, d) náhrada tranzistoru jeho linearizovaným nízkofrekvenčním modelem.

Sledujme, co se stane s kolektorovým proudem, jestliže se „nepatrně“ změní napětí U_{CE} a proud I_B o diferenciály dU_{CE} a dI_B, a s proudem báze při podobné změně napětí U_{BE} a napětí U_{CE} o diferenciály dU_{BE} a dU_{CE}. Diferencováním rovnic (4.3) a (4.4) v pracovním bodu Q dostáváme:

$$dI_C = \left.\frac{\partial I_C}{\partial U_{CE}}\right|_Q dU_{CE} + \left.\frac{\partial I_C}{\partial I_B}\right|_Q dI_B , \tag{4.7}$$

$$dI_B = \left.\frac{\partial I_B}{\partial U_{BE}}\right|_Q dU_{BE} + \left.\frac{\partial I_B}{\partial U_{CE}}\right|_Q dU_{CE} . \tag{4.8}$$

Chápeme-li změny souřadnic stejnosměrného pracovního bodu jako projev střídavých složek obvodových veličin, můžeme diferenciály nahradit těmito složkami a psát rovnice (4.7) a (4.8) ve tvaru

$$i_{C\sim} = \frac{1}{r_{CE}} u_{CE\sim} + \beta\, i_{B\sim}\,, \tag{4.9}$$

$$i_{B\sim} = \frac{1}{r_{BE}} u_{BE\sim} + g_{BC} u_{CE\sim}\,, \tag{4.10}$$

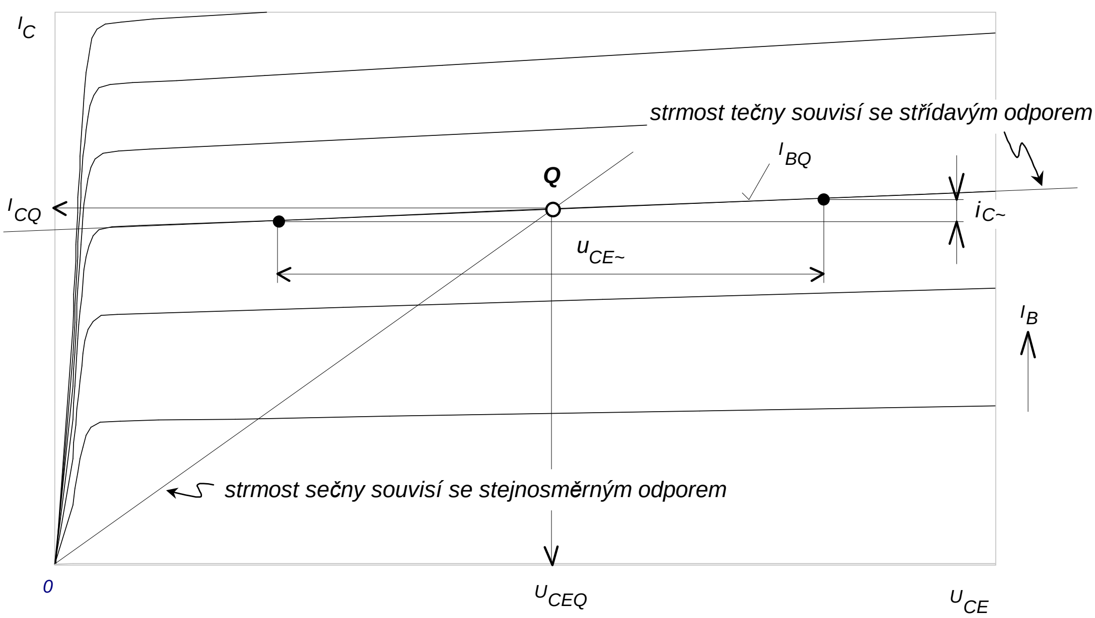
kde

$r_{CE} = \left.\dfrac{u_{CE\sim}}{i_{C\sim}}\right|_{i_{B\sim}=0}$ … střídavý odpor kolektor-emitor při nepůsobení střídavé složky bázového proudu,

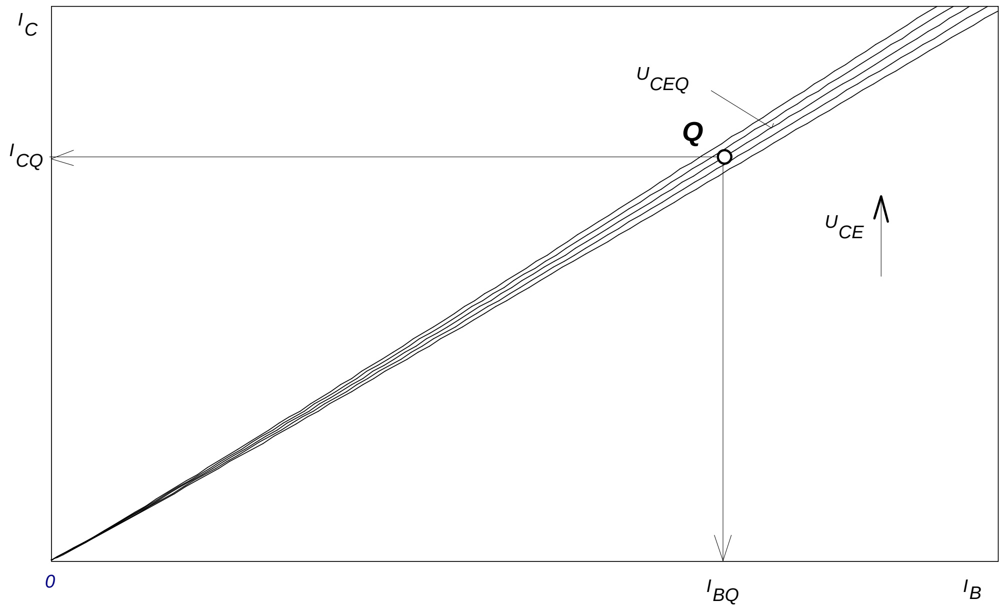
$\beta = \left.\dfrac{i_{C\sim}}{i_{B\sim}}\right|_{u_{CE\sim}=0}$ … střídavý proudový zesilovací činitel při nepůsobení střídavé složky napětí kolektor-emitor,

$r_{BE} = \left.\dfrac{u_{BE\sim}}{i_{BE\sim}}\right|_{u_{CE\sim}=0}$ … střídavý odpor kolektor-emitor při nepůsobení střídavé složky bázového proudu,

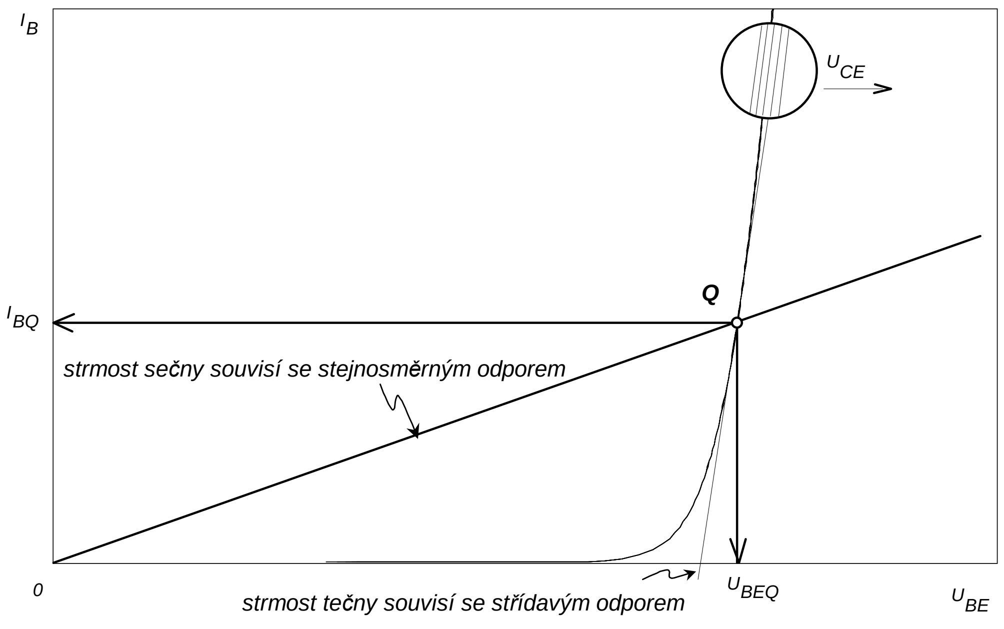
$g_{BC} = \left.\dfrac{i_{B\sim}}{u_{CE\sim}}\right|_{u_{BE\sim}=0}$ … zpětná přenosová vodivost z kolektorového do bázového okruhu při nepůsobení střídavé složky napětí báze-emitor.



Obr. 4.15: Výstupní charakteristiky tranzistoru $I_C = I_C(U_{CE})$, I_B = konst. V pracovním bodu je definován stejnosměrný (statický) výstupní odpor tranzistoru $R_{CE} = U_{CEQ}/I_{CQ}$ a střídavý (diferenciální) odpor $r_{CE} = u_{CE\sim}/i_{C\sim}$. Odpory mají odlišný fyzikální význam a podstatně se liší v hodnotách. Velikost stejnosměrného odporu souvisí se strmostí přímky procházející bodem Q a počátkem souřadnic, zatímco velikost střídavého odporu souvisí se strmostí tečny příslušné výstupní charakteristiky v bodu Q.



Obr. 4.16. Převodní charakteristiky tranzistoru $I_C = I_C(I_B)$, U_{CE} = konst. V pracovním bodu je definován stejnosměrný (statický) proudový zesilovací činitel tranzistoru $B = I_{CQ}/I_{BQ}$, a střídavý (diferenciální) proudový zesilovací činitel $\beta = i_{C\sim}/i_{B\sim}$. Veličiny mají odlišný fyzikální význam, avšak jejich hodnoty jsou prakticky stejné v důsledku dobré linearity převodních charakteristik.



Obr. 4.17: Vstupní charakteristiky přechodu báze-emitor tranzistoru $I_B = I_B(U_{BE})$, U_{CE} = konst. V širokém rozsahu napětí kolektor-emitor jsou charakteristiky na tomto napětí prakticky nezávislé. Z toho vyplývá zanedbatelná velikost parametru $g_{BC} = i_{B\sim}/u_{CE\sim}$, $u_{BE\sim} = 0$. Střídavý vstupní odpor r_{BE} souvisí se strmostí tečny k charakteristice v pracovním bodu Q.

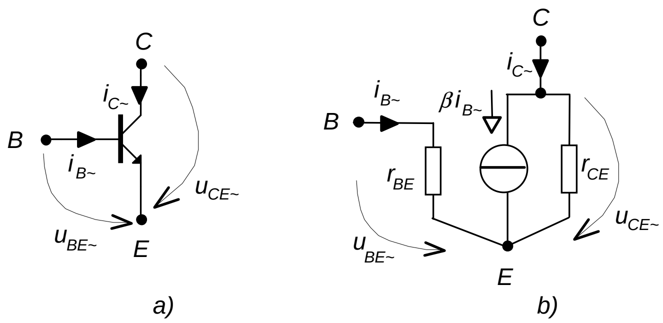
Tyto parametry představují strmosti nelineárních charakteristik tranzistoru v daném pracovním bodu v příslušných směrech. Jejich velikosti jsou pochopitelně závislé na typu použitého tranzistoru a na volbě pracovního bodu. K vytvoření hrubé představy o řádových hodnotách uvádíme „typické“ hodnoty pro křemíkový tranzistor:

$$r_{CE} \approx 100\mathrm{k}\Omega,\ \beta \approx 100,\ r_{BE} \approx 5\mathrm{k}\Omega,\ g_{BC} \approx 0. \tag{4.11}$$

Poslední údaj hovoří o tom, že při jednoduchých praktických výpočtech obvykle můžeme zanedbat zpětný vliv napětí kolektor – emitor na proud báze.

Fyzikální význam daných parametrů je ilustrován na obr. 4.15 až 4.17. V obrázcích je vždy zdůrazněn rozdíl mezi stejnosměrným a střídavým parametrem včetně příslušné geometrické interpretace. Výstupní odpor r_{CE} vychází relativně vysoký díky tomu, že výstupní charakteristiky tranzistoru vykazují v oblasti napětí kolektor-emitor větších než asi 1V poměrně malou strmost (obr. 4.15). Z obr. 4.16 zase vyplývá, že pro relativně malé proudy báze je proud kolektoru prakticky přímo úměrný proudu báze, sklon příslušných přímek závisí na napětí kolektor-emitor. V této oblasti tedy mají stejnosměrný a střídavý proudový zesilovací činitel prakticky stejné hodnoty. Obr. 4.17 zase ilustruje, že ampérvoltové charakteristiky přechodu báze-emitor tranzistoru závisejí velmi málo na napětí kolektor-emitor, takže v prvním přiblížení je možno zanedbat vodivost g_{BC}, která reprezentuje zpětný vliv kolektorového obvodu na obvod bázový.

Rovnice 4.9 a 4.10 můžeme při zanedbání parametru g_{BC} využít k tvorbě linearizovaného modelu tranzistoru na obr. 4.18 b).



Obr. 4.18: Zjednodušený linearizovaný model tranzistoru vyhovující rovnicím 4.9 a 4.10 za předpokladu $g_{BC} = 0$.

Rovnice 4.10 – vztah mezi napětím báze-emitor a proudem báze - je reprezentována odporem r_{BE} mezi bází a emitorem. Rovnice 3.9 ukazuje, že kolektorový proud se skládá ze dvou částí. První člen reprezentuje proud tekoucí výstupním odporem r_{CE}, na němž je napětí kolektor-emitor. Druhý člen je proud báze zesílený parametrem β. Tato rovnice je tedy modelována paralelním uspořádáním odporu r_{CE} a zdroje proudu, jehož velikost je řízena proudem báze. Uvedený model byl použit v obr. 4.14 d) jako součást linearizovaného modelu tranzistorového zesilovače.

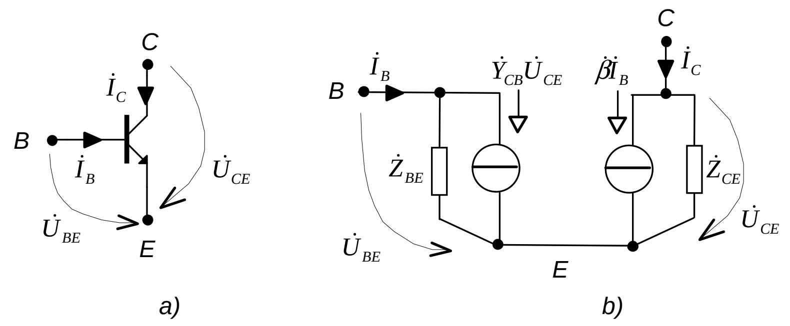
4.3.3 Linearizovaný kmitočtově závislý model nelineárního prvku

Výše uvedený linearizovaný model nelineárního prvku byl odvozen linearizací stejnosměrných nelineárních charakteristik v okolí stejnosměrného pracovního bodu. Model tedy nezahrnuje vliv reaktančních prvků – parazitních kapacit a indukčností. Tento vliv je většinou nevýznamný v nízkofrekvenčním „audio“ pásmu. Na druhou stranu jej nelze zanedbat při modelování tranzistorů ve vysokofrekvenčních aplikacích. Pak je nutné původní odporový model doplnit o reaktanční prvky. Je třeba si uvědomit, že tyto prvky bývají rovněž nelineární, takže hodnoty příslušných kapacit a indukčností je nutné opět získat linearizací v okolí stejnosměrného pracovního bodu. Příslušné rovnice 4.9 a 4.10 se pak formálně změní: namísto reálných parametrů budou parametry komplexní (například impedance namísto odporů), střídavé signály nyní popíšeme fázory. Pak

$$\dot{I}_C = \frac{1}{\dot{Z}_{CE}}\dot{U}_{CE} + \dot{\beta}\,\dot{I}_B, \tag{4.12}$$

$$\dot{I}_B = \frac{1}{\dot{Z}_{BE}}\dot{U}_{BE} + \dot{Y}_{BC}\dot{U}_{CE}. \tag{4.13}$$

Příslušný linearizovaný kmitočtově závislý model je na obr. 4.19.



Obr. 4.19: Linearizovaný kmitočtově závislý model tranzistoru vyhovující rovnicím 4.12 a 4.13. Komplexní parametry jsou kmitočtově závislé.

4.3.4 Pásmo tzv. středních kmitočtů

Uvažujme opět zesilovač na obr. 4.14 a) a jeho náhradní schémata pro střídavý signál na obr. b) až d). Má-li zesilovaný signál relativně nízký kmitočet, pak zesílení celého obvodu bude nízké ze dvou důvodů: 1. Kapacitor C_1 spolu se vstupním odporem mezi bází a dolním společným vodičem tvoří kmitočtově závislý dělič (C-R článek), který vykazuje na nízkých kmitočtech velký útlum signálu. 2. Kapacitor C_2 reprezentuje na nízkých kmitočtech vysokou impedanci, neblokuje tedy emitorový rezistor R_2, který vyvolává zápornou zpětnou vazbu. Tato zpětná vazba výrazně snižuje zesílení stupně.

Zesilujeme-li naopak signál o relativně vysokém kmitočtu, začnou se uplatňovat mezielektrodové kapacity tranzistoru (na obr. 4.14 nejsou vyznačeny). Uvažujeme-li např. kapacitu mezi kolektorem a emitorem C_{CE}, která činí kolem několika pikofaradů, bude tato kapacita na kmitočtech řádově 100MHz „zkratovávat“ přechod kolektor-emitor reaktancí řádově stovky ohmů a tím snižovat zesílení. Zjednodušený model na obr. 4.14 d) neobsahuje žádnou reaktanci: pracovní kapacity C_1 a C_2 jsou nahrazeny zkraty – předpokládá se, že kmitočet signálu není příliš malý (větší než desítky Hz). Parazitní kapacity tranzistoru jsou vynechány, tj. nahrazeny rozpojeními – předpokládá se, že kmitočet není extrémně velký (menší než jednotky MHz). V tomto kmitočtovém pásmu, tzv. **pásmu středních kmitočtů**, kdy je možno obvod modelovat čistě odporovým náhradním zapojením, obvod pracuje podle předpokladů návrháře. Zesílení je v tomto kmitočtovém pásmu nezávislé na kmitočtu. Lze jej odhadnout analýzou modelu na obr. 4.14 d):

$$u_{out\sim} = -\beta\, i_{B\sim}(r_{CE}\|R_1) = -\beta\frac{u_{in\sim}}{r_{BE}}(r_{CE}\|R_1) \Rightarrow \frac{u_{out\sim}}{u_{in\sim}} = -\frac{\beta}{r_{BE}}(r_{CE}\|R_1) = -\frac{100}{5000}(100k\|3{,}3k) \approx -64$$

Záporné znaménko znamená, že zvětšuje-li se vstupní napětí, klesá napětí výstupní, neboli že zesilovač invertuje signál (otáčí fázi o 180°). Mohli jsme se o tom přesvědčit z obrázků 4.5 a 4.6.

Je třeba poznamenat, že pásmo středních kmitočtů je typické právě pro nízkofrekvenční zesilovače, ovšem existuje řada zařízení, u nichž uvedené pásmo nemá smysl definovat. Pracovní režim takových zařízení přímo využívá působení vnitřních reaktancí, které pak není možné zanedbávat. Typickým příkladem jsou rezonanční obvody.

4.3.5 Obvody „prakticky lineární“

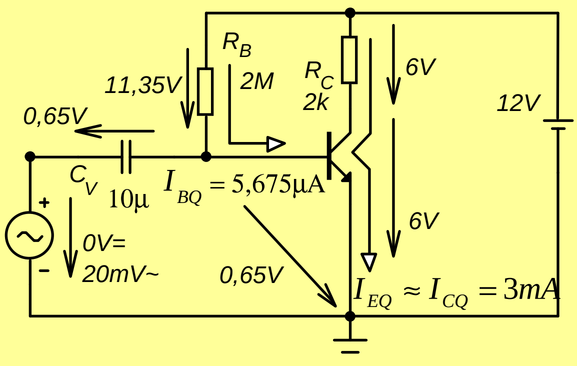
Jedná se o obvody, které vykazují lineární chování pro relativně široký rozsah budicích signálů. Typickým příkladem jsou pasivní kmitočtové filtry, složené z dvojpólů typu R, C a L. Kritickým prvkem z hlediska linearity zde bývají induktory. Dalším příkladem jsou obvody složené z integrovaných obvodů, kde linearita je zajištěna vnitřním provedením obvodu. U těchto aplikací se uživatel většinou nemusí zabývat nastavováním stejnosměrného pracovního bodu: u lineárních pasivních obvodů to není principiálně nutné, v případě integrovaných bloků bývá pracovní bod již optimálně nastaven ve vnitřní struktuře. Vždy je však třeba mít na paměti, že i tyto obvody se začnou chovat jako nelineární, dojde-li k překročení rozsahu budicích signálů mimo povolený interval.

Příklad 4.7: *Analýza střídavých poměrů v tranzistorovém zesilovači*

Na obr. 4.20 jsou uvedeny stejnosměrné poměry v tranzistorovém zesilovači. Tranzistor má v daném pracovním bodě tyto linearizované parametry:

$$r_{BE}=5\text{k}\Omega,\ r_{CE}=100\text{k}\Omega,\ ß=500.$$

Analýzou nalezněte střídavá napětí a proudy v obvodu, je-li na vstupu zesilovače střídavé napětí 20mV o kmitočtu z pásma středních kmitočtů (kolem 10kHz). Zjistěte střídavé zesílení a vstupní odpor celého zesilovače.

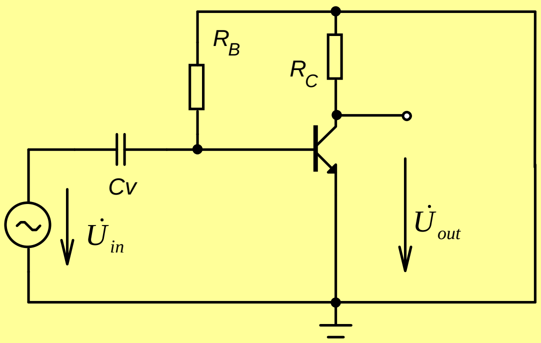


Obr. 4.20: Tranzistorový zesilovač a souřadnice jeho stejnosměrného pracovního bodu.

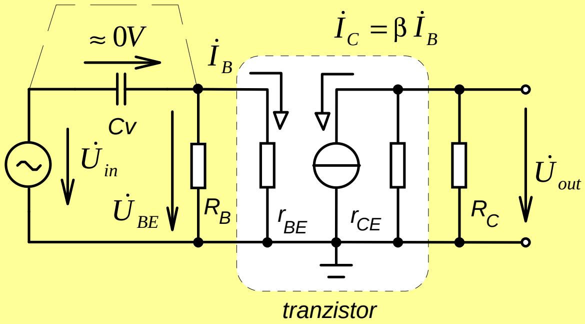
☑ ***Řešení*:**

Nejprve doporučujeme kontrolním výpočtem ověřit, zda není v hodnotách stejnosměrných napětí a proudů na obr. 4.20 žádný rozpor.

K výpočtu střídavých poměrů je třeba nakreslit náhradní schéma zesilovače pro střídavý signál, což v prvním kroku znamená nahradit napájecí baterii zkratem a v druhém kroku zanedbat střídavé napětí na vazebním kapacitoru C_V (jde o pásmo středních kmitočtů). Tranzistor je nahrazen jeho linearizovaným modelem. Výsledek je uveden na obr. 4.21b), který vznikl z obr. 4.21a) jednoduchým překreslením.



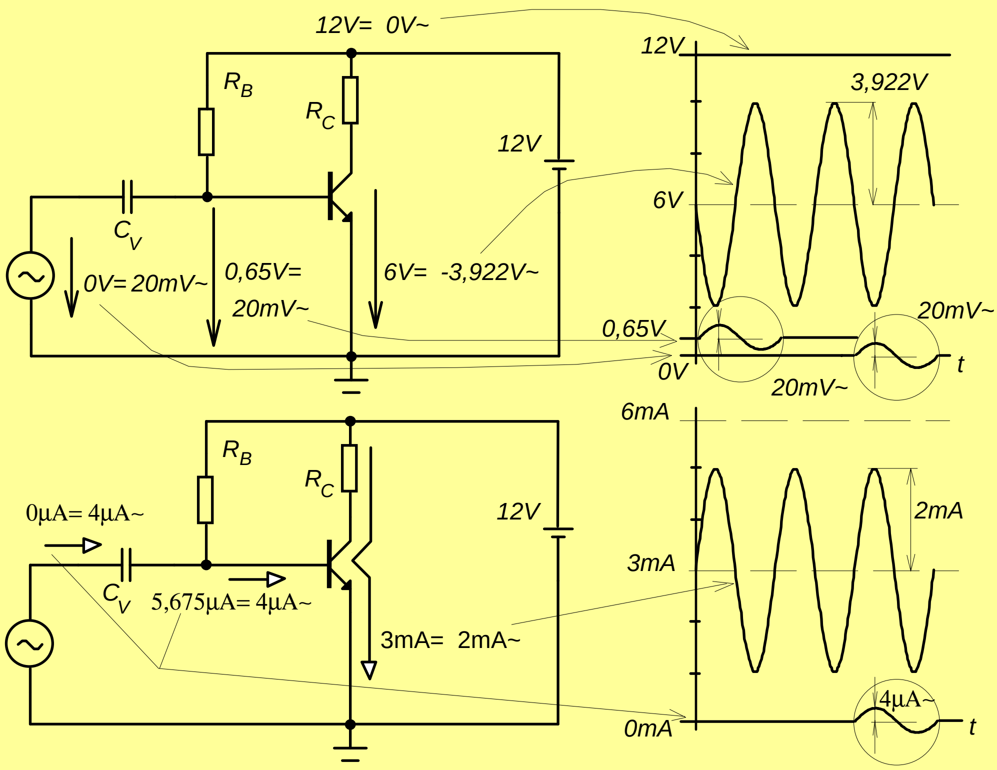
a)



b)

Obr. 4.21: a) Náhradní schéma zesilovače pro střídavý signál – náhrada napájecí baterie zkratem, b) náhrada tranzistoru linearizovaným modelem a překreslení obvodu.

Paralelní kombinace $R_B \| r_{BE}$ představuje odpor cca 4,988kΩ. Kapacitor C_V má na kmitočtu 10kHz reaktanci cca 1,59Ω. Při těchto nesouměřitelných hodnotách to znamená, že prakticky celé vstupní napětí bude rovno napětí báze-emitor, neboli že na kapacitoru bude zanedbatelný úbytek napětí. Pro další analýzu tedy lze kapacitor nahradit zkratem (jsme skutečně v pásmu středních kmitočtů).



Obr. 4.22: Úplné řešení zesilovače z obr. 4.20, souvislost mezi stejnosměrným a střídavým řešením.

Proud báze bude roven podílu napětí báze-emitor a odporu r_{BE}, neboli 20mV/5kΩ=4μA. Kolektorový proud získáme vynásobením proudu báze proudovým zesilovacím činitelem ß, což činí 2mA. Tento proud protéká „zdola nahoru“ paralelní kombinací r_{CE} a R_C, což je asi 1,961kΩ. Střídavé výstupní napětí tedy bude U_{out}= -3,922V. Tomu odpovídá střídavé zesílení -3,922V/20mV = -196.

Střídavý vstupní odpor zesilovače, jak vyplývá z obr. 4.21b), je roven odporu paralelní kombinace $R_B \| r_{BE}$, tedy asi 4,988kΩ.

Z obr. 4.22 je zřejmý fyzikální význam vypočtených hodnot střídavých napětí a proudů, které jsou nasuperponovány na klidových napětích a proudech v nastaveném stejnosměrném pracovním bodu. Záporné zesílení znamená, že výstupní napětí je oproti vstupnímu otočeno o 180 stupňů. Kolektorový proud se mění v rozmezí od 1mA do 5mA. Přitom možný rozkmit je teoreticky od 0mA (tranzistor je zavřen) po 6mA (tranzistor je zcela otevřen).

■

Shrnutí a zobecnění:

- *Pro analýzu střídavých poměrů v obvodu, který pracuje v linearizovaném režimu, je výhodné sestavit linearizovaný model obvodu pro střídavý signál.*
- *Model obvodu pro střídavý signál získáme tak, že v obvodu vyřadíme všechny stejnosměrné zdroje (tj. zdroje napětí zkratujeme a zdroje proudu rozpojíme) a všechny nelineární součástky nahradíme jejich linearizovanými modely. Při tvorbě modelů zohledníme, zda je nutné uvažovat vliv akumulačních prvků. Pokud ne, nahradíme příslušné akumulační prvky zkraty nebo rozpojeními, podle toho, zda při pracovních kmitočtech představují nízkou nebo vysokou impedanci. Získáme tak maximálně zjednodušený model pro pásmo středních kmitočtů.*

4.4 OBVOD V LINEÁRNÍM REŽIMU

Cíle kapitoly:

- Rozbor chování obvodu v lineárním režimu při buzení jedním harmonickým signálem a periodickým signálem.
- Objasnění principu modifikace spektra signálu lineárním obvodem.
- Vysvětlení pojmu lineární zkreslení a jeho příčin.
- Ukázání podmínek, za nichž lineární obvod nezkresluje signál.
- Představení lineární kmitočtové filtrace jako způsobu využití lineárního zkreslení.

4.4.1 Harmonický ustálený stav (HUS)

Je-li obvod buzen jediným harmonickým signálem, pak v případě splnění podmínek stability (viz dále) obvod přechází do periodického ustáleného stavu. Jsou-li současně splněny podmínky lineárního chování obvodu, budou všechna napětí a všechny proudy v obvodu harmonické. Opakovací kmitočet všech těchto signálů bude stejný a bude roven opakovacímu kmitočtu budicího signálu. Obvod se pak nachází v stavu, který nazýváme **harmonický ustálený stav** (**HUS**).

Pojem HUS je možné rozšířit i na nelineární obvody pracující v linearizovaném malosignálovém režimu, kdy jednotlivé harmonické signály jsou podloženy příslušnými stejnosměrnými složkami – souřadnicemi stejnosměrného pracovního bodu obvodu.

4.4.2 Periodický ustálený stav (PUS)

Jestliže zaměníme výše uvažovaný budicí zdroj harmonického signálu zdrojem signálu periodického, přechází daný obvod do periodického – obecně neharmonického ustáleného stavu. Všechna napětí a proudy v obvodu pak budou periodickými signály. Opakovací kmitočet všech těchto signálů bude stejný a bude roven opakovacímu kmitočtu budicího signálu. Obvod se nachází v **periodickém ustáleném stavu** (**PUS**). Z tohoto pohledu je HUS zvláštním případem PUS, kdy obvod je buzen periodickým signálem skládajícím se z jediné harmonické spektrální složky.

Základní jevy, které se odehrávají v obvodech v HUS a PUS, je výhodné analyzovat v kmitočtové oblasti s využitím představy, že budicí signál je popsán spektrálními čarami rozloženými na kmitočtové ose, jeho spektrum je průchodem obvodu modifikováno, a to se promítá do změny tvaru výstupního signálu. Tato metodika bude použita v následujících kapitolách.

4.4.3 Modifikace spektra signálu lineárním obvodem

Protože každý elektrický obvod je setrvačný, neboli obsahující akumulační prvky, jejichž reaktance jsou kmitočtově závislé, bude chování obvodu záviset na kmitočtu budicího signálu. Kmitočtová závislost sledované vlastnosti obvodu, například zesílení, se nazývá **kmitočtová charakteristika**. Skládá-li se budicí signál z více harmonických složek, pak kmitočtová charakteristika udává, s jakými vahami budou tyto složky pronikat na výstup obvodu, neboli jak bude modifikováno spektrum signálu po průchodu obvodem.

Protože tvar signálu je dán jak jeho amplitudovým, tak i fázovým spektrem, je třeba při modifikaci spektra uvažovat jak amplitudovou, tak i fázovou kmitočtovou charakteristiku obvodu. Oba pojmy zopakujeme na následujícím příkladu.

Příklad: Kmitočtová charakteristika RC článku typu dolní propust.

Na obr. 4.23a) je ukázka testování průchodu harmonického signálu RC článkem. Článek je buzen z generátoru harmonických kmitů, jejichž kmitočet máme možnost měnit. Celý obvod se chová jako kmitočtově závislý dělič napětí, s růstem kmitočtu se bude přenos postupně zmenšovat, tak jak bude postupně klesat reaktance kapacitoru. Výstupní signál proto bude oproti vstupnímu změněn – jeho amplituda bude obecně menší a bude patrné určité časové zpoždění výstupu v důsledku průchodu signálu článkem. Zeslabení signálu je možné vyjádřit poměrem amplitud výstupního a vstupního napětí $U_2/U_1 = \left|\dot{U}_2/\dot{U}_1\right|$, časové zpoždění zase pomocí fázového posuvu $\varphi2$-$\varphi1$ mezi výstupním a vstupním signálem, kde φ_2, resp. φ_1 je počáteční fáze výstupního, resp. vstupního signálu. Oba sledované faktory budou záviset na kmitočtu. Tyto kmitočtové závislosti jsou vyneseny na obr. 4.23 b) jako amplitudová a fázová kmitočtová charakteristika. Daný bod amplitudové charakteristiky získáme tak, že nastavíme kmitočet generátoru na požadovanou hodnotu, odečteme amplitudy výstupního a vstupního napětí a jejich poměr vyneseme na svislou osu. Bod fázové charakteristiky pak představuje fázový posuv mezi výstupním a vstupním signálem při tomto kmitočtu.

Z průběhu amplitudové kmitočtové charakteristiky vyplývá, že RC článek se chová jako dolní propust – signály o nízkých kmitočtech jsou přenášeny bez podstatného zeslabení, útlum roste pro signály o vyšších kmitočtech. Hranice mezi propustným a nepropustným pásmem je neostrá. Hraniční kmitočet se obyčejně definuje jako kmitočet, při kterém poklesne přenos o 3 decibely oproti přenosu na kmitočtu 0 Hz. Tento pokles odpovídá poklesu přenosu na hodnotu $1/\sqrt{2} \approx 0{,}707$. Z obrázku 4.23b) je zřejmé, že tento kmitočet má hodnotu 1kHz. Z teorie vyplývá, že hraniční kmitočet lze určit pomocí hodnot *R* a *C* z vzorce

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi .16.10^3.10.10^{-9}} \doteq 1kHz\,.$$

Z uvedeného je zřejmé, že při průchodu harmonického signálu lineárním obvodem dochází v ustáleném stavu k změně signálu v tom smyslu, že se obecně změní jeho amplituda i počáteční fáze. Obě tyto veličiny budou záviset na kmitočtu v souladu s danými kmitočtovými charakteristikami obvodu. Jako příklad je možné uvést průchod harmonické nosné vlny telefonním kabelem dané délky: nosná o kmitočtu 1kHz bude procházet poměrně snadno, pro kmitočet 1MHz však nebude kabel prakticky průchozí.

Příklad 4.8: *Kmitočtová charakteristika RC článku*

Odvoďte vzorec pro kmitočtovou charakteristiku RC článku z obr. 4.23. Na základě tohoto matematického popisu nakreslete v Matlabu amplitudovou a fázovou kmitočtovou charakteristiku.

☑ ***Řešení*:**

Poměr fázorů výstupního a vstupního napětí vede na výpočet komplexní kmitočtové charakteristiky:

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \begin{pmatrix} RC = \tau = 160\mu\text{s} & \text{...časová konstanta} \\ 1/\text{RC} = \omega_0 = 6{,}25\text{krad/s} & \text{...mezní kmitočet} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} e^{-jarctg\frac{\omega}{\omega_0}}\,.$$

Protože modul, resp. argument výsledku je matematický popis amplitudové, resp. fázové kmitočtové charakteristiky, dostáváme:

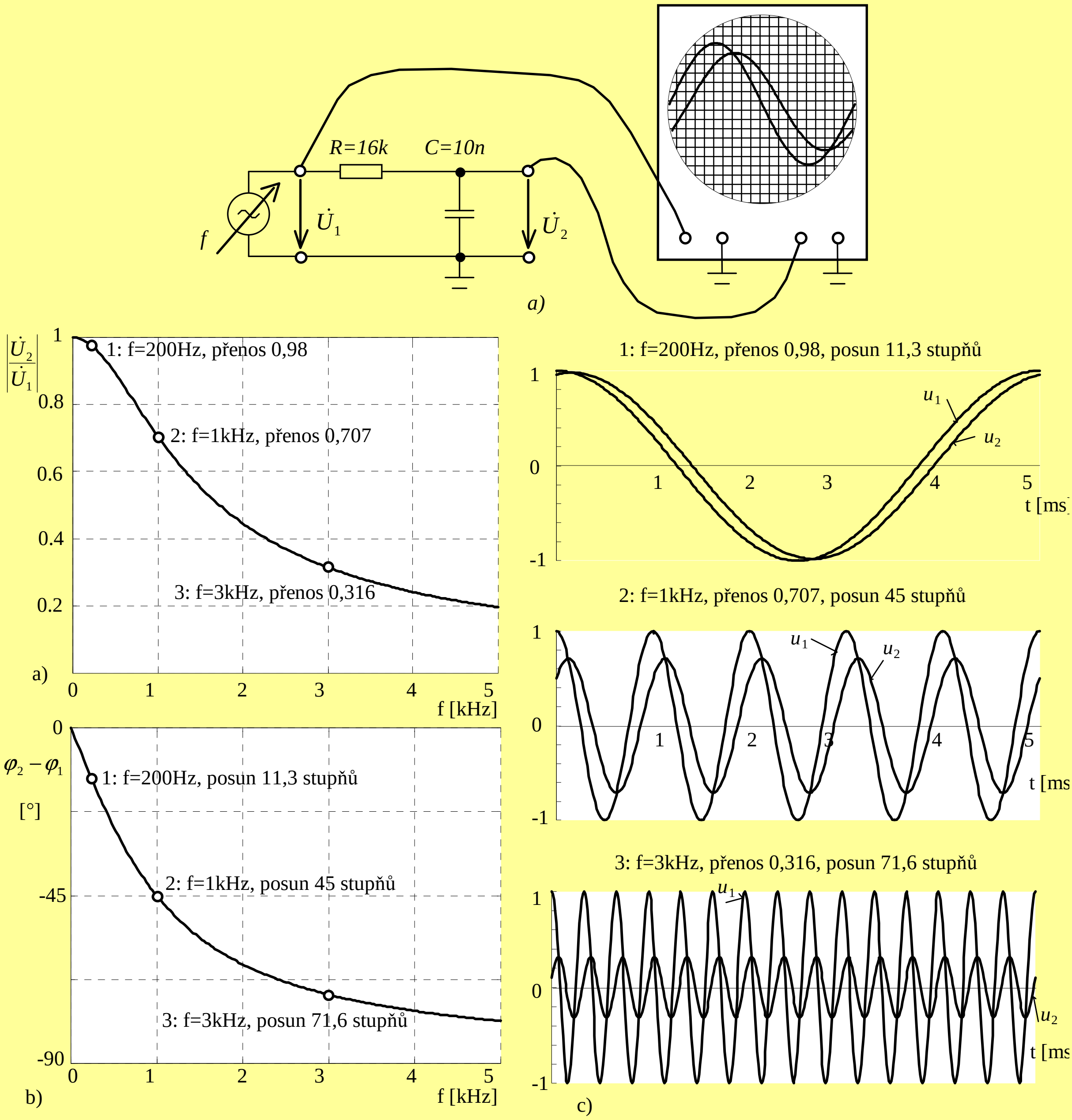
Amplitudová kmitočtová charakteristika

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\omega}{6250}\right)^2}}\,.$$

Fázová kmitočtová charakteristika

$$\varphi(\omega) = -arctg\frac{\omega}{\omega_0} = -arctg\frac{\omega}{6250}\,.$$

Ověřte si, že těmto vzorcům odpovídají grafy na obr. 4.23.



Obr. 4.23: a) Ukázka měření kmitočtové charakteristiky RC článku, b) změřená amplitudová a fázová kmitočtová charakteristika, c) časové průběhy vstupního a výstupního signálu, na základě nichž byly změřeny body 1, 2 a 3 kmitočtových charakteristik.

Příklad programu v MATLABu pro vykreslení kmitočtových charakteristik:

```
R=16000;          % zadání odporu
C=10e-9;          % zadání kapacity
om0=1/(R*C);      % výpočet mezního kmitočtu v rad/s
f0=om0/2/pi;      % přepočet mezního kmitočtu na Hz
```

```
f=0:5:5e3;            % zadání rozsahu kmitočtů a kroku výpočtu
om=2*pi*f;            % přepočet na kruhový kmitočet
k=1./(1+j.*om/om0);   % výpočet komplexní kmitočtové
                        charakteristiky
mag=abs(k);           % výpočet amplitudové kmitočtové
                        charakteristiky
plot(f,mag);          % vykreslení amplitudové kmitočtové
                        charakteristiky
% phase=angle(k);     % případný výpočet fázové kmitočtové
                        charakteristiky
% plot(f,phase);      % případné vykreslení fázové kmitočtové
                        char.
```

Poznámka: Charakteristiky lze získat i „elegantněji“ pomocí funkce **freqs** z **„SP“ Toolboxu**.

■

4.4.4 Průchod signálu lineárním obvodem

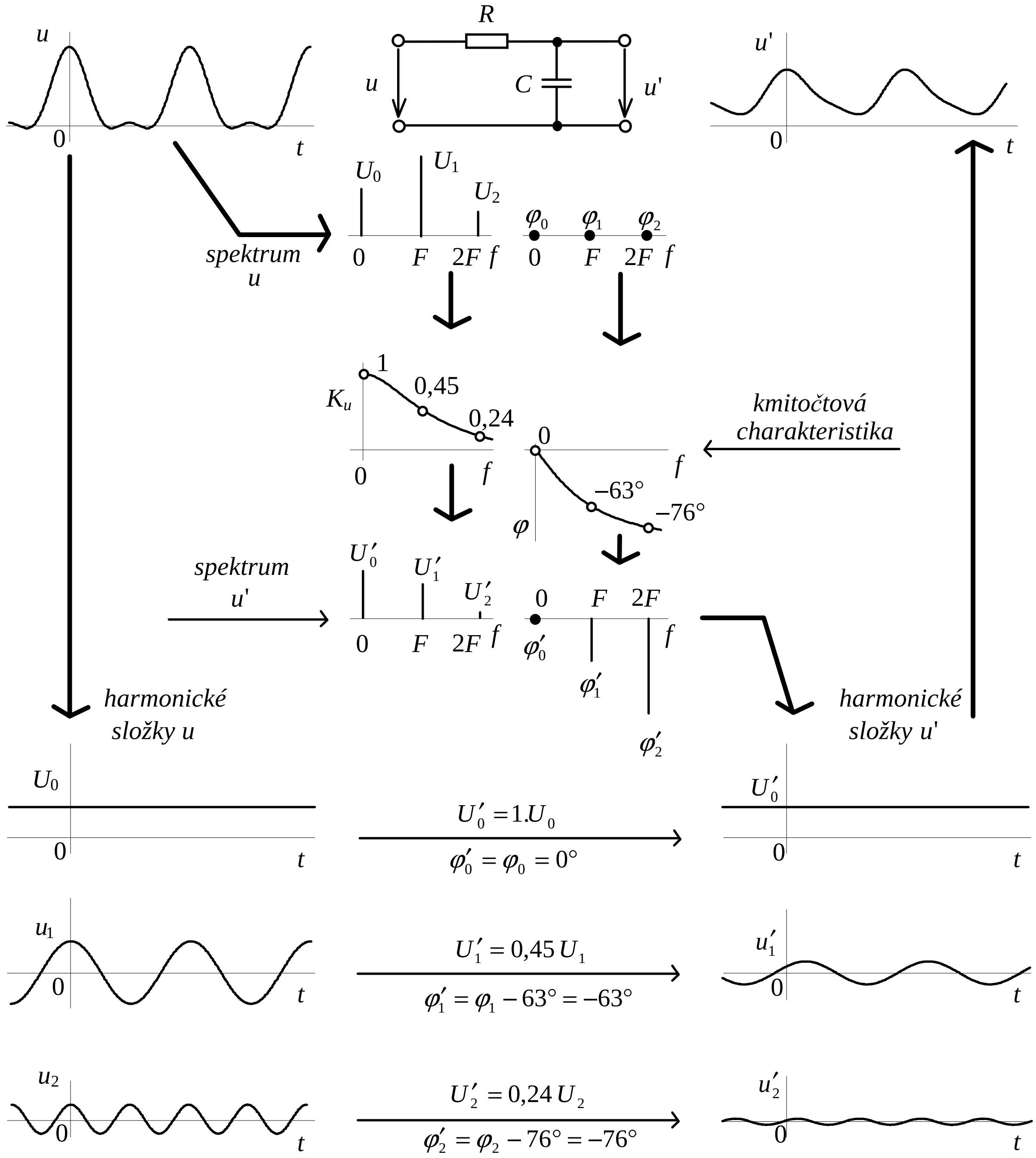
Průchod periodického signálu

Vzniká otázka průchodu obecného periodického, nikoliv harmonického signálu obvodem se známou kmitočtovou charakteristikou. Zde si pomůžeme představou, že periodický signál je složen ze stejnosměrné složky, první harmonické a vyšších harmonických složek. Je-li obvod lineární, pak můžeme k určení odezvy na tento složený signál použít princip superpozice: zjistíme průnik jednotlivých harmonických na výstup pomocí kmitočtové charakteristiky obvodu a tyto složky pak sečteme ve výsledný výstupní signál. Tento přístup je ukázán v následujícím příkladu.

Příklad: Průchod periodického signálu RC článkem typu dolní propust

Jednocestně usměrněný harmonický signál $u(t)$ má tvar kladných půlvln s opakovacím kmitočtem F = 2kHz. Tento signál je vyhlazován RC filtrem o mezním kmitočtu 1kHz z příkladu 4.8. Z obr. 4.24 je patrné, že vstupní signál je dobře popsatelný stejnosměrnou složkou, první a druhou harmonickou. To jsou spektrální složky na kmitočtech 0, 2kHz a 4kHz. Na těchto kmitočtech má RC článek přenos 1, 0,45 a 0,24 a tyto složky zpožďuje o fázové posuny 0, 63° a 76°. Po složení takto modifikovaných spektrálních složek již tvar výstupního signálu nebude odpovídat tvaru budicího signálu. Říkáme, že průchodem signálu RC článkem došlo k jeho zkreslení. Protože článek je lineární, hovoříme o **lineárním zkreslení**.

Z obr. 4.24 je dobře patrné, že míra zkreslení bude záviset na poměru mezi mezním kmitočtem článku a kmitočtem první harmonické signálu. Pokud je tento poměr mnohem větší než 1, bude zkreslení zanedbatelné, neboť pak všechny významné harmonické proniknou na výstup prakticky bez útlumu.



Obr. 4.24: Souvislosti mezi časovými průběhy vstupního a výstupního napětí, spektry těchto signálů, a amplitudovou a fázovou kmitočtovou charakteristikou RC článku.

4.4.5 Lineární zkreslení. Podmínky nezkresleného přenosu

V předchozí kapitole bylo ukázáno, že lineární zkreslení je změna tvaru signálu, vyvolaná průchodem signálu lineárním obvodem. Příčina zkreslení spočívá v tom, že obvod vykazuje různé přenosy signálu na různých kmitočtech, v důsledku čehož pronikají harmonické složky signálu na výstup s různým útlumem a různým fázovým posuvem.

V technické praxi je výstupní signál $s_2(t)$ považován za nezkreslený ve vztahu k vstupnímu signálu $s_1(t)$, platí-li

$$s_2(t) = A.s_1(t-\tau), \tag{4.14}$$

kde A je reálná konstanta různá od nuly, udávající možné zesílení, resp. zeslabení signálu, a $\tau \geq 0$ udává možné časové zpoždění signálu.

Představíme-li si periodický signál složený z harmonických složek, pak změna jeho velikosti, reprezentovaná jeho vynásobením konstantou A, vlastně znamená změnu amplitudy každé harmonické složky A krát. Zpoždění signálu o čas τ zase znamená zpozdit každou dílčí harmonickou o tento čas. Ze spektrální teorie ale víme, že zpoždění 1. harmonické o kmitočtu Ω_1 o čas τ představuje fázové zpoždění o úhel $\Omega_1 \tau$ radiánů, ale stejné zpoždění k-té harmonické o kmitočtu $k\,\Omega_1$ již představuje její fázové posunutí $k\Omega_1\tau$ radiánů.

Znamená to tedy, že ideální přenosový článek, který by zajišťoval nezkreslený přenos signálu podle vzorce (4.14), by musel mít konstantní amplitudovou kmitočtovou charakteristiku se zesílením A a lineárně klesající fázovou kmitočtovou charakteristiku, popisující nulový fázový posuv mezi výstupním a vstupním signálem pro kmitočet 0 a lineárně do záporných hodnot (tj. zpoždění výstupu oproti vstupu) klesajícím fázovým posuvem pro rostoucí kmitočet. Záporně vzatá derivace této závislosti na kmitočtu je pak konstantní a je právě rovna časovému zpoždění výstupního signálu oproti vstupnímu signálu. Nazývá se **skupinové zpoždění** (group delay, τ_g):

$$\tau_S = -\frac{d}{d\omega}\varphi(\omega)\,. \tag{4.15}$$

V praxi postačí, pokud jsou obě podmínky, tj. konstantní amplitudová a lineární fázová kmitočtová charakteristika, současně splněny pouze v kmitočtovém pásmu, v němž se nachází spektrum zpracovávaného signálu. Například u kvalitního zesilovače hudebního signálu se požadují tyto vlastnosti jeho kmitočtových charakteristik v kmitočtovém pásmu cca od 15Hz do 15kHz. Pokud například zesilovač vykazuje pokles svého nominálního zesílení od dolního mezního kmitočtu 300Hz, nikoliv 15Hz, bude to znamenat, že na jeho výstupu budou potlačeny „basy“, což je projev lineárního zkreslení.

Příklad 4.9: *Ideální přenosový článek*

Za jakých podmínek se bude chování RC článku z obr. 4.23 blížit chování ideálního přenosového článku?

☑ ***Řešení:***

Jestliže kmitočtové spektrum vstupního signálu bude rozloženo do oblasti kmitočtů

$$f \ll f_0,$$

kde f_0 je mezní kmitočet článku. Pro konkrétní článek z obr. 4.23 je tento kmitočet asi 995Hz. V této oblasti je amplitudová kmitočtová charakteristika přibližně konstantní a fázová charakteristika přibližně lineární - viz obr.4.25:

$$K \approx 1,$$

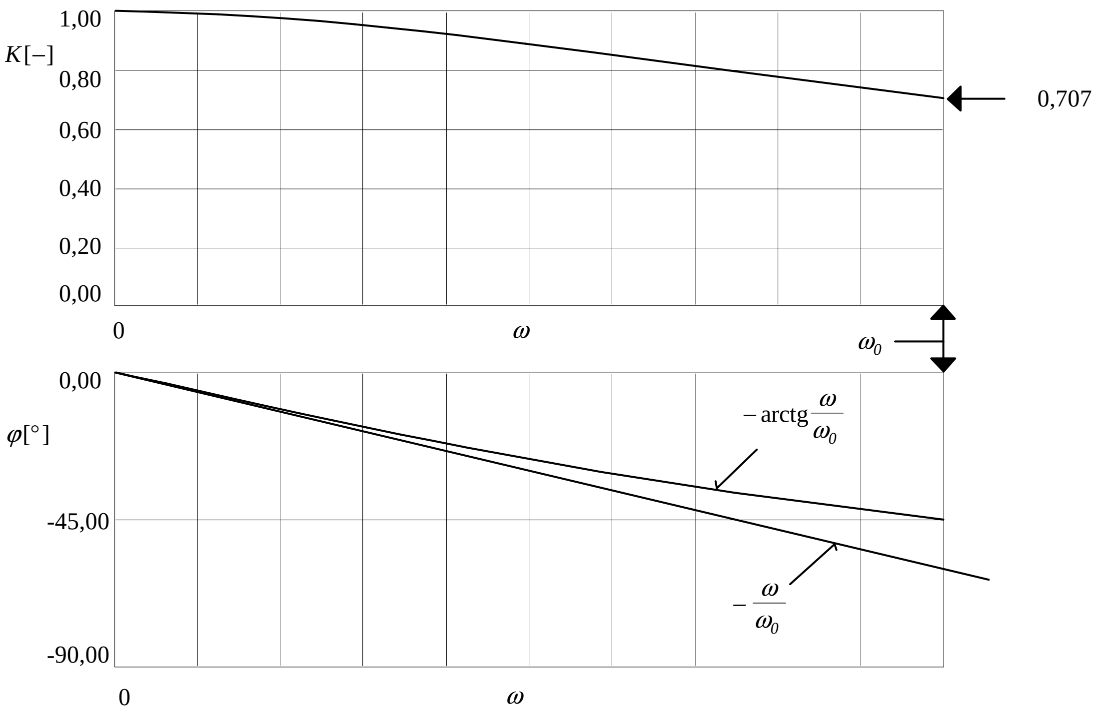
$$\varphi = -arctg\frac{\omega}{\omega_0} \approx -\frac{\omega}{\omega_0} = -\omega\tau.$$

Pak signál projde článkem prakticky beze změny tvaru, bude pouze na výstupu zpožděn oproti vstupu o posunutí

$$\Delta t = \tau_S = -\frac{d}{d\omega}\varphi(\omega) = \tau = RC = 160\mu\text{s}\,.$$

Pokud tedy RC článek představuje například zjednodušený model vedení pro přenos hudebního signálu, jehož spektrum se rozkládá v pásmu kmitočtů od 15Hz do 15kHz, pak mezní kmitočet f_0 musí být podstatně vyšší než 15kHz. Například při f_0=150kHz vychází časová konstanta asi 1µs. Hudební signál bude kabelem s danou kmitočtovou charakteristikou procházet prakticky bez zkreslení, na konci kabelu bude zpožděn asi o 1µs.

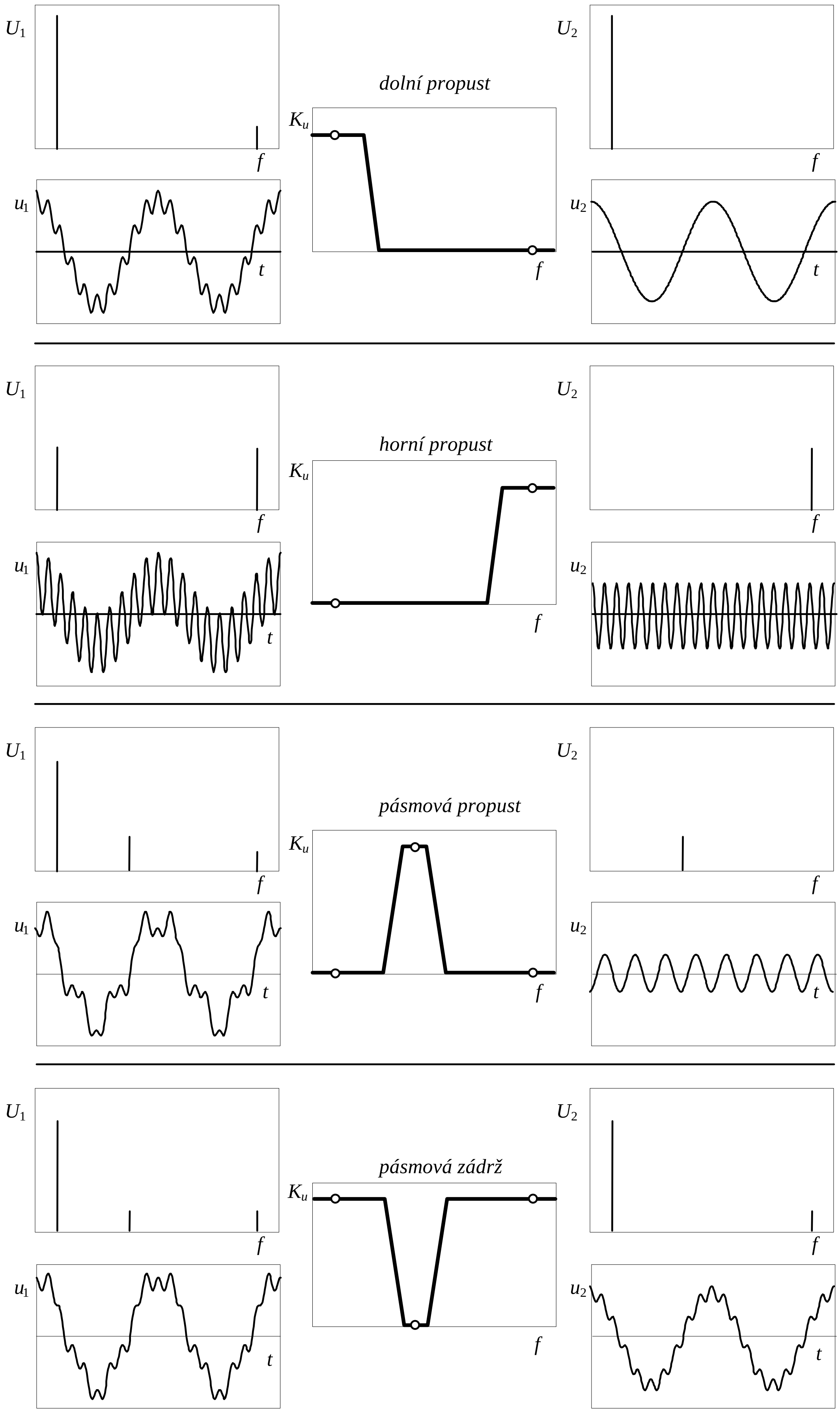
■



Obr.4.25: Detail kmitočtových charakteristik RC článku typu DP v oblasti počátku souřadnic.

4.4.6 Kmitočtová filtrace jako příklad využití lineárního zkreslení

Typickým příkladem obvodů, které využívají efektu lineárního zkreslení, jsou kmitočtové filtry. Amplitudová kmitočtová charakteristika filtru je záměrně tvarována tak, aby filtr v určitém kmitočtovém pásmu přenášel signál na výstup (propustné pásmo), a signál v určitých pásmech aby potlačoval (nepropustné pásmo). Daná pásma na sebe navazují formou přechodových pásem. Pro kvalitní filtraci je žádoucí, aby „šířka“ těchto pásem byla co nejmenší. Na obr. 4.26 jsou ukázky zpracování signálů filtry typu dolní propust (DP), horní propust (HP), pásmová propust (PP) a pásmová zádrž (PZ). Aplikační možnosti filtrů jsou velmi rozsáhlé a podrobněji o nich pojednává například publikace [14].



Obr.4.26: Demonstrace chování různých typů kmitočtových filtrů.

4.5 LINEÁRNÍ DVOJBRANY

Cíle kapitoly:

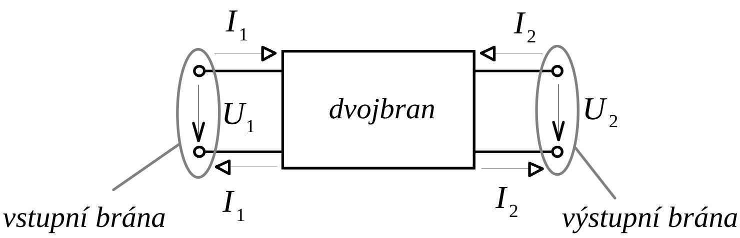
- Ukázat podstatu a výhody modelování lineárního obvodu jako dvojbranu.
- Popis několika typických skupin dvojbranů se zjednodušenými modely.
- Představení v praxi používaných matematických popisů dvojbranů a jejich vzájemných souvislostí.
- Ukázka fyzikálního významu koeficientů dvojbranu při měření naprázdno a nakrátko.
- Vysvětlení metody modelování různě vzájemně propojených dvojbranů.
- Popis tzv. behaviorálního modelování dvojbranů pomocí řízených zdrojů.
- Představení tranzistoru a operačního zesilovače jako speciálních případů dvojbranů.
- Objasnění pojmů obrazové impedance a impedanční přizpůsobení dvojbranů a jejich užitečnosti zejména při návrhu a analýze vysokofrekvenčních obvodů pro rozvod a zpracování signálů.

4.5.1 Co je to dvojbran

V praxi často pracujeme s obvody, které se chovají jako „černé skříňky“ s čtveřicí vývodů, uspořádaných do dvojice typu „vstup“ a dvojice typu „výstup“. Tyto dvojice tvoří tzv. vstupní a výstupní brány, prostřednictvím nichž obvod spolupracuje s okolím. Pokud je obvod lineární, lze na něj pohlížet jako na **lineární dvojbran**.

Jestliže nás nezajímá, co se děje uvnitř obvodu a vystačíme plně s informací o chování obvodu na jeho branách, pak je dvojbranové modelování přesně to, co potřebujeme. Výhodou dvojbranového popisu je jeho jednoduchost. Ukážeme, že bez ohledu na složitost celého obvodu je jeho dvojbranový popis redukován do čtveřice parametrů, které budou plně popisovat vztahy mezi napětími a proudy na vstupních a výstupních branách. Fakt, že například celý složitý integrovaný obvod lze modelovat čtyřmi parametry, lze tedy využít k značnému zjednodušování analýzy rozsáhlých obvodů.

Jiný pohled na věc vede k představě, že složitý obvod je vlastně různým způsobem pospojovaná množina dvojbranů, lépe řečeno podobvodů, které lze modelovat dvojbrany. Pak je vhodné znát pravidla, jakým způsobem se dají zjistit parametry výsledného dvojbranu z parametrů dvojbranů dílčích. Ukážeme, že tato pravidla jsou poměrně jednoduchá, ovšem pokud mají platit, musíme se vyhýbat „nepovoleným“ typům spojování dvojbranů – je třeba zajistit, aby všechna spojení byla tzv. **regulární**. Konkrétně to znamená, že u všech propojených dvojbranů musí platit rovnost proudů ve vstupní bráně i ve výstupní bráně (co vtéká přes bránu dovnitř dvojbranu, musí přes bránu z dvojbranu vytékat, tj. $I_1 = I_1$, $I_2 = I_2$, viz obr. 4.27).



Obr. 4.27: K definici dvojbranu, vstupní a výstupní brány a branových napětí a proudů.

Obr. 4.27 ukazuje zavedenou konvenci značení branových napětí a proudů. Všimněte si, že u obou bran je aplikována zdrojová orientace čítacích šipek, což znamená, že – na první pohled atypicky – proud výstupní brány teče horním vývodem dovnitř dvojbranu.

Pomocí lineárních dvojbranů můžeme mimo jiné modelovat:

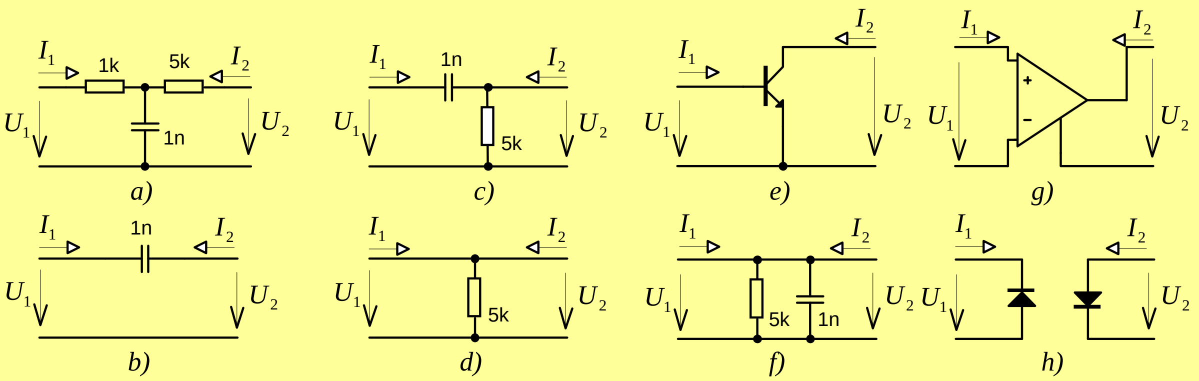
a) Pasivní lineární obvody, obsahující prvky typu R, L, C, M. Příslušné dvojbrany se nazývají **pasivní** a **neautonomní**.
b) Pasivní lineární obvody, obsahující prvky typu R, L, C, M, a nezávislé zdroje napětí a proudu. Příslušné dvojbrany se nazývají **pasivní** a **autonomní.**
c) Linearizované obvody, obsahující kromě pasivních prvků i lineární modely aktivních prvků (tranzistory, operační zesilovače apod.). V těchto modelech již nejsou uvedeny stejnosměrné zdroje napětí a proudu pro nastavování pracovních bodů. Příslušné dvojbrany jsou **aktivní** a **neautonomní**.

Praktické uplatnění mají zejména modely typu a) a c). Dále se tedy budeme věnovat zejména neautonomním pasivním a aktivním dvojbranům.

Podle vnitřní topologie se dvojbrany dělí na **podélně souměrné** a **podélně nesouměrné** a **příčně souměrné** a **příčně nesouměrné**. Větší praktický význam má podélná souměrnost: takový dvojbran nezmění své vlastnosti, pokud vzájemně zaměníme jeho vstupní a výstupní brány.

Příklad 4.10: *Klasifikace dvojbranů*

Rozhodněte, zda uvedené dvojbrany jsou pasivní nebo aktivní, autonomní či neautonomní, podélně souměrné nebo nesouměrné.



Obr. 4.28: Příklady dvojbranů.

☑ ***Řešení*:**

Všechny uvedené dvojbrany jsou neautonomní, protože neobsahují nezávislé zdroje napětí a proudu.

Dvojbrany *e)* a *g)* modelují součástky, které ke své funkci potřebují externí napájecí zdroje. Tyto zdroje zde nejsou uvedeny, protože dvojbran představuje linearizované náhradní schéma pro střídavý signál. Díky těmto „skrytým" zdrojům mohou dané dvojbrany vykazovat schopnost zesilovat signál. Činný výkon na výstupní bráně může být větší než činný výkon na vstupní bráně": Například u tranzistoru *e)* je součin amplitud vstupního napětí a proudu podstatně menší než součin amplitud napětí a proudu na výstupu. Ještě markantnější je to u operačního zesilovače, kde vstupující výkon je nulový. Jedná se o aktivní dvojbrany. Dvojbran *h)* může být náhradním modelem diodového obvodu, u něhož nejsou zakresleny stejnosměrné zdroje pro nastavení pracovního bodu. Diody představují z hlediska malosignálového pouze střídavé impedance, resp. admitance. Jde tedy o pasivní dvojbran.

Dvojbrany *b), d)* a *f)* jsou podélně souměrné, ostatní jsou podélně nesouměrné. Dvojbran *a)* by byl podélně souměrný za předpokladu rovnosti obou odporů.

■

4.5.2 Rovnice neautonomního dvojbranu

Ještě než přistoupíme k matematickému popisu dvojbranu, je vhodné uvést formální poznámku k způsobu značení obvodových veličin typu napětí a proud a parametrů obvodu typu odpor, impedance, admitance apod.

U lineárních pasivních dvojbranů, složených pouze z rezistorů, mohou být napětí a proudy na branách uvažovány v libovolné formě – stejnosměrné, střídavé, s libovolným časovým průběhem. Rovnice dvojbranu budou formálně použitelné pro všechny tyto případy. Budou v nich figurovat vodivosti, resp. odpory a další stejnosměrné parametry vnitřních prvků.
Přidáme-li lineární akumulační prvky, pak můžeme použít dvojbranové rovnice buď k výpočtům v harmonickém ustáleném stavu (napětí a proudy budou popsány fázory a akumulační prvky svými reaktancemi), nebo k různým výpočtům operátorovou metodou (napětí a proudy budou reprezentovány jejich Laplacovými obrazy a „vnitřek" obvodu operátorovým modelem). V případě linearizovaných aktivních nebo pasivních dvojbranů platí uvedené s tím rozdílem, že namísto skutečných napětí a proudů se pracuje pouze s jejich střídavými složkami.
Z výše uvedeného je zřejmé, že napětí, proudy a „vnitřní" parametry dvojbranu mohou mít různý fyzikální význam a tudíž i formálně různé zápisy podle toho, o jaký typ dvojbranu se jedná a co je cílem naší analýzy. Pro přehlednost a jednoduchost budeme dále jednotně označovat napětí a proudy dvojbranu velkými písmeny a parametry dvojbranu (impedance, admitance, bezrozměrné přenosy) malými písmeny, s tím, že v konkrétním případě pak lze přejít na konkrétní a zaužívanou formu popisu.

Vnitřní zapojení dvojbranu, tj. množina obvodových prvků, spojující vstupní a výstupní bránu, určuje, jak spolu souvisí čtveřice napětí a proudů U_1, I_1, U_2, I_2. Protože jde o lineární dvojbran, vztahy mezi napětími a proudy musí být proporcionální. Existuje 6 základních tvarů příslušných rovnic dvojbranů, které z šesti různých úhlů popisují to samé – vztahy mezi onou čtveřicí. S výjimkou určitých singulárních případů platí, že známe-li jeden typ rovnic, snadno lze z něho odvodit ostatních pět.

Impedanční rovnice – rovnice typu Z:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

Admitanční rovnice – rovnice typu Y:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

Sériově-paralelní (hybridní) rovnice – rovnice typu H:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

Paralelně-sériové (hybridní) rovnice – rovnice typu K:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

Postupné kaskádní rovnice – rovnice typu A:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

Zpětné kaskádní rovnice – rovnice typu B:

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

Příslušné čtvercové matice obsahují čtveřice parametrů dvojbranu. Dané matice se nazývají impedanční, admitanční, sériově-paralelní, paralelně- sériová, postupná kaskádní, zpětná kaskádní, a značí se **Z**, **Y**, **H**, **K**, **A**, **B**.

Všimněte si, že kaskádní parametry dvojbranu jsou definovány při uvažování změny znaménka u výstupního proudu. Praktický důvod se dozvíme v následující části, věnované spojování dvojbranů.

Pohledem na rovnice (4.16)-(4.21) zjistíme, že v dvojicích (4.16)-(4.17), (4.18)-(4.19), (4.20)-(4.21) jsou vždy zaměněny vektory na levých a pravých stranách. Z toho vyplývá, že například rovnice typu Y lze získat z rovnic typu Z inverzí matice **Z** na matici **Y** apod. Platí tedy:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1},\ \mathbf{K} = \mathbf{H}^{-1},\ \mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1} \tag{4.22}$$

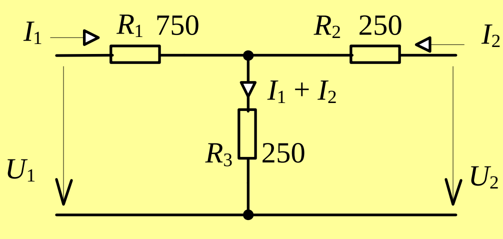
Pomocí jednoduchých úprav je možný i vzájemný přepočet mezi ostatními typy parametrů. Všechny přepočty jsou souhrnně uvedeny v Tab. 4.1.

Tab. 4.1: Vzájemné přepočty dvojbranových parametrů. Symbol Δ značí determinant dvojbranové matice.

		Z	Y	H	K	A	B
Z	z_{11}	z_{11}	y_{22}/Δ_y	Δ_h/h_{22}	$1/k_{11}$	a_{11}/a_{21}	$-b_{22}/b_{21}$
	z_{12}	z_{12}	$-y_{12}/\Delta_y$	h_{12}/h_{22}	$-k_{12}/k_{11}$	Δ_a/a_{21}	$-1/b_{21}$
	z_{21}	z_{21}	$-y_{21}/\Delta_y$	$-h_{21}/h_{22}$	k_{21}/k_{11}	$1/a_{21}$	$-\Delta_b/b_{21}$
	z_{22}	z_{22}	y_{11}/Δ_y	$1/h_{22}$	Δ_k/k_{11}	a_{22}/a_{21}	$-b_{11}/b_{21}$
	Δ_z	$z_{11}\, z_{22}-z_{12}z_{21}$	$1/\Delta_y$	h_{11}/h_{22}	k_{22}/k_{11}	a_{12}/a_{21}	b_{12}/b_{21}
Y	y_{11}	z_{22}/Δ_z	y_{11}	$1/h_{11}$	Δ_k/k_{22}	a_{22}/a_{12}	$-b_{11}/b_{12}$
	y_{12}	$-z_{12}/\Delta_z$	y_{12}	$-h_{12}/h_{11}$	k_{12}/k_{22}	$-\Delta_a/a_{12}$	$1/b_{12}$
	y_{21}	$-z_{21}/\Delta_z$	y_{21}	h_{21}/h_{11}	$-k_{21}/k_{22}$	$-1/a_{12}$	Δ_b/b_{12}
	y_{22}	z_{11}/Δ_z	y_{22}	Δ_h/h_{11}	$1/k_{22}$	a_{11}/a_{12}	$-b_{22}/b_{12}$
	Δ_y	$1/\Delta_z$	$y_{11}\, y_{22}-y_{12}\, y_{21}$	h_{22}/h_{11}	k_{11}/k_{22}	a_{21}/a_{12}	b_{21}/b_{12}
H	h_{11}	Δ_z/z_{22}	$1/y_{11}$	h_{11}	k_{22}/Δ_k	a_{12}/a_{22}	$-b_{12}/b_{11}$
	h_{12}	z_{12}/z_{22}	$-y_{12}/y_{11}$	h_{12}	$-k_{12}/\Delta_k$	Δ_a/a_{22}	$1/b_{11}$
	h_{21}	$-z_{21}/z_{22}$	y_{21}/y_{11}	h_{21}	$-k_{21}/\Delta_k$	$-1/a_{22}$	$-\Delta_b/b_{11}$
	h_{22}	$1/z_{22}$	Δ_y/y_{11}	h_{22}	k_{11}/Δ_k	a_{21}/a_{22}	$-b_{21}/b_{11}$
	Δ_h	z_{11}/z_{22}	y_{22}/y_{11}	$h_{11}\, h_{22}-h_{12}\, h_{21}$	$1/\Delta_k$	a_{11}/a_{22}	b_{22}/b_{11}
K	k_{11}	$1/z_{11}$	Δ_y/y_{22}	h_{22}/Δ_h	k_{11}	a_{21}/a_{11}	$-b_{21}/b_{22}$
	k_{12}	$-z_{12}/z_{11}$	y_{12}/y_{22}	$-h_{12}/\Delta_h$	k_{12}	$-\Delta_a/a_{11}$	$-1/b_{22}$
	k_{21}	z_{21}/z_{11}	$-y_{21}/y_{22}$	$-h_{21}/\Delta_h$	k_{21}	$1/a_{11}$	Δ_b/b_{22}
	k_{22}	Δ_z/z_{11}	$1/y_{22}$	h_{11}/Δ_h	k_{22}	a_{12}/a_{11}	$-b_{12}/b_{22}$
	Δ_k	z_{22}/z_{11}	y_{11}/y_{22}	$1/\Delta_h$	$k_{11}\, k_{22}-k_{12}\, k_{21}$	a_{22}/a_{11}	b_{11}/b_{22}
A	a_{11}	z_{11}/z_{21}	$-y_{22}/y_{21}$	$-\Delta_h/h_{21}$	$1/k_{21}$	a_{11}	b_{22}/Δ_b
	a_{12}	Δ_z/z_{21}	$-1/y_{21}$	$-h_{11}/h_{21}$	k_{22}/k_{21}	a_{12}	$-b_{12}/\Delta_b$
	a_{21}	$1/z_{21}$	$-\Delta_y/y_{21}$	$-h_{22}/h_{21}$	k_{11}/k_{21}	a_{21}	$-b_{21}/\Delta_b$
	a_{22}	z_{22}/z_{21}	$-y_{11}/y_{21}$	$-1/h_{21}$	Δ_k/k_{21}	a_{22}	b_{11}/Δ_b
	Δ_a	z_{12}/z_{21}	y_{12}/y_{21}	$-h_{12}/h_{21}$	$-k_{12}/k_{21}$	$a_{11}\, a_{22}-a_{12}\, a_{21}$	$1/\Delta_b$
B	b_{11}	z_{22}/z_{12}	$-y_{11}/y_{12}$	$1/h_{12}$	$-\Delta_k/k_{12}$	a_{22}/Δ_a	b_{11}
	b_{12}	$-\Delta_z/z_{12}$	$1/y_{12}$	$-h_{11}/h_{12}$	k_{22}/k_{12}	$-a_{12}/\Delta_a$	b_{12}
	b_{21}	$-1/z_{12}$	Δ_y/y_{12}	$-h_{22}/h_{12}$	k_{11}/k_{12}	$-a_{21}/\Delta_a$	b_{21}
	b_{22}	z_{11}/z_{12}	$-y_{22}/y_{12}$	Δ_h/h_{12}	$-1/k_{12}$	a_{11}/Δ_a	b_{22}
	Δ_b	z_{21}/z_{12}	y_{21}/y_{12}	$-\Delta_h/h_{12}$	$-k_{21}/k_{12}$	$1/\Delta_a$	$b_{11}\, b_{22}-b_{12}\, b_{21}$

Příklad 4.11: *Určování impedančních parametrů dvojbranu*

Určete impedanční parametry T-článku na obr. 4.29.



Obr. 4.29: T-článek jako dvojbran.

☑ ***Řešení:***

Impedanční rovnice (4.16) jsou tvořeny dvojicí rovnic pro výpočet branových napětí z branových proudů.

Z obr. 4.29 je zřejmé, že rezistorem R_3 teče součet proudů I_1 a I_2. Pak napětí U_1 a U_2 vypočteme z proudů I_1 a I_2 jako součty úbytků na rezistorech:

$$U_1 = R_1 I_1 + R_3(I_1 + I_2),\ U_2 = R_2 I_2 + R_3(I_1 + I_2).$$

Po úpravě

$$U_1 = (R_1 + R_3) I_1 + R_3 I_2,\ U_2 = R_3 I_1 + (R_2 + R_3) I_2$$

Toto jsou však rozepsané impedanční rovnice (4.16). Hledané impedanční parametry dvojbranu jsou zde:

$$z_{11} = R_1 + R_3 = 1\mathrm{k}\Omega,\ z_{12} = R_3 = 250\Omega,\ z_{21} = R_3 = 250\Omega,\ z_{22} = R_2 + R_3 = 500\Omega.$$

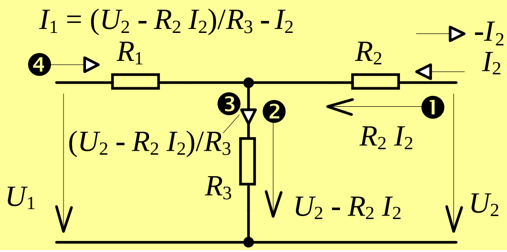
■

Příklad 4.12: *Určování kaskádních parametrů dvojbranu*

Určete parametry postupné kaskádní matice A T-článku na obr. 4.29.

☑ ***Řešení*:**

Postupné kaskádní rovnice (4.20) představují výpočet vstupního napětí a vstupního proudu z výstupního napětí a výstupního proudu. Jeden z možných postupů je znázorněn na obr. 4.30.



Obr. 4.30: Možný postup při hledání kaskádních parametrů dvojbranu.

Z výstupního proudu se odvodí úbytek napětí na R_2. Z tohoto úbytku a napětí U_2 se určí napětí na R_3 a z něj proud tekoucí rezistorem R_3. Z tohoto proudu a z výstupního proudu odvodíme I_1. Tím dostaneme druhou z postupných kaskádních rovnic:

$$I_1 = \frac{U_2}{R_3} + (1 + \frac{R_2}{R_3})(-I_2). \tag{4.23}$$

Získáváme tak dvojici kaskádních parametrů

$$a_{21} = \frac{1}{R_3} = 4mS,\ a_{22} = 1 + \frac{R_2}{R_3} = 2.$$

První rovnici odvodíme tak, že vstupní napětí získáme jako součet napětí na R_1 a R_3:

$$U_1 = R_1 I_1 + U_2 - R_2 I_2 = R_1[\frac{U_2}{R_3} + (1 + \frac{R_2}{R_3})(-I_2)] + U_2 - R_2 I_2 = (\frac{R_1}{R_3} + 1)U_2 + (R_1 + R_2 + R_1 \frac{R_2}{R_3})(-I_2).$$

Zbylé dva kaskádní parametry jsou

$$a_{11} = 1 + \frac{R_1}{R_3} = 4,\ a_{12} = R_1 + R_2 + R_1\frac{R_2}{R_3} = 1{,}75\,\mathrm{k}\Omega\,.$$

Kaskádní parametry jsme mohli pohodlněji získat například přepočtem impedančních parametrů z příkladu 4.11 pomocí tabulky 4.1:

$$\Delta_z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21} = 1000.500 - 250.250 = 437500\Omega^2$$

$$a_{11} = z_{11}/z_{21} = 4\,,\ a_{12} = -\Delta_z/z_{21} = 1750\Omega\,,\ a_{21} = 1/z_{21} = 4\mathrm{mS}\,,\ a_{22} = z_{22}/z_{21} = 2\,.$$

■

Získávání dvojbranových parametrů heuristickými postupy z předchozích příkladů je mnohdy zdlouhavé a nepohodlné. Výhodnější bývá níže uvedený postup, využívající principu superpozice.

4.5.3 Určování dvojbranových parametrů ze stavů naprázdno a nakrátko

Jako příklad uveďme sériově-paralelní rovnice dvojbranu, přepsané z maticové formy (4.18) do dvou rovnic:

$$U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2\,,\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2\,.$$

Pak h-parametry můžeme z rovnic určit například takto:

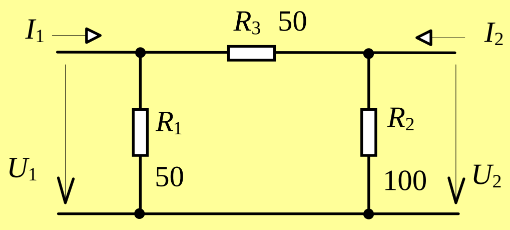
$$h_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{U_2=0},\ h_{12} = \left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_1=0},\ h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{U_2=0},\ h_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{I_1=0}. \qquad (4.24)$$

Parametry h_{11} a h_{21} tedy můžeme stanovit při výstupní bráně nakrátko ($U_2 = 0$) a parametry h_{12} a h_{22} při vstupní bráně naprázdno ($I_1 = 0$). Vše je ilustrováno v tabulce 4.2 v řádku „H“. Při zjišťování parametrů h_{11} a h_{21} je zkrat výstupní brány zajištěn ampérmetrem. Vstupní brána je buzena zdrojem proudu. Voltmetr měří napětí na vstupu. Z údajů měřicích přístrojů a nastaveného proudu budicího zdroje zjistíme oba h – parametry. Další dvojici parametrů zjistíme při vstupní bráně naprázdno (paralelně k ní je voltmetr), takže budicí zdroj musí být na výstupu.

Z tabulky jsou rovněž zřejmé fyzikální interpretace jednotlivých dvojbranových parametrů.

Příklad 4.13: *Určování hybridních parametrů dvojbranu*

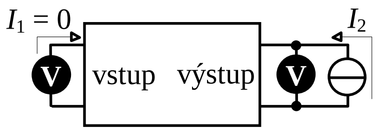
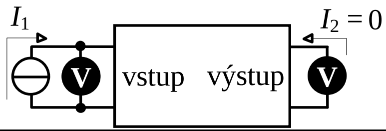
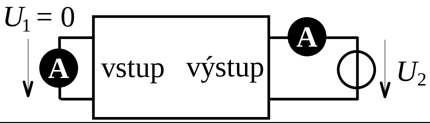
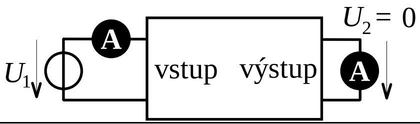
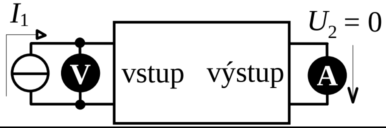
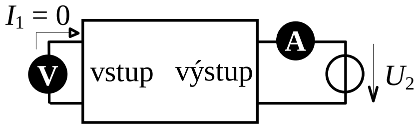
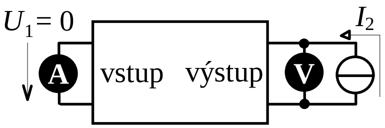
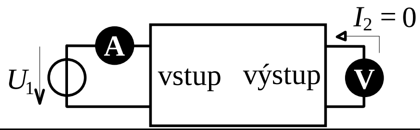
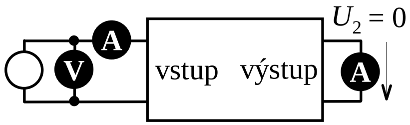
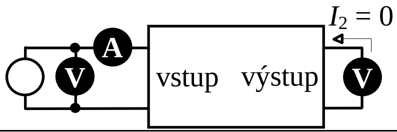
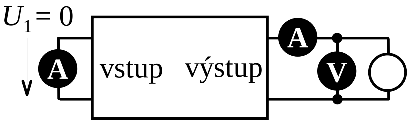
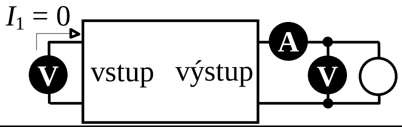
Určete hybridní h- parametry článku Π na obr. 4.31 ze stavů naprázdno a nakrátko.

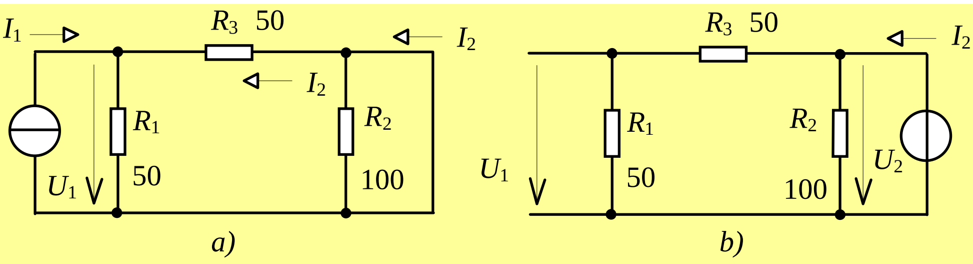


Obr. 4.31: Analyzovaný článek typu Π.

☑ ***Řešení:*** je ilustrováno na obr. 4.32.

Tab. 4.2: Určování dvojbranových parametrů z měření naprázdno a nakrátko.

	vstup nakrátko $U_1 = 0$	výstup nakrátko $U_2 = 0$	vstup naprázdno $I_1 = 0$	výstup naprázdno $I_2 = 0$
Z	z_{11} .. vstupní impedance při výstupu naprázdno z_{21} .. vstupně-výstupní transimpedance při výstupu naprázdno	z_{12} .. výstupně-vstupní transimpedance při vstupu naprázdno z_{22} .. výstupní impedance při vstupu naprázdno	$z_{12} = U_1/I_2$, $z_{22} = U_2/I_2$ 	$z_{11} = U_1/I_1$, $z_{21} = U_2/I_1$ 
Y	$y_{12} = I_1/U_2$, $y_{22} = I_2/U_2$ 	$y_{11} = I_1/U_1$, $y_{21} = I_2/U_1$ 	y_{11} .. vstupní admitance při výstupu nakrátko y_{21} .. vstupně-výstupní transadmitance při výstupu nakrátko	y_{12} .. výstupně-vstupní transadmitance při vstupu nakrátko y_{22} .. výstupní admitance při vstupu nakrátko
H	h_{11} .. vstupní impedance při výstupu nakrátko h_{21} .. vstupně-výstupní proudový přenos při výstupu nakrátko	$h_{11} = U_1/I_1$, $h_{21} = I_2/I_1$ 	$h_{12} = U_1/U_2$, $h_{22} = I_2/U_2$ 	h_{12} .. výstupně-vstupní napěťový přenos při vstupu naprázdno h_{22} .. výstupní admitance při vstupu naprázdno
K	$k_{12} = I_1/I_2$, $k_{22} = U_2/I_2$ 	k_{11} .. vstupní admitance při výstupu naprázdno k_{21} .. vstupně-výstupní napěťový přenos při výstupu naprázdno	k_{12} .. výstupně-vstupní proudový přenos při vstupu nakrátko k_{22} .. výstupní impedance při vstupu nakrátko	$k_{11} = I_1/U_1$, $k_{21} = U_2/U_1$ 
A	a_{11} .. vstupně-výstupní napěťový přenos při výstupu naprázdno a_{21} .. vstupně-výstupní transadmitance při výstupu naprázdno	$a_{12} = U_1/(-I_2)$, $a_{22} = I_1/(-I_2)$ 	a_{12} .. vstupně-výstupní transimpedance při výstupu nakrátko a_{22} .. vstupně-výstupní proudový přenos při výstupu nakrátko	$a_{11} = U_1/U_2$, $a_{21} = I_1/U_2$ 
B	$b_{12} = U_2/I_1$, $b_{22} = -I_2/I_1$ 	b_{11} .. výstupně-vstupní napěťový přenos při vstupu naprázdno b_{21} .. výstupně-vstupní transadmitance při vstupu naprázdno	$b_{11} = U_2/U_1$, $b_{21} = -I_2/U_1$ 	b_{12} .. výstupně-vstupní transimpedance při vstupu nakrátko b_{22} .. výstupně-vstupní proudový přenos při vstupu nakrátko



Obr. 4.32: Rozbor článku Π ve stavu a) výstupu nakrátko, b) vstupu naprázdno.

Z obr. 4.32 a) vyplývá, že rezistory R_1 a R_3 jsou spojeny paralelně a určují velikost parametru h_{11}:

$$h_{11} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 25\Omega .$$

Jsou-li R_1 a R_3 paralelně, pak proud I_1 se dělí do těchto rezistorů podle vzorce pro přenos proudového děliče, neboli

$$-I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_1 + R_3} \Rightarrow h_{21} = \frac{I_2}{I_1} = -\frac{R_1}{R_1 + R_3} = -0{,}5.$$

Další dva parametry zjistíme z obr. 4.32 b). Zdroj napětí U_2 na výstupu vyvolá napětí U_1 na vstupu, které je dáno přenosem děliče napětí, tvořeného rezistory R_1 a R_3:

$$U_1 = U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow h_{12} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0{,}5.$$

Parametr h_{22} je výstupní admitance obvodu na obr. 4.32 b), což je

$$h_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_3} = 20mS .$$

■

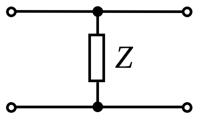
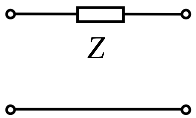
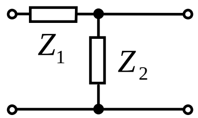
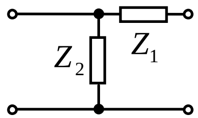
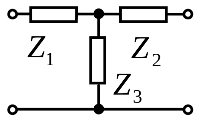
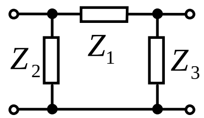
4.5.4 Parametry vybraných jednoduchých dvojbranů

V Tab. 4.3 jsou uvedeny parametry šesti jednoduchých dvojbranů. U prvních dvou článků nejsou uvedeny impedanční, resp. admitanční parametry. Můžete se výpočtem přesvědčit, že dané parametry vycházejí nekonečně velké. Říkáme, že dvojbran nemá definovány všechny své dvojbranové matice, nebo jinými slovy, že dvojbran je **degenerovaný**.

Tabulka může posloužit k rychlému stanovení dvojbranových parametrů konkrétního dvojbranu o dané struktuře, případně – jak uvidíme dále – složitějšího dvojbranu, který se skládá z daných typizovaných dvojbranů.

Srovnáváním parametrů uvedených dvojbranů lze dospět k určitým zákonitostem, které jsou shrnuty pod tabulkou. Tyto zákonitosti mohou být užitečné, protože pak některé parametry nemusíme počítat, ale stačí je odvodit z parametrů již známých. Později však uvidíme, že daná pravidla platí jen pro určitou třídu tzv. **reciprocitních** dvojbranů.

Tab. 4.3: Parametry základních pasivních dvojbranů.

							
Z	z_{11}	Z	-	$Z_1 + Z_2$	Z_2	$Z_1 + Z_3$	$Z_2(Z_1 + Z_3)/(Z_1+Z_2+Z_3)$
	z_{12}	Z	-	Z_2	Z_2	Z_3	$Z_2Z_3/(Z_1 + Z_2 + Z_3)$
	z_{21}	Z	-	Z_2	Z_2	Z_3	$Z_2Z_3/(Z_1 + Z_2 + Z_3)$
	z_{22}	Z	-	Z_2	$Z_1 + Z_2$	$Z_2 + Z_3$	$Z_3(Z_1 + Z_2)/(Z_1+Z_2+Z_3)$
Y	y_{11}	-	Y	Y_1	$Y_1 + Y_2$	$1/[Z_1 + 1/(Y_2 + Y_3)]$	$Y_1 + Y_2$
	y_{12}	-	$-Y$	$-Y_1$	$-Y_1$	$-1/(Z_1 + Z_2 + Z_1Z_2/Z_3)$	$-Y_1$
	y_{21}	-	$-Y$	$-Y_1$	$-Y_1$	$-1/(Z_1 + Z_2 + Z_1Z_2/Z_3)$	$-Y_1$
	y_{22}	-	Y	$Y_1 + Y_2$	Y_1	$1/[Z_2 + 1/(Y_1 + Y_3)]$	$Y_1 + Y_3$
H	h_{11}	0	Z	Z_1	$Z_1Z_2/(Z_1 + Z_2)$	$Z_1 + 1/(Y_2 + Y_3)$	$Z_1Z_2/(Z_1 + Z_2)$
	h_{12}	1	1	1	$Z_2/(Z_1 + Z_2)$	$Z_3/(Z_2 + Z_3)$	$Z_2/(Z_1 + Z_2)$
	h_{21}	-1	-1	-1	$-Z_2/(Z_1 + Z_2)$	$-Z_3/(Z_2 + Z_3)$	$-Z_2/(Z_1 + Z_2)$
	h_{22}	Y	0	Y_2	$1/(Z_1 + Z_2)$	$1/(Z_2 + Z_3)$	$Y_3 + 1/(Z_1 + Z_2)$
K	k_{11}	Y	0	$1/(Z_1 + Z_2)$	Y_2	$1/(Z_1 + Z_3)$	$Y_2 + 1/(Z_1 + Z_3)$
	k_{12}	-1	-1	$-Z_2/(Z_1 + Z_2)$	-1	$-Z_3/(Z_1 + Z_3)$	$-Z_3/(Z_1 + Z_3)$
	k_{21}	1	1	$Z_2/(Z_1 + Z_2)$	1	$Z_3/(Z_1 + Z_3)$	$Z_3/(Z_1 + Z_3)$
	k_{22}	0	Z	$Z_1Z_2/(Z_1 + Z_2)$	Z_1	$Z_2 + 1/(Y_1 + Y_3)$	$Z_1Z_3/(Z_1 + Z_3)$
A	a_{11}	1	1	$1+ Z_1/Z_2$	1	$1+ Z_1/Z_3$	$1+ Z_1/Z_3$
	a_{12}	0	Z	Z_1	Z_1	$Z_1 + Z_2 + Z_1Z_2/Z_3$	Z_1
	a_{21}	Y	0	Y_2	Y_2	Y_3	$Y_2 + Y_3 + Y_2Y_3/Y_1$
	a_{22}	1	1	1	$1+ Z_1/Z_2$	$1+ Z_2/Z_3$	$1+ Z_1/Z_2$
B	b_{11}	1	1	1	$1+ Z_1/Z_2$	$1+ Z_2/Z_3$	$1+ Z_1/Z_2$
	b_{12}	0	$-Z$	$-Z_1$	$-Z_1$	$-(Z_1 + Z_2+ Z_1Z_2/Z_3)$	$-Z_1$
	b_{21}	$-Y$	0	$-Y_2$	$-Y_2$	$-Y_3$	$-Y_2 - Y_3 - Y_2Y_3/Y_1$
	b_{22}	1	1	$1+ Z_1/Z_2$	1	$1+ Z_1/Z_3$	$1+ Z_1/Z_3$

$z_{12} = z_{21}$, $y_{12} = y_{21}$, $h_{12} = -h_{21}$, $k_{12} = -k_{21}$, $a_{11} = b_{22}$, $a_{22} = b_{11}$, $a_{12} = - b_{12}$, $a_{21} = - b_{21}$

$\Delta_a = \Delta_b = 1$

Všimněte si, že všechny dvojbrany z Tab. 4.3 jsou pasivní. Například pro dvojbranové modely tranzistoru pravidla neplatí.

Jako výborné cvičení doporučujeme ověřit si prostřednictvím výpočtů v režimech naprázdno a nakrátko správnost parametrů z Tab. 4.3.

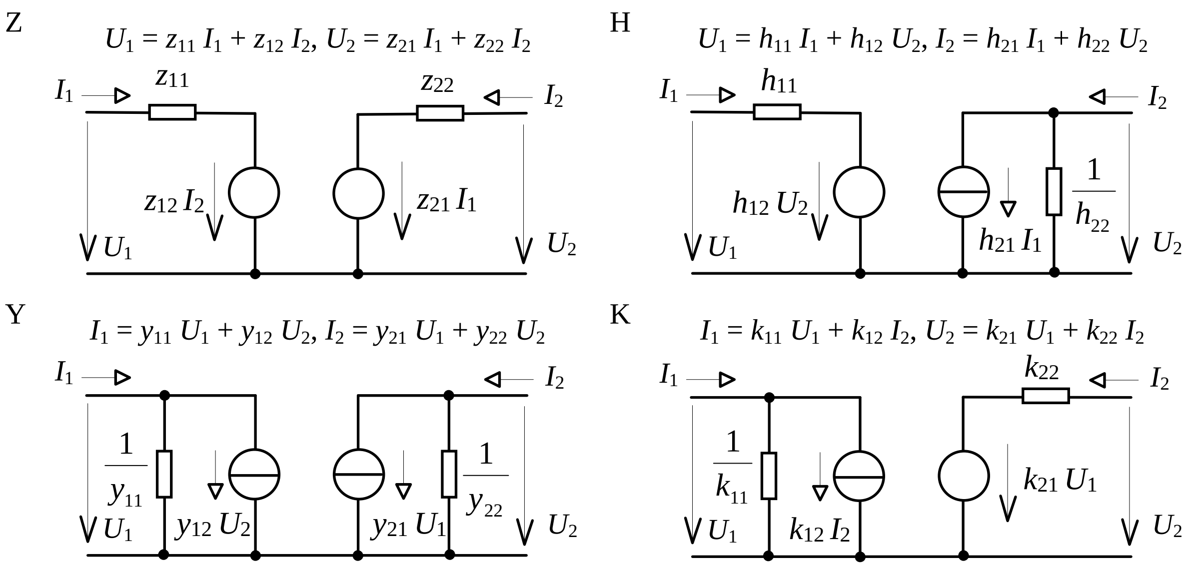
4.5.5 Modelování dvojbranů pomocí řízených zdrojů

V některých případech je účelné modelovat základní dvojbranové rovnice (4.16) až (4.19) pomocí řízených zdrojů. S touto praxí se setkáváme například při modelování tranzistorů. Řízené zdroje jsou základním nástrojem pro tzv. behaviorální modelování (ABM – Analog Behavioral Modeling) v profesionálních softwarových simulátorech obvodů, kdy obvod je modelován na základě rovnic, které popisují jeho vstupně-výstupní chování, nikoliv jeho vnitřní strukturu. Takovéto modely pak nemají prakticky nic společného s tím, jak je obvod fyzicky realizován.

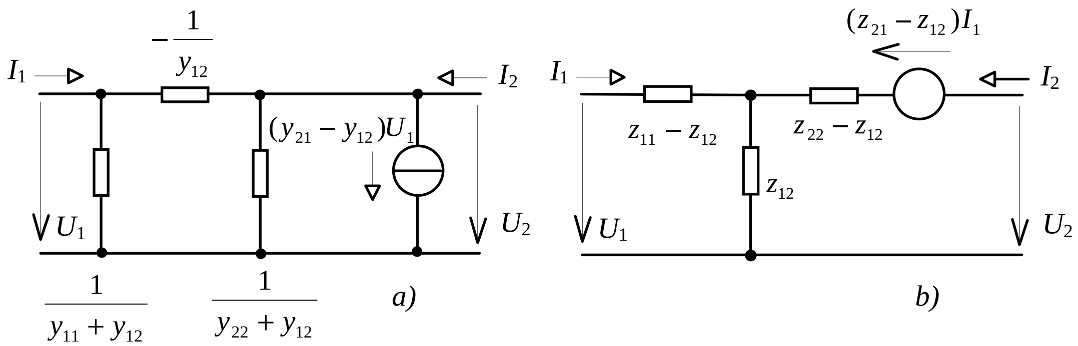
Modely, sestavené na základě dvojbranových rovnic typu Z, Y, H a K jsou shrnuty v Tab. 4.4. Vstupní brána je modelována buď sériovou kombinací impedance a zdroje napětí, nebo paralelní kombinací impedance a zdroje proudu, podle toho, jestli první z dvojbranových rovnic hovoří o vstupním napětí jako součtu jiných dvou napětí nebo o vstupním proudu jako součtu jiných dvou proudů. Totéž platí i o modelování výstupní brány.

Připomeňme, že pokud k danému dvojbranu existují všechny rovnice typu Z, Y, H a K, pak jsou všechny dané modely vzájemně ekvivalentní. Je tedy možno volit podle potřeby jeden z daných modelů. Přepočty mezi nimi jsou dány tabulkou 4.1.

Tab. 4.4: Modelování dvojbranů řízenými zdroji podle rovnic typu Z, Y, H a K.



Jednoduchá úprava impedančních a admitančních rovnic vede na modifikovaná náhradní schémata na obr. 4.33, v nichž jsou eliminovány řízené zdroje na vstupních branách. Kontrolu správnosti těchto modelů přenecháváme čtenáři jako cvičení. Z obrázků je zřejmé, že v případě rovnosti parametrů $z_{12} = z_{21}$ a $y_{12} = y_{21}$ (z jedné rovnosti vyplývá druhá rovnost, viz Tab. 4.1) vymizí z modelů řízené zdroje, takže takový dvojbran je pak popsán pouhou trojicí obyčejných impedancí, které jsou zapojeny do podoby vzájemně ekvivalentních článků typu T nebo Π. O těchto a dalších speciálních dvojbranech bude pojednáno v kapitole 4.5.6 „Zvláštní druhy dvojbranů“.



Obr. 4.33: Upravené ekvivalentní modely dvojbranů typu a) Π, a b) T.

Příklad 4.14: *Náhrada článku Π ekvivalentním článkem T*

Nahraďte článek Π na obr. 4.31 ekvivalentním článkem T, tj článkem, který bude mít shodné všechny dvojbranové parametry.

☑ ***Řešení*:**

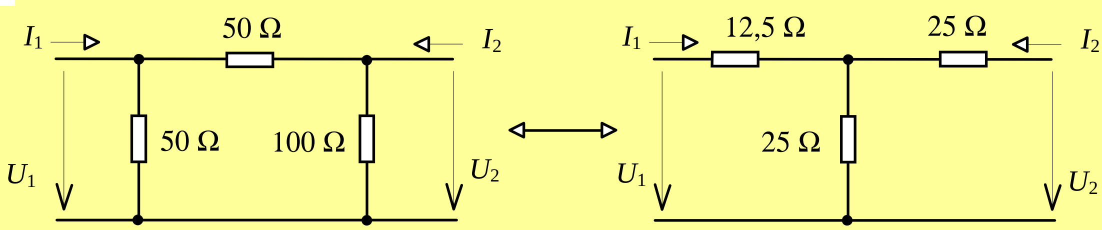
Z obr. 4.33 vyplývá, že kdybychom zjistili *z*-parametry dvojbranu, pak v případě rovnosti $z_{12} = z_{21}$ a z toho plynoucí rovnosti $y_{12} = y_{21}$ bychom mohli článek Π přímo nahradit článkem T a jeho tři impedance snadno spočítat z parametrů *z*.
Daný článek T byl řešen v příkladu 4.13. Cílem výpočtů byly jeho *h*-parametry:

$h_{11} = 25\Omega$, $h_{12} = 0{,}5$, $h_{21} = -0{,}5$, $h_{22} = 20\text{mS}$.

Z přepočítávací tabulky 4.1 vycházejí následující *z*-parametry:

$z_{11} = 37{,}5\Omega$, $z_{12} = 25\Omega$, $z_{21} = 25\Omega$, $z_{22} = 50\Omega$.

Rovnost parametrů z_{12} a z_{21} je potvrzena. Článek Π tedy může být nahrazen článkem T podle obr. 4.34 s odpory $z_{11} - z_{12} = 12{,}5\Omega$, $z_{12} = 25\Omega$ a $z_{22} - z_{12} = 25\Omega$.



Obr. 4.34: Ekvivalentní články Π a T.

■

Příklad 4.15: *Modelování článku řízenými zdroji*

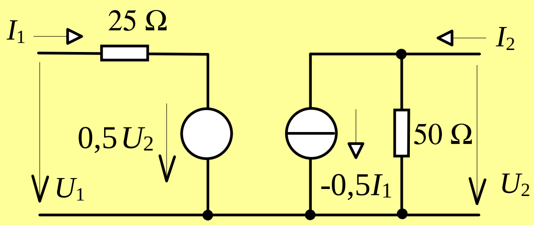
Modelujte článek Π z obr. 4.34 obvodem s řízenými zdroji na základě *h*-parametrů článku.

☑ ***Řešení*:**

Hybridní parametry opět převezmeme z příkladu 4.13:

h_{11} = 25Ω, h_{12} = 0,5, h_{21} = -0,5, h_{22} = 20mS.

Z Tab. 4.3 pak vyplývá řešení na obr. 4.35:



Obr. 4.35: Ekvivalentní model článků z obr. 4.34.

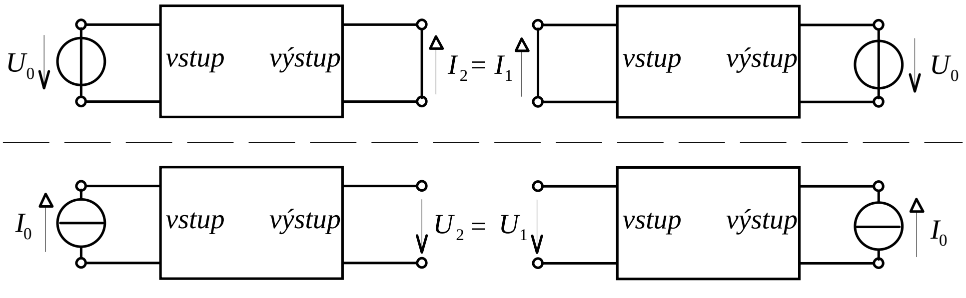
■

4.5.6 Zvláštní druhy dvojbranů

Dvojbrany, používané k modelování elektronických obvodů, se dělí do několika skupin. K těm nejdůležitějším patří dvojbrany **reciprocitní** a **unilaterální**. Typickým představitelem první skupiny je dvojbran, složený z pasivních prvků *R*, *L* a *C*. Do druhé skupiny patří aktivní prvky, „vedoucí signál jedním směrem“, například tranzistory.

Reciprocitní dvojbrany

Pro tyto dvojbrany platí **princip reciprocity**, který je znázorněn na obr. 4.36.



Obr. 4.36: K vysvětlení principu reciprocity.

Obrázek znázorňuje dva ověřovací pokusy, zda je dvojbran reciprocitní: pokus se zdrojem napětí a pokus se zdrojem proudu.

V prvním pokusu se k vstupní bráně připojí zdroj napětí a změří se proud I_2, tekoucí zkratovanou výstupní branou. Pak se tentýž zdroj napětí připojí k výstupní bráně a změří se proud I_1 tekoucí zkratem na vstupní bráně. Pokud je dvojbran reciprocitní, musí se proud I_1 rovnat proudu I_2.

V druhém pokusu se k vstupní bráně připojí zdroj proudu a změří se napětí U_2 na výstupní bráně naprázdno. Pak se tentýž zdroj proudu připojí k výstupní bráně a změří se napětí U_1 na vstupní bráně naprázdno. Pokud je dvojbran reciprocitní, musí se napětí U_1 musí rovnat napětí U_2.

Je možné ukázat, že všechny dvojbrany, složené z pasivních prvků typu R, L a C, u nichž je možné provést výše uvedené experimenty se zdroji napětí a proudu, jsou reciprocitní [26]. Experimenty nelze provést v případě některých degenerovaných dvojbranů, např. u dvojbranu se zkratem na některé z bran apod.

Srovnáme-li obr. 4.36 s definicemi z a y parametrů při měření naprázdno a nakrátko, zjistíme následující:

$$\frac{I_2}{U_0} = y_{21} = \frac{I_1}{U_0} = y_{12}\,,\ \frac{U_2}{I_0} = z_{21} = \frac{U_1}{I_0} = z_{12}\,.$$

Pokus se zdrojem napětí tedy ověřuje, zda platí symetrie typu $y_{21} = y_{12}$. Pokus se zdrojem proudu zase potvrzuje podmínku $z_{21} = z_{12}$.

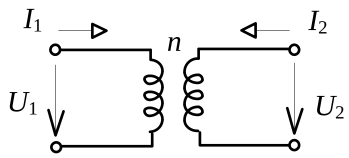
Z přepočítávací tabulky 4.1 je zřejmé, že z rovnosti $y_{21} = y_{12}$ automaticky vyplývá rovnost $z_{21} = z_{12}$ a naopak. Znamená to tedy, že k otestování, zda je dvojbran reciprocitní, postačí provést jen jeden z pokusů na obr. 4.40. Z Tab. 4.1 pak lze odvodit, jak se reciprocita promítá do dalších parametrů dvojbranu. Souhrnně jsou tyto podmínky uvedeny v Tab. 4.6.

Zvláštním typem reciprocitního dvojbranu je **ideální transformátor**. Pro jeho branová napětí a proudy platí všeobecně známé transformační vztahy

$$U_2 = nU_1\,, \tag{4.25}$$

$$I_2 = -\frac{1}{n} I_1\,, \tag{4.26}$$

kde transformační poměr $n = N_2/N_1$ je poměr počtu závitů na sekundární a primární straně (na výstupu a vstupu).



Obr. 4.37: Ideální transformátor jako dvojbran.

Snadno zjistíme, že rovnice (4.25) a (4.26) jsou zpětné kaskádní rovnice dvojbranu. Z přepočítávací tabulky 4.1 pak vyplyne, že transformátor má definovány všechny dvojbranové matice s výjimkou matic **Z** a **Y**:

$$\mathbf{A} = \begin{array}{|c|c|}\hline 1/n & 0 \\ \hline 0 & n \\ \hline\end{array}\,,\ \mathbf{B} = \begin{array}{|c|c|}\hline n & 0 \\ \hline 0 & 1/n \\ \hline\end{array}\,,\ \mathbf{H} = \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & 1/n \\ \hline -1/n & 0 \\ \hline\end{array}\,,\ \mathbf{K} = \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & -n \\ \hline n & 0 \\ \hline\end{array}\,.$$

Transformátor tedy paradoxně nemá definovány z a y parametry, pomocí nichž lze ověřit, zda jde o reciprocitní dvojbran. Nicméně všechny další podmínky reciprocity, uvedené v Tab. 4.6, jsou splněny. Pro jednotkový transformační poměr se transformátor navíc chová jako podélně souměrný dvojbran.

Je zřejmé, že ideální transformátor je pasivním dvojbranem, neboť celkový výkon, vstupující dovnitř přes obě brány, je nulový (vyplývá z rovnic 3.27 a 3.28):

$$U_1 I_1 + U_2 I_2 = 0. \tag{4.27}$$

Jinými slovy, výkon vstupující dovnitř dvojbranu se rovná výkonu vystupujícímu druhou branou, takže ideální transformátor je systém, který výkon ani nevytváří, ani nespotřebovává.

Další důležitá vlastnost transformátoru, totiž transformace impedance, bude ukázána později v příkladu 4.20 v souvislosti s výkladem různých způsobů spojování dvojbranů.

Unilaterární dvojbrany

V kapitole 4.3 je podrobně analyzován linearizovaný model bipolárního tranzistoru. Převedeme-li rovnice (4.9) a (4.10) a obr. 4.18 do dvojbranové symboliky, získáme rovnice (4.28), (4.29) a obr. 4.38:

$$I_C = \frac{1}{r_{CE}} U_{CE} + \beta\, I_B\,, \tag{4.28}$$

$$I_B = \frac{1}{r_{BE}} U_{BE} + g_{BC} U_{CE}\,, \tag{4.29}$$

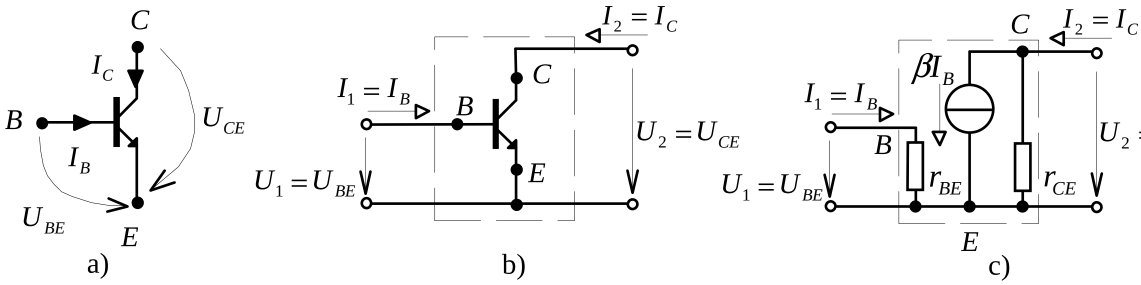
kde

r_{CE} … střídavý odpor kolektor-emitor při nepůsobení střídavé složky bázového proudu,

ß … střídavý proudový zesilovací činitel při nepůsobení střídavé složky napětí kolektor-emitor,

r_{BE} … střídavý odpor kolektor-emitor při nepůsobení střídavé složky bázového proudu,

g_{BC} … zpětná přenosová vodivost z kolektorového do bázového okruhu při nepůsobení střídavé složky napětí báze-emitor.



Obr. 4.38: a) bipolární tranzistor, b) tranzistor jako dvojbran pro zapojení SE, c) jeho linearizovaný model.

V pásmu středních kmitočtů jsou parametry tranzistoru reálné, neboť působení parazitních reaktancí a kmitočtové závislosti parametrů jsou zanedbatelné. Zpětná přenosová vodivost g_{BC} je rovněž zanedbatelná, tedy

$$g_{BC} = 0. \tag{4.30}$$

Na obr. 4.38 b) je tranzistor představen jako dvojbran za předpokladu, že emitor je společným vývodem tranzistoru jak pro vstupní, tak i výstupní bránu. Jde tedy o zapojení se společným emitorem (SE). Díky nulové vodivosti g_{BC} je náhradní schéma tranzistoru na obr. 4.38 c) poměrně jednoduché. Srovnáme-li jej s tabulkou 4.3, zjistíme, že schéma odpovídá náhradnímu schématu dvojbranu pro *h*-parametry, kde

$$h_{11} = r_{BE},\ h_{12} = 0,\ h_{21} = ß,\ h_{22} = 1/r_{CE}. \tag{4.31}$$

Z obr. 4.38 c) vyplývá, že tranzistor zprostředkovává pouze přenos signálu ze vstupní brány na výstupní bránu (prostřednictvím řízeného zdroje kolektorového proudu), ale zpětné ovlivňování vstupní brány výstupní branou je potlačeno (viz rovnice 4.30). Takový dvojbran se nazývá **unilaterální**. V náhradním schématu takového dvojbranu chybí řízené zdroje, modelující zpětné působení výstupu na vstup. Z Tab. 4.3 vyplývá, že unilaterární dvojbran musí splňovat následující podmínky:

$$z_{12} = y_{12} = h_{12} = k_{12} = 0. \tag{4.32}$$

V Tab. 4.5 je uvedeno, jak se zjednoduší vztahy mezi parametry unilaterálního dvojbranu. Poznamenejme, že takový dvojbran nemá definovány *b*-parametry, což plyne z jejich definice. Z tabulky například vyplývají tyto způsoby výpočtu základních parametrů tranzistoru v zapojení SE:

Tab. 4.5: Vzájemné přepočty dvojbranových parametrů unilaterálního dvojbranu.

		Z	Y	H	K	A
Z	z_{11}	z_{11}	$1/y_{11}$	h_{11}	$1/k_{11}$	a_{11}/a_{21}
	z_{12}			0		
	z_{21}	z_{21}	$-y_{21}/\Delta_y$	$-h_{21}/h_{22}$	k_{21}/k_{11}	$1/a_{21}$
	z_{22}	z_{22}	$1/y_{22}$	$1/h_{22}$	k_{22}	a_{22}/a_{21}
	Δ_z	$z_{11}\ z_{22}$	$1/\Delta_y$	h_{11}/h_{22}	k_{22}/k_{11}	a_{12}/a_{21}
Y	y_{11}	$1/z_{11}$	y_{11}	$1/h_{11}$	k_{11}	a_{22}/a_{12}
	y_{12}			0		
	y_{21}	$-z_{21}/\Delta_z$	y_{21}	h_{21}/h_{11}	$-k_{21}/k_{22}$	$-1/a_{12}$
	y_{22}	$1/z_{22}$	y_{22}	h_{22}	$1/k_{22}$	a_{11}/a_{12}
	Δ_y	$1/\Delta_z$	$y_{11}\ y_{22}$	h_{22}/h_{11}	k_{11}/k_{22}	a_{21}/a_{12}
H	h_{11}	z_{11}	$1/y_{11}$	h_{11}	K_{11}	a_{12}/a_{22}
	h_{12}			0		
	h_{21}	$-z_{21}/z_{22}$	y_{21}/y_{11}	h_{21}	$-k_{21}/\Delta_k$	$-1/a_{22}$
	h_{22}	$1/z_{22}$	y_{22}	h_{22}	$1/k_{22}$	a_{21}/a_{22}
	Δ_h	z_{11}/z_{22}	y_{22}/y_{11}	$h_{11}\ h_{22}$	$1/\Delta_k$	a_{11}/a_{22}
K	k_{11}	$1/z_{11}$	y_{11}	$1/h_{11}$	k_{11}	a_{21}/a_{11}
	k_{12}			0		
	k_{21}	z_{21}/z_{11}	$-y_{21}/y_{22}$	$-h_{21}/\Delta_h$	k_{21}	$1/a_{11}$
	k_{22}	z_{22}	$1/y_{22}$	$1/h_{22}$	k_{22}	a_{12}/a_{11}
	Δ_k	z_{22}/z_{11}	y_{11}/y_{22}	$1/\Delta_h$	$k_{11}\ k_{22}$	a_{22}/a_{11}
A	a_{11}	z_{11}/z_{21}	$-y_{22}/y_{21}$	$-\Delta_h/h_{21}$	$1/k_{21}$	a_{11}
	a_{12}	Δ_z/z_{21}	$-1/y_{21}$	$-h_{11}/h_{21}$	k_{22}/k_{21}	a_{12}
	a_{21}	$1/z_{21}$	$-\Delta_y/y_{21}$	$-h_{22}/h_{21}$	k_{11}/k_{21}	a_{21}
	a_{22}	z_{22}/z_{21}	$-y_{11}/y_{21}$	$-1/h_{21}$	Δ_k/k_{21}	a_{22}
	Δ_a			0		

Vstupní odpor $r_{BE} = h_{11} = 1/y_{11}$ (4.33)

Výstupní odpor $r_{CE} = 1/h_{22} = 1/y_{22}$ (4.34)

Strmost – transkonduktance $S = y_{21} = h_{21}/h_{11}$ (4.35)

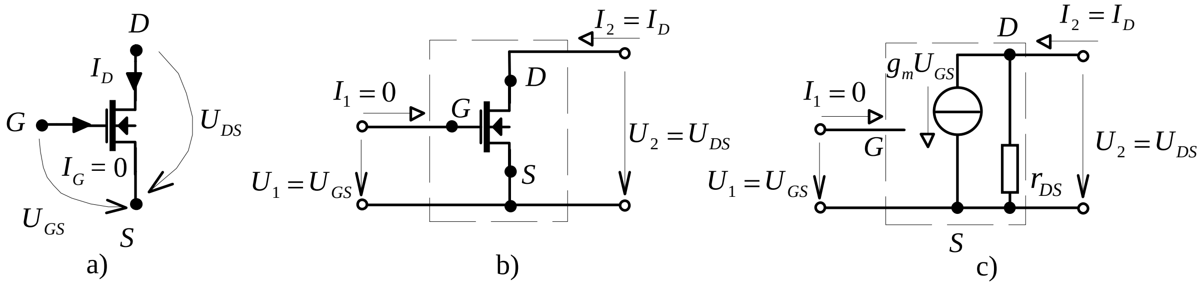
Proudový zesilovací činitel $\beta = h_{21} = y_{21}/y_{11} = S.r_{BE}$ (4.36)

Při dalších zapojeních tranzistoru se společnou bází (SB) nebo se společným kolektorem (SC) jsou dvojbranové parametry samozřejmě jiné než při zapojení SE. Pak již nepůjde o unilaterární dvojbrany. Způsob přepočtů dvojbranových parametrů mezi různými zapojeními tranzistoru je popsán např. v [28].

Dvojbranový model tranzistoru MOSFE je v porovnání s modelem bipolárního tranzistoru o něco jednodušší. Je to díky prakticky nekonečnému vstupnímu odporu tranzistoru mezi elektrodami *G* (Gate) a *S* (Source). Průchodnost tranzistoru mezi elektrodami *D* (Drain) a *S* je řízena napětím U_{GS}, přičemž do vstupní brány (viz obr. 4.39) neteče proud. Proud I_D je popsán rovnicí

$$I_D = \frac{1}{r_{DS}} U_{DS} + g_m U_{GS}, \tag{4.37}$$

kde g_m je strmost – transkonduktance tranzistoru MOSFE. Náhradní schéma je na obr. 4.39 c).



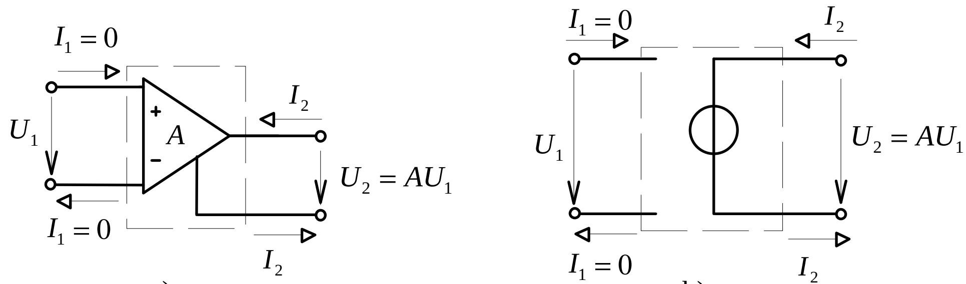
Obr. 4.39: a) unipolární tranzistor, b) tranzistor jako dvojbran, c) jeho linearizovaný model.

Dalším typickým unilaterálním dvojbranem je ideální zesilovač napětí. Schématická značka diferenčního zesilovače napětí je na obr. 4.40 a). Poznamenejme, že spodní vývod, vycházející z pouzdra zesilovače, představuje vývody pro přivedení stejnosměrných napájecích zdrojů zesilovače, které jsou však v náhradním schématu linearizovaného modelu pro střídavý signál nahrazeny zkraty.

Ideální zesilovač napětí má nekonečný vstupní odpor, nulový výstupní odpor a výstupní napětí závisí na vstupním napětí a zesílení podle vzorce

$$U_2 = AU_1. \tag{4.38}$$

Výstupní napětí tedy nezávisí na výstupním proudu (protože výstupní odpor je nulový) a z hlediska výstupních svorek se zesilovač chová jako ideální zdroj napětí. Výstupní proud závisí na tom, co je připojeno k výstupní bráně. Vstupní proudy jsou nulové. Odpovídající náhradní schéma je na obr. 4.40 b).



a) b)

Obr. 4.40: a) ideální zesilovač napětí, b) jeho dvojbranový model.

Je zřejmé, že tento zesilovač je degenerovaným dvojbranem, protože některé jeho dvojbranové matice nejsou definovány. Zesilovač lze popsat pouze hybridními rovnicemi typu *K*: zesílení *A* je rovno parametru k_{21}, ostatní *k*-parametry jsou nulové.

Nejznámějšími integrovanými obvody, které lze modelovat ideálním zesilovačem napětí, jsou tzv. napěťový **buffer** (jednotkový zesilovač, napěťový sledovač) a **operační zesilovač**. Buffer má pouze jeden (neinvertující) vstup a jeho zesílení *A* je rovno jedné. Operační zesilovač má dvojici vstupů (neinvertující a invertující) a napěťové zesílení *A* se v ideálním případě blíží k nekonečnu. Vstupní napětí U_1 je v konkrétní aplikaci dáno rozdílem napětí mezi vstupem + a vstupem -. Tento rozdíl je v případě záporné zpětné vazby v obvodu automaticky dostavován na nulu. Z uvedeného je zřejmé, že ideální operační zesilovač je jako dvojbran popsatelný jen velmi obtížně, protože se vlastně vymyká popisu všemi používanými typy dvojbranových rovnic. Lze jej popsat hybridními rovnicemi *K* pro parametr $k_{21} \rightarrow \infty$.

Zjednodušený popis zvláštních druhů dvojbranů

Obecný dvojbran je popsán čtveřicí dvojbranových parametrů. U reciprocitního dvojbranu platí navíc vztahy symetrie typu $z_{12} = z_{21}$, takže takovýto dvojbran je popsán trojicí nezávislých parametrů. Je-li navíc dvojbran podélně souměrný, lze jej popsat pouhou dvojicí parametrů.

Unilaterální dvojbran je obecně popsán třemi nezávislými parametry.

V Tab. 4.6 jsou shrnuty příslušné zjednodušující podmínky, týkající se uvedených typů dvojbranů.

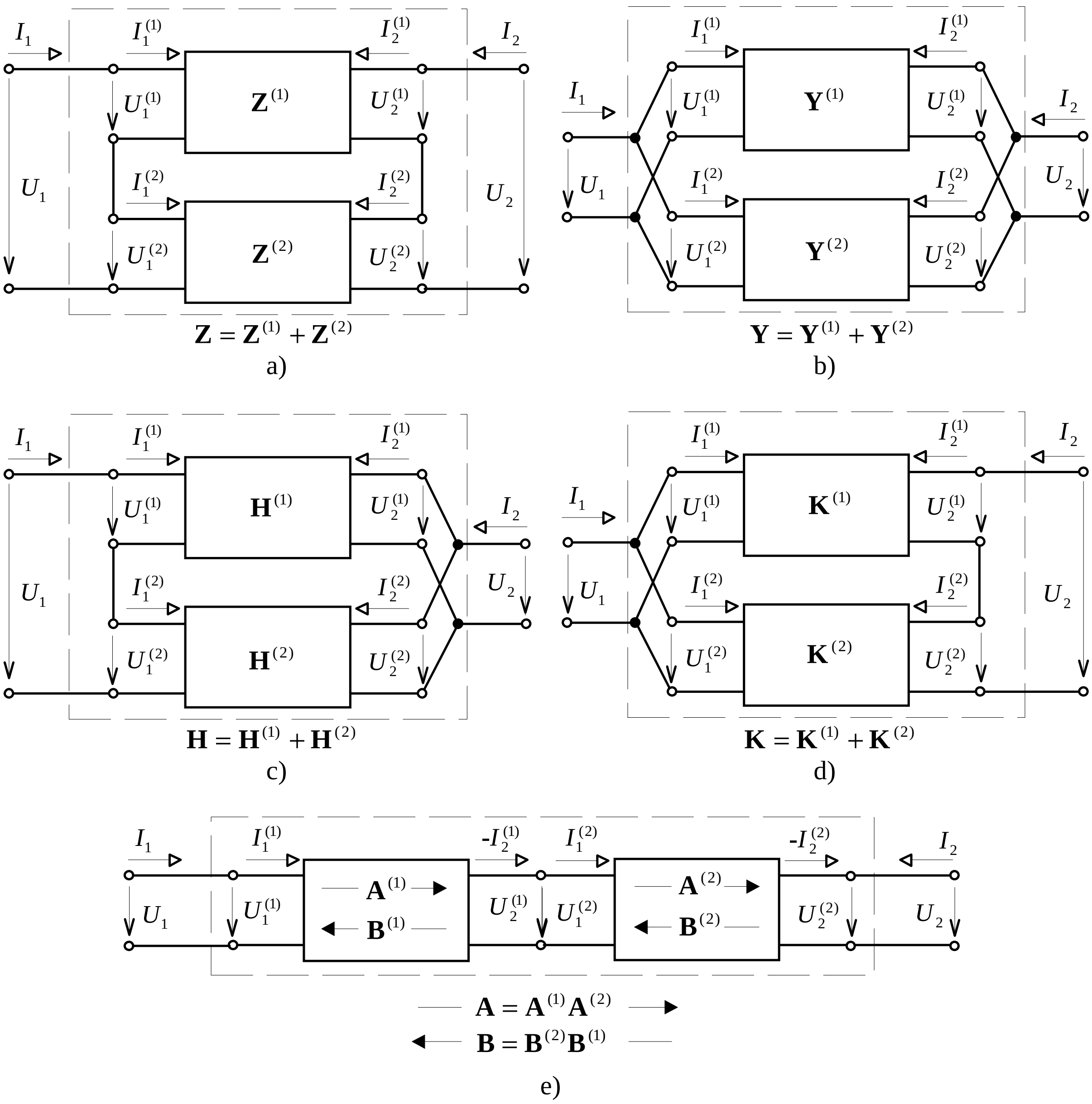
Tab. 4.6: Vztahy mezi parametry speciálních dvojbranů.

dvojbran	Z	Y	H	K	A	B
reciprocitní	$z_{12} = z_{21}$	$y_{12} = y_{21}$	$h_{12} = -h_{21}$	$k_{12} = -k_{21}$	$\Delta_a = 1$	$\Delta_b = 1$
podélně souměrný	$z_{11} = z_{22}$	$y_{11} = y_{22}$	$\Delta_h = 1$	$\Delta_k = 1$	$a_{11} = a_{22}$	$b_{11} = b_{22}$
unilaterální	$z_{12} = 0$	$y_{12} = 0$	$h_{12} = 0$	$k_{12} = 0$	$\Delta_a = 0$	-

4.5.7 Spojování dvojbranů

Existuje celkem 5 základních způsobů, jak propojit dva dvojbrany tak, aby se chovaly jako jeden „nový“ dvojbran:

1. **Sériové spojení**: Spojíme do série vstupní brány a do série výstupní brány.
2. **Paralelní spojení**: Spojíme paralelně vstupní brány a paralelně výstupní brány.
3. **Paralelně-sériové (hybridní) spojení**: Spojíme paralelně vstupní brány a sériově výstupní brány.
4. **Sériově-paralelní (hybridní) spojení**: Spojíme sériově vstupní brány a paralelně výstupní brány.
5. **Kaskádní spojení**: Výstupní bránu prvního dvojbranu spojíme paralelně se vstupní branou druhého dvojbranu.



Obr. 4.41: Spojování dvojbranů: a) sériové, b) paralelní, c) hybridní sériově-paralelní, d) hybridní paralelně-sériové, e) kaskádní.

Všech pět způsobů je znázorněno na obr. 4.41. Pod zapojením je vždy uvedeno, jak získat dvojbranovou matici výsledného dvojbranu z matic dílčích dvojbranů. V případě matic typu **Z**, **Y**, **H**, **K** se jedná o součet, u kaskádních matic je to součin. Důkaz je snadný a je uveden například v [26].

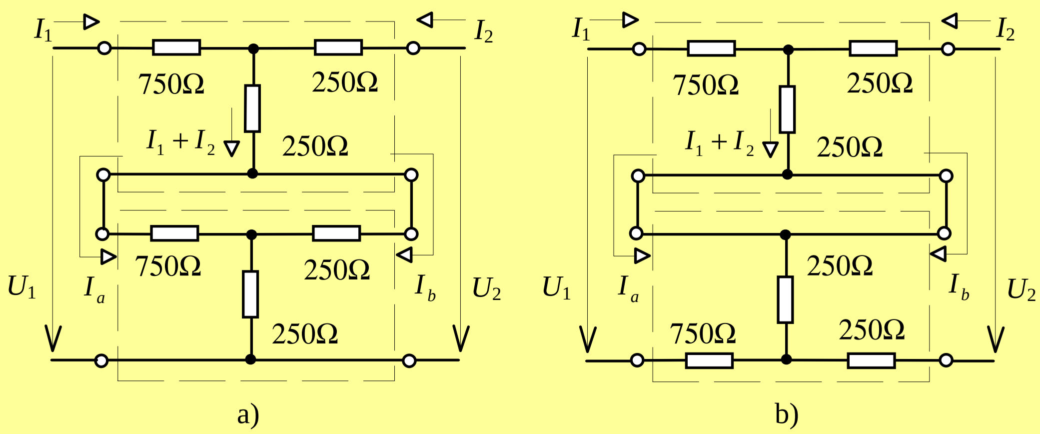
Z obr. 4.41 je možné pochopit, proč v kaskádních rovnicích figuruje proud I_2 se záporným znaménkem. Při kaskádním spojování dvojbranů se výstupní proud dvojbranu stává vstupním proudem následujícího dvojbranu. Podle klasické definice branových proudů by však byly uvažované směry obou proudů opačné. Proto je výstupní proud přesměrován a tato změna je kompenzována změnou jeho znaménka.

Uvedená pravidla pro “skládání matic” však platí pouze v případě tzv. **regulárního spojení** dvojbranů. Důsledkem neregulárního spojení je „násilná“ změna příslušných parametrů (např. u sériového spojení to budou *z*-parametry) dílčích dvojbranů. Průvodním znakem takového spojení bývá porušení rovnosti proudů vstupujících a vystupujících z každé brány.

Kaskádní spojení je vždy regulární. Ostatní spojení je vhodné vždy otestovat na regularitu ještě před použitím pravidla o součtu dvojbranových matic. Následující příklad ukazuje na možné neregulární spojení dvou článků.

Příklad 4.16: *Ověřování regulárnosti spojení dvojbranů*

Ověřte regulárnost sériového spojení dvojbranů na obr. 4.42 a) a b).



Obr. 4.42: Sériová spojení dvojbranů, a) neregulární, b) regulární.

☑ ***Řešení*:**

U obvodu a) došlo spojením dvou identických T-článků k tomu, že spodní článek má paralelně spojenou vstupní a výstupní bránu. Vznikl tak modifikovaný dvojbran s jinými *z*-parametry. Impedanční matice výsledného dvojbranu nebude rovna součtu impedančních matic obou dvojbranů před spojením.

U obvodu b) mají oba dvojbrany před i po spojení stejné impedanční matice. Spojení je regulární.

Impedanční matice všech čtyř dílčích dvojbranů na obr. 4.42 jsou ve tvaru (ověřte)

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{|c|c|} \hline 1000 & 250 \\ \hline 250 & 500 \\ \hline \end{array}\ \Omega .$$

Pro regulární spojení musí platit, že impedanční matice výsledného dvojbranu je součet impedančních matic dílčích dvojbranů, neboli

$$\mathbf{Z}_{reg} = \mathbf{Z} + \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 2000 & 500 \\ 500 & 1000 \end{bmatrix} \Omega\,.$$

Obvod na obr. 4.42 a) lze zjednodušit: rezistory o odporech 750Ω a 250Ω jsou paralelně a spolu s dvojicí sériových odporů 250Ω tvoří odpor 687,5Ω. Pak je snadné určit impedanční parametry a zapsat je do impedanční matice:

$$\mathbf{Z}_{a)} = \begin{bmatrix} 1437{,}5 & 687{,}5 \\ 687{,}5 & 937{,}5 \end{bmatrix} \Omega\,.$$

Pro obvod a) tedy neplatí poučka o součtu impedančních matic.

U obvodu b) jsou dva vertikální rezistory 250Ω v sérii a tvoří 500Ω. Výpočet *z*-parametrů vede na matici

$$\mathbf{Z}_{b)} = \begin{bmatrix} 2000 & 500 \\ 500 & 1000 \end{bmatrix} \Omega\,,$$

takže zde poučka o součtu impedančních matic platí.

Pro úplnost ještě ověříme, zda došlo k porušení rovnosti branových proudů. Z obr. 4.42 a) vyplývá, že součtový proud I_1+I_2 se dělí na proudy I_a a I_b v závislosti na poměrů odporů 250Ω a 750Ω, tedy

$$I_a = (I_1 + I_2)\frac{250}{250+750} = 0{,}25(I_1 + I_2)\,,\; I_b = (I_1 + I_2)\frac{750}{250+750} = 0{,}75(I_1 + I_2)\,.$$

Je zřejmé, že obecně neplatí rovnosti branových proudů I_a = I_1 a I_b = I_2. Rovnost by nastala jen v případě, že proud I_2 by byl trojnásobkem proudu I_1. K tomu by došlo při rovnosti napětí U_1 a U_2.

Ověření poučky o rovnosti branových proudů u zapojení b) nemá smysl: jaký je poměr proudů, tekoucích dvojicí „paralelních zkratů“?

■

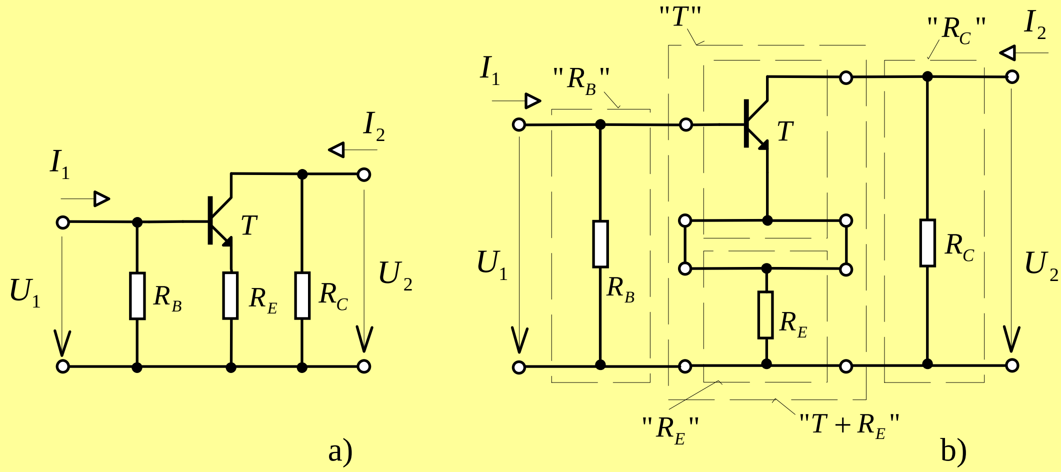
Existují jednoduché postupy, jak ověřit regulárnost spojení dvojbranů bez nutnosti zdlouhavých výpočtů a rozborů. Zájemce odkazujeme na [26].

Příklad 4.17: *Rozložení dvojbranu na regulární spojení dílčích dvojbranů*

Rozložte náhradní schéma tranzistorového zesilovače z obr. 4.43 a) na regulární spojení dílčích dvojbranů.

☑ ***Řešení*:**

Řešení je na obr. 4.43 b). Sériovým spojením dvojbranu „*T*“ s dvojbranem „R_E“ vznikne další dvojbran, který je v kaskádním spojení s dvojbrany „R_B“ a „R_C“.



Obr. 4.43: a) Náhradní schéma zesilovače pro střídavý signál, R_B = 500kΩ, R_E = 100Ω, R_C = 2kΩ, T: r_{BE} = 5kΩ, r_{CE} = 100kΩ, S = 100mA/V, b) rozklad obvodu na propojené dvojbrany.

■

Příklad 4.18: *Odvození kaskádní matice dvojbranu*

Odvoďte kaskádní matici A zesilovače z obr. 4.43.

☑ ***Řešení*:**

Nejprve stanovíme impedanční matice sériově spojených dvojbranů „*T*“ a „R_E“ a sečteme je. Tím získáme impedanční matici dvojbranu „*T* + R_E“. Tuto matici převedeme na kaskádní matici **A**. Určíme kaskádní matice dvojbranů „R_B“ a „R_C“ a v konečném kroku získáme výslednou kaskádní matici roznásobením kaskádních matic dvojbranů „R_B“, „*T* + R_E“ a „R_C“.

S využitím tabulky 4.5 a rovnic (4.33) až (4.36) stanovíme impedanční matici tranzistoru (prvky matice jsou vyčísleny v Ohmech):

$$\mathbf{Z}_T = \begin{array}{|c|c|} \hline r_{BE} & 0 \\ \hline -Sr_{BE}r_{CE} & r_{CE} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 5000 & 0 \\ \hline -50000000 & 100000 \\ \hline \end{array}.$$

Impedanční matici dvojbranu „R_E“ určíme snadno pomocí Tab. 3.3 (v Ohmech):

$$\mathbf{Z}_{RE} = \begin{array}{|c|c|} \hline R_E & R_E \\ \hline R_E & R_E \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 100 & 100 \\ \hline 100 & 100 \\ \hline \end{array}.$$

Impedanční matice dvojbranu „*T* + R_E“ bude

$$\mathbf{Z}_{T+RE} = \mathbf{Z}_T + \mathbf{Z}_{RE} = \begin{array}{|c|c|} \hline r_{BE} + R_E & R_E \\ \hline R_E - Sr_{BE}r_{CE} & r_{CE} + R_E \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 5100 & 100 \\ \hline -49999900 & 100100 \\ \hline \end{array}.$$

Impedanční parametry převedeme na kaskádní parametry podle Tab. 4.1. Prvky jsou vyčísleny v základních jednotkách.

$$\mathbf{A}_{T+RE} = \begin{bmatrix} -1{,}02.10^{-4} & -110{,}2102 \\ -2.10^{-8} & -2{,}002.10^{-3} \end{bmatrix}$$

Kaskádní matice dvojbranů “RB” a “RC” stanovíme podle Tab. 3.3:

$$\mathbf{A}_{RB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_B & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2.10^{-6} & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{RC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_C & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5.10^{-4} & 1 \end{bmatrix}.$$

Kaskádní matice celého zesilovače bude

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{RB}\mathbf{A}_{T+RE}\mathbf{A}_{RC} =$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2.10^{-6} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1{,}02.10^{-4} & -110{,}2102 \\ -2.10^{-8} & -2{,}002.10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5.10^{-4} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5{,}5207.10^{-2} & -1{,}1021.10^{2} \\ -1{,}1314.10^{-6} & -2{,}2224.10^{-3} \end{bmatrix}$$

Z fyzikálního významu kaskádních parametrů vyplývá velikost napěťového zesílení zesilovače při výstupu naprázdno:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{a_{11}} = -18.1.$$

Pro úplnost je připojen výpis M-souboru MATLABU pro automatizaci výše uvedených výpočtů:

Ukázka řešení pomocí MATLABu:

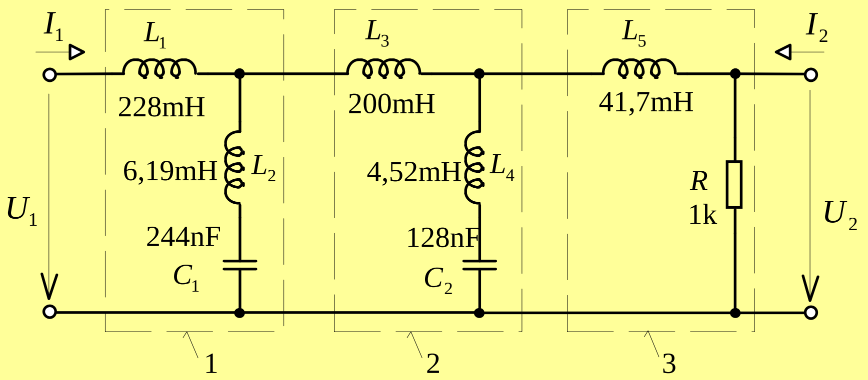
```
rbe=5000;rce=100000;S=0.1;        zadávání parametrů T
Rc=2000;Rb=500000;Re=100;         zadávání odporů v zesilovači
Zt=[rbe 0;-S*rbe*rce rce];        impedanční matice T
Zre=[Re Re; Re Re];               impedanční matice RE
Ztre=Zt+Zre;                      impedanční matice T+RE
d=det(Ztre);                      determinant impedanční matice
Atre=[Ztre(1,1) d;1 Ztre(2,2)]/Ztre(2,1);      převod  na  kaskádní
                                               parametry
Arb=[1 0;1/Rb 1];                 kaskádní matice RB
Arc=[1 0;1/Rc 1];                 kaskádní matice RC
A=Arb*Atre*Arc;                   kaskádní matice celého zes.
1/A(1,1)                          zobrazení zesílení
```

Nyní lze pohodlně zjišťovat, jak závisí zesílení například na velikosti emitorového odporu R_E. Při R_E = 0 vychází zesílení -196 (pak nepůsobí záporná zpětná vazba v obvodu).

■

Příklad 4.19: *Modelování přenosu signálu filtrem*

Pomocí kaskádních matic modelujte přenos napětí příčkového filtru na obr. 4.44 ze vstupní na výstupní bránu.



Obr. 4.44: Analyzovaný příčkový filtr a jeho rozklad na kaskádní tři sekce.

☑ ***Řešení*:**

Filtr rozdělíme na tři jednodušší dvojbrany, které jsou zapojeny v kaskádě. Vynásobíme matice typu **A** těchto dvojbranů. Výsledný přenos pak získáme jako reciprokou hodnotu parametru a_{11} (viz též příklad 4.18).

Kaskádní matice $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ a $\mathbf{A}_3$ dvojbranů č. 1, 2 a 3 získáme např. pomocí tabulky 4.3:

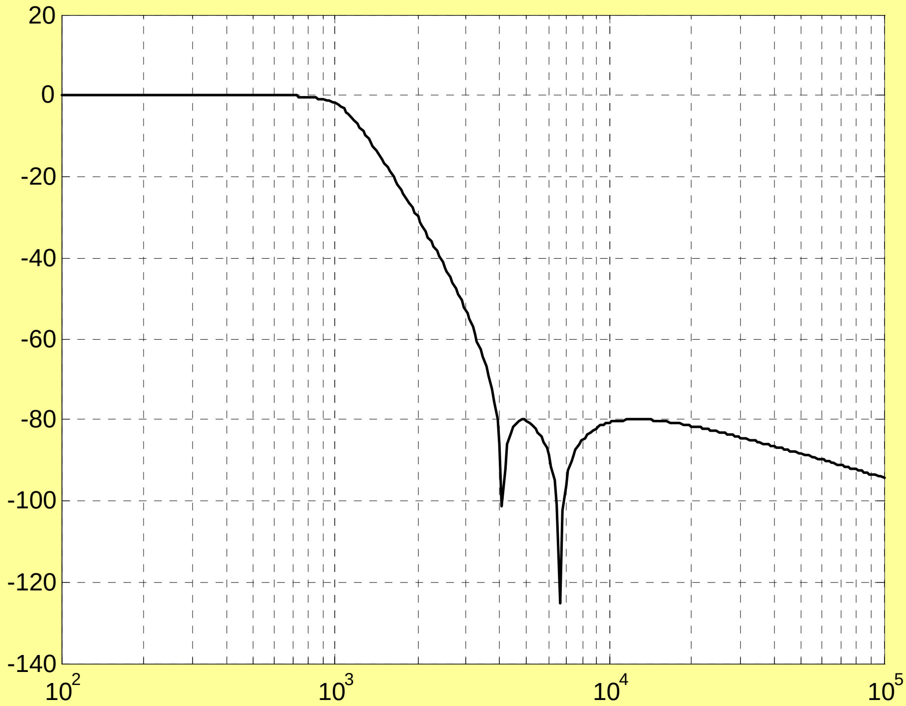
$$\mathbf{A}_1 = \begin{array}{|c|c|} \hline 1+\dfrac{j\omega L_1}{j\omega L_2+\dfrac{1}{j\omega C_1}} & j\omega L_1 \\ \hline \dfrac{1}{j\omega L_2+\dfrac{1}{j\omega C_1}} & 1 \\ \hline \end{array}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{array}{|c|c|} \hline 1+\dfrac{j\omega L_3}{j\omega L_4+\dfrac{1}{j\omega C_2}} & j\omega L_3 \\ \hline \dfrac{1}{j\omega L_4+\dfrac{1}{j\omega C_2}} & 1 \\ \hline \end{array}, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{array}{|c|c|} \hline 1+\dfrac{j\omega L_5}{R} & j\omega L_5 \\ \hline \dfrac{1}{R} & 1 \\ \hline \end{array}$$

Následuje ukázka numerického řešení v MATLABu včetně vykreslení kmitočtové závislosti přenosu – amplitudové kmitočtové charakteristiky.

💻 Ukázka řešení pomocí MATLABu:

```
L1=0.228;L2=6.19e-3;L3=0.2;L4=4.52e-3;L5=41.7e-3;
C1=244e-9;C2=128e-9;R=1000;
flog=(2:0.01:5);f=10.^flog;   tvorba logaritmické kmitočtové osy
                              od 100Hz do 100kHz
N=size(f,2);                  zjištění počtu bodů kmitočtové osy
gain=zeros(1,N);              tvorba nulového vektoru přenosu
for I=1:N                     výpočet přenosu „gain“ pro N kmitočtů
  fx=f(I);                    výběr I-tého kmitočtu z vektoru f
  jom=j*2*pi*fx;              výpočet komplexního kmitočtu jωf
  pom=1/(jom*L2+1/(jom*C1));  pomocná proměnná 1/(jωL2+1/(jωC1))
  A1=[1+jom*L1*pom jom*L1;pom 1];    výpočet matice A1
  pom=1/(jom*L4+1/(jom*C2));         pomocná proměnná
                                     1/(jωL4+1/(jωC2))
```

```
  A2=[1+jom*L3*pom jom*L3;pom 1]; výpočet matice A2
  A3=[1+jom*L5/R jom*L5;1/R 1];   výpočet matice A3
  A=A1*A2*A3;                    výpočet výsledné kaskádní matice
  gain(I)=1/A(1,1);              výpočet přenosu napětí = 1/a11
end;
semilogx(f,20*log10(abs(gain)))  vykreslení ampl. kmit. char.
grid                             zobrazení mřížky v grafu
```



Obr. 4.45: Amplitudová kmitočtová charakteristika filtru z obr. 4.44.

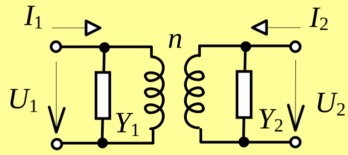
Filtr lze rozdělit na kaskádní bloky i jinými způsoby, například na šest vzájemně se střídajících podélných a příčných dvojpólů. Výhoda takového přístupu může být ve větší jednoduchosti dílčích kaskádních matic. Nevýhoda – větší počet matic – je snadno překonatelná výpočetní výkonností MATLABu. Následuje ukázka upraveného textu cyklu pro tento způsob modelování:

```
for I=1:N
    fx=f(I);
    jom=j*2*pi*fx;
    A1=[1 jom*L1;0 1];A2=[1 0;1/(jom*L2+1/(jom*C1)) 1];
    A3=[1 jom*L3;0 1];A4=[1 0;1/(jom*L4+1/(jom*C2)) 1];
    A5=[1 jom*L5;0 1];A6=[1 0;1/R 1];
    A=A1*A2*A3*A4*A5*A6;
    gain(I)=1/A(1,1);
end;
```

■

Příklad 4.20: *Určení hybridních matic dvojbranu*

Odvoďte hybridní matice H a K dvojbranu na obr. 4.46.



Obr. 4.46: Ideální transformátor s impedanční zátěží na primární i sekundární straně.

☑ ***Řešení*:**

Oboustranně zatížený transformátor můžeme chápat jako kaskádní spojení tří dvojbranů: dvojbranu v 1. sloupci tabulky 3.3, ideálního transformátoru, a dalšího dvojbranu stejného typu jako na začátku kaskády. Nejprve určíme výslednou kaskádní matici **A** jako součin tří dílčích kaskádních matic:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ Y_1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1/n & 0\\ 0 & n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ Y_2 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1/n & 0\\ Y_2 n+Y_1/n & n\end{bmatrix}.$$

Pomocí Tab. 3.1 provedeme převod na hybridní matice:

$$\mathbf{H}=\begin{bmatrix}0 & 1/n\\ -1/n & Y_2+Y_1/n^2\end{bmatrix},\ \mathbf{K}=\begin{bmatrix}Y_1+Y_2n^2 & -n\\ n & 0\end{bmatrix}.$$

■

📖 *Shrnutí a zobecnění:*

- *Zkratujeme-li sekundární bránu ideálního transformátoru, na primární bráně se objeví nulová impedance (zkrat se z výstupu transformuje na vstup jako zkrat).*

  Vyplývá to z nulového parametru h_{11}, což je vstupní impedance při výstupu nakrátko.
- *Zkratujeme-li primární bránu ideálního transformátoru, na sekundární bráně se objeví nulová impedance (zkrat se ze vstupu transformuje na výstup jako zkrat).*

  Vyplývá to z nulového parametru k_{22}, což je výstupní impedance při vstupu nakrátko.
- *Poměr výstupního a vstupního napětí je roven transformačnímu poměru n a nezávisí na impedancích, připojených k branám.*

  Toto vyplývá z parametrů h_{12} a k_{21}.
- *Poměr velikosti proudů primárním a sekundárním vinutím je roven transformačnímu poměru n a nezávisí na impedancích, připojených k branám.*

  Toto vyplývá z hodnot parametrů h_{21} a k_{12}.
- *Připojíme-li na výstupní bránu admitanci Y_2, transformuje se na vstupní bránu jako admitance Y_2n^2.*

  Toto vyplývá z vzorce pro parametr k_{11}.
- *Připojíme-li na vstupní bránu admitanci Y_1, transformuje se na výstupní bránu jako admitance $Y_1n/^2$.*

  Toto vyplývá z vzorce pro parametr h_{22}.

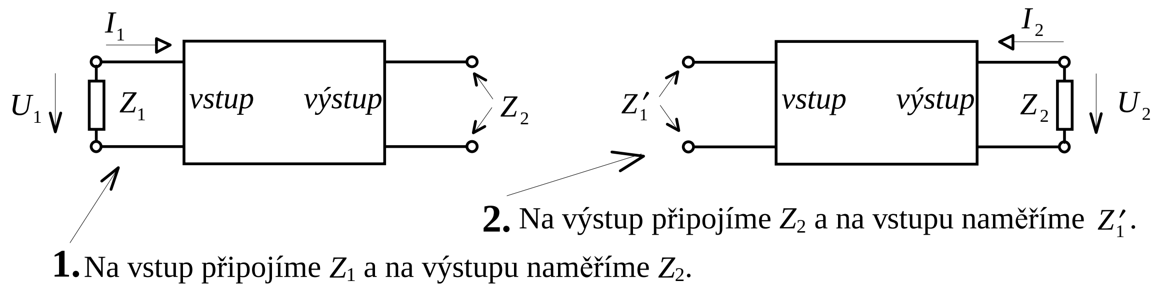
Praktickými příklady využití transformace impedance je výstupní transformátor pro převod nízké impedance reproduktoru v koncovém stupni zesilovače ve třídě A (dnes již málo používané, viz kapitola Zesilovače) nebo přizpůsobovací vf transformátorek pro impedanční přizpůsobení televizní dvojlinky a koaxiálního kabelu (viz část 4.5.8 *Obrazové impedance dvojbranu).*

4.5.8 Obrazové impedance dvojbranu

Obrazové impedance a impedanční přizpůsobení dvojbranu

Pojem **obrazové** nebo též vlnové či charakteristické **impedance** dvojbranu je spojován s problematikou tzv. **impedančního přizpůsobení**, která je důležitá např. v televizní technice pro minimalizaci tzv. odrazů signálu na rozhraní kabel-kabel nebo kabel – spotřebič. Například obrazová impedance koaxiálního kabelu by měla být shodná s impedancí anténních svorek televizoru. Zde je vhodné zdůraznit, že impedanční přizpůsobení je něco jiného než výkonové přizpůsobení, které je charakteristické tím, že impedance zátěže se v optimálním případě rovná komplexně sdružené vnitřní impedanci zdroje.

Obr. 4.47 znázorňuje následující pokus: V prvním kroku připojíme k vstupní bráně dvojbranu dvojpól o impedanci Z_1. Na výstupní bráně naměříme impedanci Z_2, která bude obecně záviset na impedanci Z_1 a na vlastnostech dvojbranu. V druhém kroku odpojíme dvojpól od vstupní brány a výstupní bránu zatížíme dvojpólem o impedanci Z_2, kterou jsme naměřili v prvním kroku. Na vstupní bráně naměříme impedanci Z_1', která se nemusí rovnat původní impedanci Z_1.



Když $Z_1' = Z_1$, pak $Z_1 = Z_{O1}$, $Z_2 = Z_{O2}$

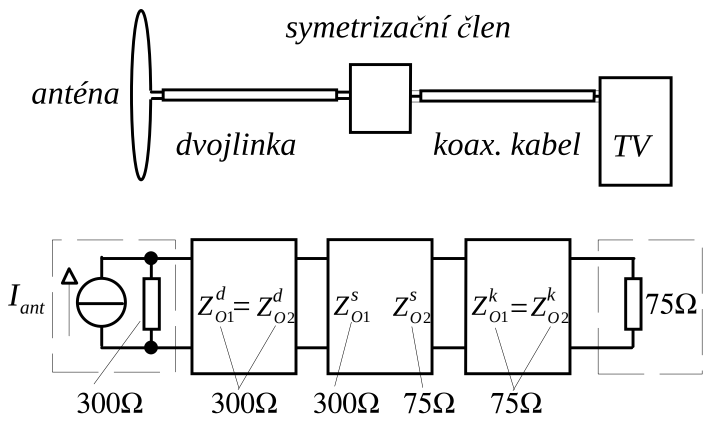
Obr. 4.47: K objasnění vstupní a výstupní obrazové impedance dvojbranu.

Pokud bychom tento pokus opakovali pro různé výchozí impedance Z_1, zjistili bychom, že existuje jen jedna hodnota Z_1, pro kterou dostaneme po provedení druhého kroku stejnou impedanci $Z_1' = Z_1$. Pak impedance Z_1 a Z_2 jsou tzv. vstupní a výstupní obrazové impedance dvojbranu Z_{O1} a Z_{O2}.

Na tomto místě je vhodné zdůraznit následující:

Zatížíme-li dvojbran na výstupních svorkách jeho výstupní obrazovou impedancí, bude vstupní impedance dvojbranu rovna jeho vstupní obrazové impedanci. Jinými slovy, dvojbran se bude „jevit“ obvodu, který budí jeho vstupní bránu, jako impedance Z_{O1}.

Připojíme-li k vstupní bráně dvojbranu jiný dvojbran o výstupní impedanci Z_{O1}, transformuje se tato impedance na výstupní bránu dvojbranu jako Z_{O2}.



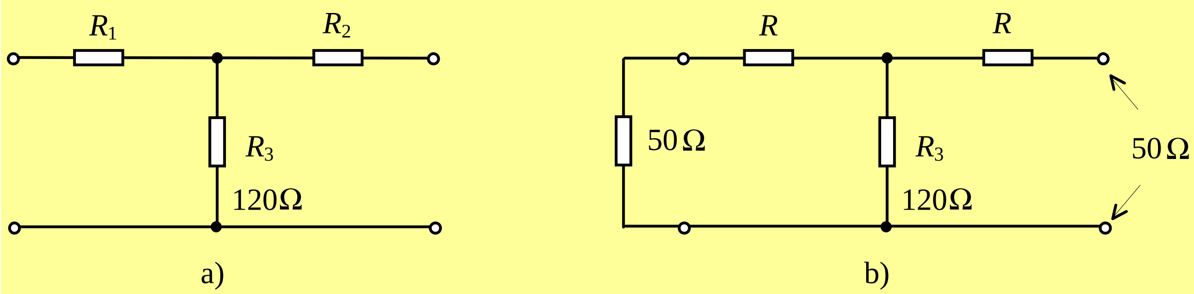
Obr. 4.48: K objasnění pojmu impedanční přizpůsobení.

Představíme-li si sdělovací řetězec pro přenos signálu jako kaskádní spojení dílčích systémů, které lze modelovat dvojbrany, např. anténní dvojlinka, přizpůsobovací člen, koaxiální kabel, anténní vstup televizoru, pak v každém „stykovém bodě“ mezi jednotlivými částmi řetězce musí být splněna podmínka impedančního přizpůsobení, to znamená, že propojované brány musí vykazovat stejnou impedanci. Toho se dosáhne tak, že každý dvojbran musí mít vstupní obrazovou impedanci shodnou s výstupní obrazovou impedancí předešlého dvojbranu v kaskádě.

Poznamenejme, že symetrizační člen na obr. 4.48, který zajišťuje impedanční přizpůsobení mezi dvojlinkou a koaxiálním kabelem, lze realizovat vf transformátorkem o transformačním poměru n = 2:1. Pak se - v souladu s výsledky příkladu 4.20 - bude impedance 75Ω, připojená k sekundáru, transformovat na primární stranu jako impedance n^2.75 = 300Ω a impedance 300Ω z primární strany se transformuje na sekundární stranu jako 300/ n^2 = 75Ω.

Příklad 4.21: *Impedančně přizpůsobený útlumový článek*

Na obr. 4.49 je schéma útlumového článku. Článek se zapojí mezi konce přerušeného koaxiálního kabelu o obrazové impedanci 50Ω. Slouží k zeslabování procházejícího signálu, např. příliš silného TV signálu, který by přebuzoval vstupní díl televizoru. Navrhněte odpory R_1 a R_2 tak, aby v místech spojení článku s kabely byla dodržena podmínka impedančního přizpůsobení.



Obr. 4.49: a) Útlumový T-článek, b) výstupní impedance při zatížení vstupní brány odporem 50Ω musí být rovněž 50Ω.

☑ ***Řešení*:**

Připojíme-li k jedné z bran článku kabel o impedanci 50 Ω, musíme naměřit na druhé bráně rovněž impedanci 50Ω. Článek tedy musí být podélně souměrným dvojbranem, neboli

$$R_1 = R_2 = R.$$

Odpor R navrhneme podle obrázku 4.49 b). Výstupní impedance, která musí být 50Ω, vychází

$$50 = (50 + R) \| 120 + R \text{, neboli } 50 - R = \frac{(50 + R).120}{50 + R + 120}.$$

Po úpravě získáme kvadratickou rovnici

$$R^2 + 240R - 2500 = 0$$

s řešeními R = -250Ω a R = 10Ω. Vybereme fyzikálně přípustné řešení

$$R = 10\Omega.$$

Snadno se můžeme přesvědčit, že platí relace na obr. 3.53 b): 50Ω v sérii s R = 10Ω tvoří 60Ω, toto paralelně se 120Ω dává odpor 40Ω. Po připočtení R = 10Ω v sérii dostáváme výstupní impedanci 50Ω.

Navržený útlumový článek má vstupní a výstupní obrazové impedance 50Ω a lze k němu „bez obav" připojit z obou stran dané koaxiální kabely.

■

Shrnutí a zobecnění:

- *V některých vf aplikacích je důležité sledovat podmínky tzv. impedančního přizpůsobení obvodů. Pro tyto aplikace je typické, že je lze modelovat kaskádním spojováním dvojbranů. Pokud spojované dvojbrany nejsou impedančně přizpůsobeny, vznikají v místě spojení tzv. odrazy vln napětí, resp. proudu, s negativními dopady např. na kvalitu přijímaného signálu.*
- *Pro každý dvojbran lze určit jeho tzv. vstupní a výstupní obrazovou impedanci. Pro podélně souměrný dvojbran jsou obě impedance stejné.*
- *Dvojbran je plně impedančně přizpůsobený, jestliže je zatížen na vstupní bráně jeho vstupní obrazovou impedancí a na výstupní bráně jeho výstupní obrazovou impedancí.*
- *Pokud dvojbran obsahuje reaktanční prvky, budou jeho obrazové impedance kmitočtově závislé. Ve skutečnosti je pak obtížné zajistit impedanční přizpůsobení pro různé kmitočty procházejícího signálu. Většinou je žádoucí zajistit toto přizpůsobení alespoň v omezeném kmitočtovém pásmu, v němž se nachází nejvíce energie zpracovávaného signálu.*
- *Typické podsystémy, které musí být impedančně přizpůsobeny v místě jejich spojení: anténa - TV dvojlinka, anténa – anténní zesilovač – koaxiální kabel, TV dvojlinka – přizpůsobovací člen – koaxiální kabel, koaxiální kabel – vstupní díl televizoru, koaxiální kabel – rozbočovač TV signálu – koaxiální kabel atd.*

Zjišťování obrazových impedancí ze stavů naprázdno a nakrátko

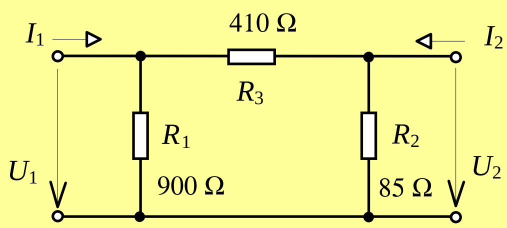
Pro praktické výpočty jsou užitečné následující poučky, které umožní jednoduše určit obrazové impedance dvojbranu ze stavů naprázdno a nakrátko:

Vstupní obrazová impedance se určí jako geometrický průměr vstupních impedancí při výstupu naprázdno ($Z_{1,0}$) a při výstupu nakrátko ($Z_{1,k}$). Výstupní obrazová impedance se určí jako geometrický průměr výstupních impedancí při vstupu naprázdno ($Z_{2,0}$) a při vstupu nakrátko ($Z_{2,k}$):

$$Z_{O1} = \sqrt{Z_{1,0} Z_{1,k}}\,,\; Z_{O2} = \sqrt{Z_{2,0} Z_{2,k}}\,. \tag{4.39}$$

Příklad 4.22: *Výpočet obrazové impedance*

Vypočtěte vstupní a výstupní obrazovou impedanci článku na obr. 4.50.



Obr. 4.50: Útlumový článek Π.

☑ ***Řešení***:

Nejprve vypočteme vstupní/vstupní impedanci článku při výstupu/vstupu naprázdno a nakrátko:

$$Z_{1,0} = R_1 \| (R_2 + R_3) = 900 \| 495 \doteq 319{,}4\Omega\,,$$

$$Z_{1,k} = R_1 \| R_3 = 900 \| 410 \doteq 281{,}7\Omega\,,$$

$$Z_{2,0} = R_2 \| (R_1 + R_3) = 85 \| 1310 \doteq 79{,}8\Omega\,,$$

$$Z_{2,k} = R_2 \| R_3 = 85 \| 410 \doteq 70{,}4\Omega\,.$$

Z (4.39) pak vychází

$$Z_{O1} = 300\Omega,\; Z_{O2} = 75\Omega.$$

Obvod tedy může být použit jako přizpůsobovací článek mezi TV dvojlinkou o impedanci 300Ω a koaxiálním kabelem o impedanci 75Ω.

■

Zjišťování obrazových impedancí z dvojbranových parametrů

Protože impedance dvojbranu ve stavech naprázdno a nakrátko lze zjistit z dvojbranových parametrů, není obtížné vyjádřit obrazové impedance dvojbranu přímo z jeho dvojbranových parametrů. Příslušné vzorce jsou shrnuty v Tab. 4.7.

Tab. 4.7: Vzorce pro výpočet obrazových impedancí a přenosů z dvojbranových parametrů.

	$Z_{O,1}^2$	$Z_{O,2}^2$	$K_{O,U}$	$K_{O,I}$
Z	$z_{11}^2 - z_{12}z_{21}\dfrac{z_{11}}{z_{22}}$	$z_{22}^2 - z_{12}z_{21}\dfrac{z_{22}}{z_{11}}$	$\dfrac{z_{22} - \sqrt{\dfrac{z_{22}}{z_{11}}\Delta_z}}{z_{12}}$	$\dfrac{z_{11} - \sqrt{\dfrac{z_{11}}{z_{22}}\Delta_z}}{z_{12}}$
Y	$\dfrac{1}{y_{11}^2 - y_{12}y_{21}\dfrac{y_{11}}{y_{22}}}$	$\dfrac{1}{y_{22}^2 - y_{12}y_{21}\dfrac{y_{22}}{y_{11}}}$	$\dfrac{-y_{11} + \sqrt{\dfrac{y_{11}}{y_{22}}\Delta_y}}{y_{12}}$	$\dfrac{-y_{22} + \sqrt{\dfrac{y_{22}}{y_{11}}\Delta_y}}{y_{12}}$
H	$h_{11}^2 - h_{12}h_{21}\dfrac{h_{11}}{h_{22}}$	$\dfrac{1}{h_{22}^2 - h_{12}h_{21}\dfrac{h_{22}}{h_{11}}}$	$\dfrac{1 - \sqrt{\dfrac{h_{11}h_{22}}{\Delta_h}}}{h_{12}}$	$\dfrac{\Delta_h - \sqrt{\Delta_h h_{11}h_{22}}}{h_{12}}$
K	$\dfrac{1}{k_{11}^2 - k_{12}k_{21}\dfrac{k_{11}}{k_{22}}}$	$k_{22}^2 - k_{12}k_{21}\dfrac{k_{22}}{k_{11}}$	$\dfrac{-\Delta_k + \sqrt{\Delta_k k_{11}k_{22}}}{k_{12}}$	$\dfrac{-1 + \sqrt{\dfrac{k_{11}k_{22}}{\Delta_k}}}{k_{12}}$
A	$\dfrac{a_{11}a_{12}}{a_{22}a_{21}}$	$\dfrac{a_{22}a_{12}}{a_{11}a_{21}}$	$\dfrac{a_{22} - \sqrt{\dfrac{a_{22}}{a_{11}}a_{12}a_{21}}}{\Delta_a}$	$\dfrac{a_{11} - \sqrt{\dfrac{a_{11}}{a_{22}}a_{12}a_{21}}}{\Delta_a}$
B	$\dfrac{b_{22}b_{12}}{b_{11}b_{21}}$	$\dfrac{b_{11}b_{12}}{b_{22}b_{21}}$	$b_{11} - \sqrt{\dfrac{b_{11}}{b_{22}}b_{12}b_{21}}$	$b_{22} - \sqrt{\dfrac{b_{22}}{b_{11}}b_{12}b_{21}}$

Obrazové přenosy a útlumy dvojbranu

Jsou-li dvojbrany v kaskádním spojení impedančně přizpůsobeny, zajímají nás kromě impedančních poměrů i jejich přenosové vlastnosti, zejména přenos napětí a proudu ze vstupu na výstup. Definujme následující obvodové funkce, všechny za předpokladu, že dvojbran je zatížen na výstupní bráně svou výstupní obrazovou impedancí:

Obrazový přenos napětí:

$$K_{O,U} = \frac{U_2}{U_1}. \tag{4.40}$$

Obrazový přenos proudu:

$$K_{O,I} = \frac{-I_2}{I_1}. \tag{4.41}$$

Obrazový útlum napětí:

$$G_{O,U} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{K_{O,U}}. \tag{4.42}$$

Obrazový útlum proudu:

$$G_{O,I} = \frac{I_1}{-I_2} = \frac{1}{K_{O,I}}. \tag{4.43}$$

Poznamenejme, že v literatuře je někdy zaměňován termín „útlum“ za „přenos“. Logaritmus obrazového přenosu, resp. útlumu, se nazývá **obrazová míra** přenosu, resp. útlumu.

V Tab. 4.7 jsou uvedeny vzorce pro výpočet obrazových přenosů dvojbranů z jejich dvojbranových parametrů. V případě speciálních dvojbranů, např. reciprocitních nebo podélně souměrných, lze tyto vzorce dále zjednodušit s využitím podmínek mezi dvojbranovými parametry, které byly shrnuty v Tab. 4.6. Například pro dvojbran reciprocitní podélně souměrný vycházejí stejné jak vstupní a výstupní obrazové impedance, tak i obrazové přenosy napětí a proudu. Tabulka 4.8, zjednodušená pro takový případ, je uvedena níže.

Tab. 4.8: Obrazový popis reciprocitního podélně souměrného dvojbranu.

	$Z_{O,1}^2 = Z_{O,2}^2 = Z_O^2$	$K_{O,U} = K_{O,I} = K_O$
Z	$z_{11}^2 - z_{12}^2$	$\frac{z_{11}}{z_{12}} - \sqrt{\left(\frac{z_{11}}{z_{12}}\right)^2 - 1}$
Y	$\frac{1}{y_{11}^2 - y_{12}^2}$	$-\frac{y_{11}}{y_{12}} + \sqrt{\left(\frac{y_{11}}{y_{12}}\right)^2 - 1}$
H	$\frac{h_{11}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{12}} - \sqrt{\frac{1}{h_{12}^2} - 1}$
K	$\frac{k_{22}}{k_{11}}$	$-\frac{1}{k_{12}} + \sqrt{\frac{1}{k_{12}^2} - 1}$
A	$\frac{a_{12}}{a_{21}}$	$a_{11} - \sqrt{a_{11}^2 - 1}$
B	$\frac{b_{12}}{b_{21}}$	$b_{11} - \sqrt{b_{11}^2 - 1}$

Příklad 4.23: *Výpočet obrazové impedance a obrazového útlumu*

Pomocí dvojbranových parametrů útlumového článku z obr. 4.49 b) odvoďte jeho obrazové impedance a jeho obrazový útlum. Odpor *R* má hodnotu 10Ω (vypočteno v příkladu 4.21).

☑ ***Řešení*:**

Článek je podélně souměrný, takže jeho vstupní a výstupní obrazové impedance jsou stejné. Podle Tab. 4.3 jsou například kaskádní parametry dvojbranu následující:

$$a_{11} = a_{22} = 1 + R/R_3 = 1 + 10/120 = 13/12\,,$$

$$a_{12} = 2R + R^2/R_3 = 20 + 100/120 = 125/6\,\Omega\,,\quad a_{21} = 1/R_3 = 1/120\,S\,.$$

Podle Tab. 4.7 vychází

$$Z_O = \sqrt{\frac{a_{12}}{a_{21}}} = \sqrt{\frac{125}{6}.120} = 50\Omega\,,\quad K_O = a_{11} - \sqrt{a_{11}^2 - 1} = \frac{13}{12} - \sqrt{\left(\frac{13}{12}\right)^2 - 1} = \frac{2}{3}\,,\quad G_O = \frac{1}{K_O} = 1{,}5\,.$$

V příkladu 4.21 byl článek navrhován tak, aby měl obrazovou impedanci právě 50Ω. Po vložení článku mezi padesátiohmové koaxiální kabely bude představovat útlum signálu 1,5 krát, tj. útlum o 3,5dB.

■

Příklad 4.24: *Výpočet obrazového útlumu napětí a proudu*

Určete obrazový útlum napětí a proudu článku na obr. 4.50.

☑ ***Řešení*:**

Dvojbran není podélně souměrný, použijeme tedy vzorce z Tab. 4.7. Z Tab. 4.3 vyplývá, že pro daný článek bude nejsnadnější určit parametry *y*:

$$y_{11} = \frac{1}{900} + \frac{1}{410} \doteq 3.55\,\text{mS},\ y_{12} = y_{21} = -\frac{1}{410} \doteq -2{,}439\,\text{mS},\ y_{22} = \frac{1}{410} + \frac{1}{85} \doteq 14{,}204\,\text{mS},$$

$$\Delta_y \doteq 44{,}476\,\mu S^2.$$

Z Tab. 3.7 pak dostáváme:

$$K_{OU} = \frac{-y_{11} + \sqrt{\dfrac{y_{11}}{y_{22}}\Delta_y}}{y_{12}} \doteq 8{,}855.10^{-2} \Rightarrow G_{Ou} = \frac{1}{K_{OU}} \doteq 11{,}3.$$

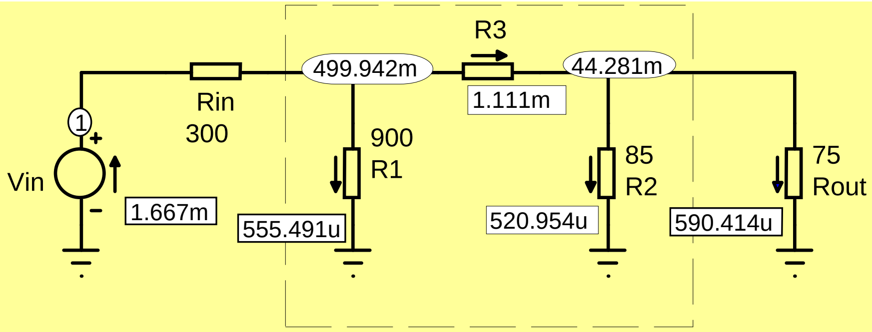
$$K_{OI} = \frac{-y_{22} + \sqrt{\dfrac{y_{22}}{y_{11}}\Delta_y}}{y_{12}} \doteq 0{,}3543 \Rightarrow G_{OI} = \frac{1}{K_{OI}} \doteq 2{,}823.$$

Fyzikální význam těchto výsledků je patrný z obr. 4.51, který ukazuje výsledky analýzy článku v programu Micro-Cap. Článek je zatížen svou výstupní obrazovou impedancí 75Ω a je napájen na vstupní bráně ze zdroje napětí 1V o vnitřním odporu 300Ω, což je vstupní obrazová impedance článku. Protože je článek na výstupu impedančně přizpůsoben, chová se na vstupní bráně jako odpor 300Ω. Va vstupní bráně by tedy měla být polovina vnitřního napětí zdroje, tj. půl voltu. Nepatrná chyba je mj. způsobena tím, že obrazové impedance dvojbranu nejsou zcela přesně 300Ω a 75Ω. Výstupní napětí je 44.281mV, čemuž odpovídá obrazový přenos a útlum napětí

$$K_{OU} \doteq \frac{44.281}{499.942} \doteq 8{,}857.10^{-2} \Rightarrow G_{Ou} = \frac{1}{K_{OU}} \doteq 11{,}29.$$

Z výstupního a vstupního proudu článku pak ověříme obrazový přenos a útlum proudu:

$$K_{OI} \doteq \frac{590{,}414}{1667} \doteq 0{,}3542 \Rightarrow G_{OI} = \frac{1}{K_{OI}} \doteq 2{,}823.$$



Obr. 4.51: Analýza impedančně přizpůsobeného článku z obr. 4.50 programem Micro-Cap. V elipsách jsou vyznačena uzlová napětí, v obdélnících větvové proudy.

■

5 OBECNÉ VLASTNOSTI LINEÁRNÍCH OBVODŮ A NÁSTROJE PRO JEJICH POPIS

Lineární nebo linearizované obvody, využívané v nejrůznějších aplikacích, jsou velmi různorodého charakteru. Přesto je však spojují určité obecné vlastnosti, které vyplývají především z toho, že chování těchto obvodů je podřízeno – na rozdíl od obvodů nelineárních – velmi specifickému principu, a to **principu superpozice**. Namátkou jmenujme některé obecné vlastnosti lineárních obvodů: může v nich nastat harmonický ustálený stav, neobohacují spektrum vstupního signálu, lze je modelovat kmitočtovou charakteristikou, při zdvojnásobení velikosti budicího signálu dojde k zdvojnásobení odezvy na signál, účinky nezávislých budicích zdrojů na obvod se nezávisle sčítají.

Díky obecným vlastnostem, které budou v této kapitole popsány, můžeme lépe chápat chování těchto obvodů při jejich interakci se signály. Na principu superpozice je založeno několik velmi užitečných nástrojů, jak tyto interakce jednoduše popisovat a modelovat. V kapitole se seznámíme mj. s využitím operátorového popisu lineárních obvodů, který nám umožní elegantně modelovat vlastnosti a chování obvodů v nejrůznějších režimech jejich činnosti.

5.1 ZÁKLADNÍ POJMY

Cíle kapitoly:

- Připomenout, co je princip superpozice, v jakých obvodech platí, a pro které typy problémů jej lze využít.
- Ukázat, co je to paměť elektrického obvodu, co jsou stavové veličiny a řád obvodu.
- Vysvětlit pojmy přirozená, vynucená a celková odezva obvodu.
- Definovat stabilitu elektrického obvodu.

5.1.1 Princip superpozice a jeho důsledky

Termínem **linearita** se označuje proporcionalita (přímá úměra) mezi příčinou (vstupem) a účinkem (výstupem). Navíc tento termín zahrnuje i superpozici příčin a účinků. Tyto dva aspekty linearity se nazývají **homogenita** a **aditivita** (podrobnosti viz [5, 12]).

Vlastnost **homogenity** nám poskytuje následující volnost při experimentování s lineárními obvody: Je třeba změřit odezvu zesilovače na skokovou změnu vstupního napětí z 0V na 1V. Na vstupu však máme k dispozici pouze zdroj napětí 100mV. Zjistíme tedy odezvu obvodu na skok z 0V na 100mV a pak zjištěnou odezvu 10krát zesílíme.

Při těchto experimentech je však třeba dávat pozor na to, že skutečný obvod se chová lineárně jen pro určité rozmezí signálových hodnot, které sice mohou být „beztrestně" překročeny v průběhu analýz nad lineárním modelem, nikoliv však u samotného obvodu.

Velmi užitečná je i vlastnost **aditivity**, která nabízí zjednodušovat výpočty odezev obvodu na dané buzení, a to v časové i kmitočtové oblasti. Složitý vstupní signál aproximujeme součtem signálů jednodušších. Jsme-li schopni určit odezvy obvodu na každý z těchto jednoduchých signálů, pak po sečtení dílčích odezev získáme odezvu na složitý signál. Na této myšlence je založena např. metoda výpočtu reakce obvodu na signál pomocí tzv. **konvoluce** nebo **metoda Fourierovy řady a kmitočtové charakteristiky**, kdy průchod periodického signálu obvodem řešíme rozfázovaně jako průchod harmonických složek, z nichž se vstupní signál skládá (viz obr. 4.24 na str. 49).

V části 5.1.2 ukážeme, že pokud obvod obsahuje akumulační prvky, pak reakce obvodu na vstupní signál bude záviset i na počátečním „stavu" těchto prvků. Například po připojení dvojpólu typu „RC" k baterii bude průběh napětí napětí na kapacitou záviset i na tom, na jaké počáteční napětí byl kapacitor nabit před připojením. Akumulační prvky se totiž chovají jako přídavné zdroje v obvodu, konkrétně nabitý kapacitor jako zdroj napětí a induktor jako zdroj proudu. **Princip superpozice** nám umožní dívat se na reakci obvodu na vstupní signál jiným pohledem: signály v obvodu lze chápat tak, že jsou složeny ze dvou částí: z reakce na signál a z reakce na počáteční energetický stav akumulačních prvků. Rozložením tzv. **celkové odezvy** na **vynucenou** a **přirozenou** (viz část 5.2) můžeme dosáhnout podstatných zjednodušení.

Principu superpozice využijeme i k představě, že odezva obvodu se skládá z tzv. **přechodné** a **ustálené složky**. Zajímá-li nás například pouze ustálená odezva, můžeme použít rychlou metodu, která bude přechodnou složku „ignorovat".

5.1.2 Stav, počáteční podmínky a řád lineárního obvodu

Akumulační prvky v setrvačném obvodu se chovají jako **paměť**: energie, nahromaděná v kapacitoru, je úměrná kvadrátu napětí na kapacitoru, energie induktoru zase kvadrátu proudu. Uvedené napětí a proudy jsou výsledkem „nabíjení" akumulačních prvků v minulosti a mají vliv na chování obvodu v budoucnosti. Obvod s pamětí se nazývá **dynamický**. Není-li v obvodu paměť, pak jde o obvod **statický**.

Čím větší počet akumulačních prvků je obsažen v obvodu, tím „rozsáhlejší je paměť". „Obsah" -stav paměti v konkrétním okamžiku lze popsat množinou čísel – velikostí napětí na kapacitorech a proudů induktory v tomto okamžiku. Tyto **stavové veličiny** mají speciální vlastnost: mohou se v čase měnit jen spojitě, tj v grafech jejich časových závislostí se nemohou objevovat skoky.

Pozorujeme-li, resp. analyzujeme-li elektrický obvod z určitého výchozího okamžiku, pak hodnoty stavových veličin v tomto výchozím časovém bodu nazýváme **fyzikální počáteční podmínky**. Tyto podmínky tedy popisují stav paměti obvodu na počátku analýzy.

Počet nezávislých stavových veličin, tj. veličin, které se mohou měnit „volně" jedna nezávisle na druhé, se nazývá **řád** obvodu *n*. Závislé veličiny jsou například napětí na kapacitorech, které jsou zapojeny paralelně nebo proudy induktorů v sérii. Závislé jsou rovněž například napětí na kapacitorech v sérii, k nimž je připojen ideální zdroj napětí, nebo proudy induktorů, které jsou spojeny do uzlu se zdrojem proudu. Platí tedy

$$\textit{řád obvodu} \leq \textit{počet } C + \textit{počet } L \textit{ v obvodu.} \qquad (5.1)$$

V daném okamžiku je výstup určen jednoznačně hodnotou vstupního signálu a stavem paměti Je-li obvod lineární, pak výstupní signál je dán lineární kombinací vstupního signálu a stavových veličin.

Stav paměti je výsledkem působení vstupu v minulosti. Porovnáváme-li stav paměti ve dvou po sobě jdoucích okamžicích, pak zjistíme, že se paměť postupně „přepisuje“ tak, že rychlost změny stavu paměti závisí na momentálním stavu paměti a na vstupním signálu. Například při nabíjení kapacitoru na napětí baterie před sériový rezistor bude rychlost nabíjení záviset nejen na napětí baterie, ale i na tom, na jaké napětí je kapacitor momentálně nabitý, „kolik mu zbývá“ do úplného nabití.

5.1.3 Vynucená, přirozená a celková odezva lineárního obvodu

Z předchozího textu je zřejmé, že obvod reaguje na zdroje dvojího typu: na vstupní signál a na počáteční energetický stav vnitřních akumulačních prvků (stav paměti), které se chovají jako přídavné zdroje. Jedná-li se o lineární obvod, v němž platí princip superpozice, pak lze výslednou odezvu obvodu rozložit na dvě části:

výstup(t) = *vynucená odezva*(t) + *přirozená odezva*(t), (5.2)

kde

vynucená odezva (angl. Forced Response) je odezva obvodu na signál, který působí od počátečního času t_0 při „vynulované paměti“ v čase t_0, tj. při nulových počátečních napětích na kapacitorech a nulových počátečních proudech induktory,

přirozená odezva (angl. Zero-Input Response nebo Natural Response nebo Free Mode) je odezva obvodu na jeho počáteční stav, tj. na nenulové fyzikální počáteční podmínky při nepůsobení vstupních signálů.

Příkladem může být kapacitor, nabitý na napětí 1V, který je v čase 0 připojen přes rezistor k baterii o napětí 6V. „Nabíjecí exponenciála“ začíná z výchozího napětí 1V a směřuje k hodnotě ustáleného stavu 6V. Tento děj lze rozložit na dva dílčí děje:

Kapacitor se nabíjí na napětí baterie z počáteční hodnoty napětí 0V (uvažuje se „vynulovaná paměť“, vynucená odezva na vstup).

Kapacitor se vybíjí z počátečního napětí 1V přes rezistor (uvažuje se „vynulovaný vstup“ – zkrat namísto baterie, přirozená odezva na počáteční stav).

Přirozená odezva tedy ukazuje, co se stane, ponechá-li se obvod "sám sobě". Je-li například paralelní rezonanční obvod ponechán "sám sobě", v důsledku rozptylu energie na odporových prvcích obvod nakonec dospěje do nulového stavu. Přechod z výchozího do tohoto konečného stavu se děje formou exponenciálně tlumených harmonických kmitů.

Doplníme-li rezonanční obvod řídicím mechanismem, který hlídá stav obvodu a zpětně dodává do obvodu energii kryjící jeho ztráty, dostaneme oscilátor. Přirozená odezva bude nyní harmonická bez exponenciálního tlumení. Nebude-li však regulační mechanismus správně seřízen, může přirozená odezva zanikat (nevykompenzování ztrát), nebo se může naopak objevit tendence jejího neohraničeného růstu (překompenzování ztrát).

5.1.4 Stabilita lineárního obvodu

Z předchozího příkladu je zřejmé, že přirozená odezva může nabývat různých forem:

- *Časem zaniká*. Pak obvod nazýváme **asymptoticky stabilní** vzhledem k výchozímu stavu.

- *Ustálí se v konečných mezích* (buď periodicky se opakující nebo konstantní stav). O obvodu se říká, že je **stabilní** (případně že je **na mezi stability**) vzhledem k výchozímu stavu.

- *Má tendenci k neohraničenému růstu*. Obvod je **nestabilní** vzhledem k výchozímu stavu.

Obvody obsahující pouze pasivní prvky typu *R*, *L* a *C* mají vždy stabilní chování. Přítomnost aktivního prvku s vnějším přívodem energie (tranzistor, operační zesilovač, tunelová dioda,…) může být zdrojem nestability.

Je zřejmé, že průběh přirozené odezvy bude záviset na volbě výchozího stavu. Z předchozích příkladů je ale vidět, že **tendence** pohybu (konvergence, divergence) zde není výchozím stavem ovlivněna. Je tomu tak proto, že obvod je lineární. Tendence pohybu je určována vlastnostmi obvodu, které v případě linearity nezávisejí na jeho stavu. Jiná situace nastává u nelineárních obvodů, kdy při některých počátečních stavech může přirozená odezva zanikat a při jiných zase divergovat.

Testováním přirozené odezvy tedy můžeme zjišťovat následující informace o obvodu:

- *Stabilitu* (sledováním konvergence).

- *Linearitu* (sledování "podobnosti" odezev při různých počátečních stavech).

- *Dynamické vlastnosti* (sledování charakteru přechodu obvodu do nového stavu: rychlost přechodu, monotonicita nebo zakmitávání, frekvence zakmitávání apod.)

K vyhodnocování těchto testů, zejména posledně jmenovaného, je zapotřebí určitých zkušeností a teoretických znalostí z oblasti časových a spektrálních charakteristik obvodů a jejich souvislostí. Těmito otázkami se budeme zabývat v části 5.2.4.

Chování obvodu při buzení vnějším signálem je složitější, neboť je ovlivňováno i charakterem tohoto signálu. Z hlediska posuzování stability buzeného obvodu se používají dva základní přístupy: Obvod je **stabilní podle Ljapunova**, pokud se všechny stavové veličiny obvodu budou pohybovat v rámci konečných, ohraničených hodnot. Obvod je stabilní ve smyslu „**ohraničený vstup – ohraničený výstup**“ (angl. BIBO – Bounded Input Bounded Output), jestliže každý budicí signál, ohraničený v hodnotách, vyvolává výstupní signál, rovněž ohraničený v hodnotách. Lze dokázat, že pro většinu lineárních obvodů je „BIBO“ stabilita totéž co asymptotická stabilita [22].

Z hlediska konstruktéra nebo uživatele elektronického obvodu, například zesilovače, který má zpracovávat signály v lineárním režimu, je prakticky vždy vyžadováno, aby obvod byl asymptoticky stabilní. Obvody, které se teoreticky chovají tak, že se nacházejí na mezi stability, jako například integrátory, mohou v důsledku vždy přítomných reálných vlivů vykazovat nestabilní chování. Tyto negativní jevy lze vyloučit, pokud je daný obvod součástí složitějšího obvodu, v němž působí stabilizační účinky záporné zpětné vazby.

5.2 ZÁKLADNÍ PŘENOSOVÉ CHARAKTERISTIKY LINEÁRNÍHO OBVODU A JEJICH POUŽITÍ

Cíle kapitoly:

- Vysvětlit pojmy kmitočtová, impulsní a přechodová charakteristika, operátorová přenosová funkce lineárního obvodu a jejich vzájemný vztah.

- Ukázat, jak lze určit vynucenou odezvu obvodu na signál z přechodné a impulsní charakteristiky obvodu.
- Vysvětlit praktické výpočty v obvodech na základě operátorového počtu a že základem může být sestavení přenosové funkce obvodu.
- Vysvětlit souvislosti mezi nulovými body a póly přenosové funkce a kmitočtovou charakteristikou obvodu.
- Vysvětlit souvislosti mezi polohou pólů obvodu v komplexní rovině a stabilitou obvodu.
- Objasnit způsoby práce s Bodeho asymptotickými kmitočtovými charakteristikami.

5.2.1 Kmitočtová, impulsní a přechodová charakteristika a operátorová přenosová funkce

Čtveřice běžně používaných charakteristik, které vyjadřují vstupně-výstupní přenosové vlastnosti obvodů, je shrnuta v Tab. 5.1. Platí mezi nimi jednoznačné převodní vztahy. Známe-li jednu z charakteristik $g(t)$, $h(t)$ nebo $K(p)$, lze ostatní odvodit.

Tab. 5.1: Přenosové charakteristiky lineárního obvodu a jejich vzájemné vztahy: Komplexní kmitočtová charakteristika $\dot{K}(j\omega)$, operátorová přenosová funkce $K(p)$, impulsní charakteristika $g(t)$, přechodová charakteristika $h(t)$. Symboly F a L představují Fourierovu a Laplaceovu transformaci.

	$\dot{K}(j\omega)$	$K(p)$	$g(t)$	$h(t)$
$\dot{K}(j\omega)$	$\dot{K}(j\omega)$	$K(p)$ pro $p = j\omega$	$\mathrm{F}\{g(t)\}$	$j\omega\mathrm{F}\{h(t)\}$
$K(p)$	$\dot{K}(j\omega)$ pro $j\omega = p$	$K(p)$	$\mathrm{L}\{g(t)\}$	$p\mathrm{L}\{h(t)\}$
$g(t)$	$\mathrm{F}^{-1}\{\dot{K}(j\omega)\}$	$\mathrm{L}^{-1}\{K(p)\}$	$g(t)$	$\frac{d}{dt}\{h(t)\}$
$h(t)$	$\mathrm{F}^{-1}\left\{\frac{1}{j\omega}\dot{K}(j\omega)\right\}$	$\mathrm{L}^{-1}\left\{\frac{1}{p}K(p)\right\}$	$\int_{-\infty}^{t} g(\tau)d\tau$	$h(t)$

Kmitočtové charakteristiky: - Jejich podstata je vysvětlena od str. 45. Lze z nich určit ustálenou odezvu obvodu na harmonický signál různého kmitočtu, resp. na obecný signál se známým spektrem.

Časové charakteristiky:
- **impulsní charakteristika** = vynucená odezva obvodu na Diracův impuls δ(t),
- **přechodová charakteristika** = vynucená odezva obvodu na jednotkový skok 1(t).

Operátorové charakteristiky: - **přenosová funkce** = poměr Laplaceových obrazů vynucené odezvy obvodu na vstup a Laplaceova obrazu vstupního signálu.

Význam těchto charakteristik spočívá v tom, že z jejich specifických vlastností lze mnohdy odhadnout „na první pohled“ chování obvodu při působení různých signálů, jakož i schopnost obvodu přenášet ze vstupu na výstup různě rychlé signálové změny. Každá z charakteristik vyjadřuje dynamické vlastnosti obvodu z jiného úhlu pohledu.

Výše uvedené kmitočtové a časové charakteristiky lze poměrně snadno získat experimentálně. Způsob měření kmitočtové charakteristiky byl popsán v části 4.4.3. O způsobech stanovení časových charakteristik pojednáme níže. Operátorové přenosové funkce lze určit analýzou obvodu způsoby, které jsou popsány v příloze „Operátorový počet v elektrotechnice“.

V části 4.4.4 bylo ukázáno, že kmitočtová charakteristika obvodu sice popisuje jeho přenosové vlastnosti při harmonickém buzení, můžeme jí však využít pro zkoumání přenosu neharmonických signálů, pokud známe jejich harmonické složky. Obdobný způsob práce je běžný i u časových charakteristik: známe-li odezvu na Diracův impuls, resp. na jednotkový skok, pak lze určit i odezvu na jiný známý budicí signál. Tento postup, který vychází z představy rozkladu signálu na elementární „segmenty“, popíšeme v části 5.2.3.

Jakýmsi zobecněním, resp. „kompaktní formou“ výše uvedených charakteristik je operátorová přenosová funkce. V části 5.2.4 ukážeme, jak jednoduché je z přenosové funkce vyjádřit kmitočtovou, impulsní i přechodovou charakteristiku, jakož i další vlastnosti obvodu.

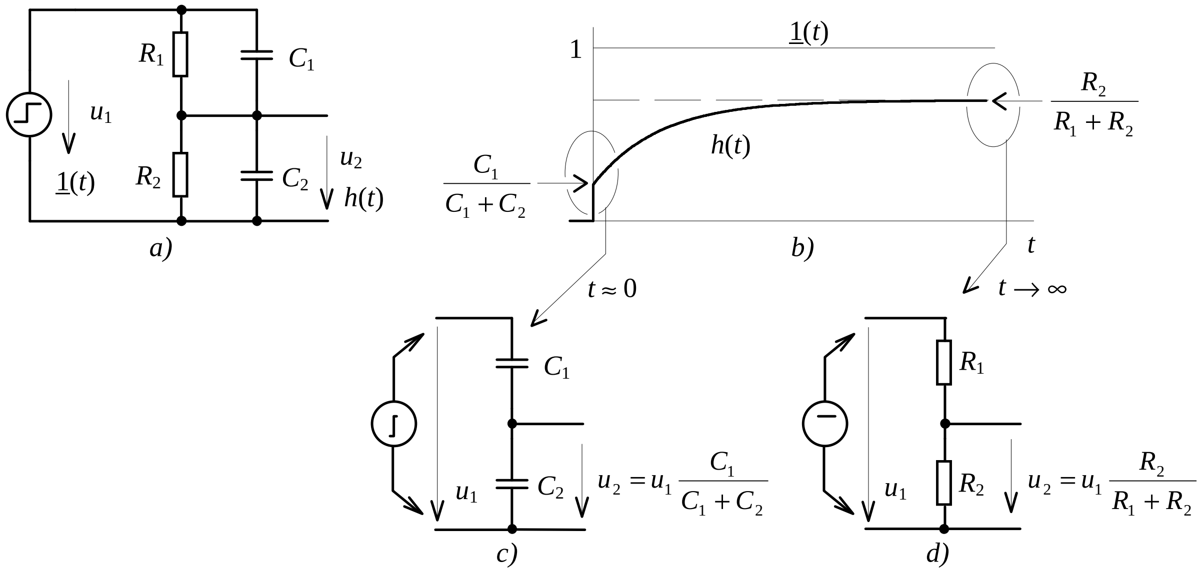
Souvislosti mezi jednotlivými charakteristikami lineárního obvodu jsou přehledně znázorněny na obr. 9.8 v dodatku „Operátorový počet v elektrotechnice“.

5.2.2 Přechodová a impulsní charakteristika a jejich vztah ke kmitočtové charakteristice

Přechodová charakteristika (někdy též přechodná, angl. **Step Response**) obvodu $\boldsymbol{h(t)}$ je jeho **vynucená** odezva na jednotkový skok. Před přivedením skoku se tedy obvod musí nacházet v nulovém počátečním stavu.

Z porovnání přechodové charakteristiky a jednotkového skoku můžeme posoudit, jakým způsobem byl skok deformován. Z charakteru deformace lze usuzovat na dynamické vlastnosti obvodu.

Na obr. 5.1 je příklad analogového obvodu a jeho odezvy na jednotkový skok. Jde o odporově-kapacitní dělič napětí, pomocí něhož lze například modelovat chování měřicí sondy k osciloskopu. V čase $t = 0$, kdy se vstupní signál prudce mění z nuly na úroveň 1V, je obvod vystaven náročnému testu – jak je schopen reagovat na tuto rychlou změnu. Z obr. 5.1 b) je zřejmé, že skoková změna se přenese na výstup rovněž skokově, ovšem s menší úrovní skoku $C_1/(C_1 + C_2)$. Je tomu tak proto, že v prvním okamžiku byly oba kapacitory vybity a představovaly tedy napěťový zkrat, takže zpočátku se na přenosu nepodílejí "zkratované" rezistory R_1 a R_2. Skok se tedy na výstup přenese s dělicím poměrem kapacitního děliče (obr. 5.1 c). Pak dochází k přechodnému jevu a systém spěje do nového ustáleného stavu. Tento stav je charakteristický tím, že kapacitory jsou již plně nabity a neteče jimi proud. V tomto ustáleném stavu se proto na přenosu napětí podílejí pouze rezistory, ustálená úroveň přechodové charakteristiky je dána dělicím poměrem odporového děliče $R_2/(R_1 + R_2)$ (obr. 5.1 d).



Obr. 5.1: a) odporově-kapacitní dělič napětí, b) jeho přechodová charakteristika, c) přenos prudkých signálových změn je určován kapacitním děličem, d) přenos pomalých změn a neproměnného signálu je určován odporovým děličem.

Na obvodu je zajímavé, že pokud jsou přenosy kapacitního a odporového děliče stejné, t.j.

$$\frac{C_1}{C_1+C_2}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\text{, neboli } R_1C_1=R_2C_2, \tag{5.4}$$

pak charakteristika nevykazuje přechodovou složku a je skoková stejně jako vstupní signál. Tohoto jevu se využívá k tzv. vykompenzování děliče napětí. Takový dělič se z hlediska vstupně-výstupního chování jeví jako statický systém bez paměti, který do signálu nezanáší lineární zkreslení.

Zobecníme-li poznatky z příkladu, můžeme konstatovat, že:

Veličina $h(0^+)$ (limita zprava) udává schopnost obvodu přenášet rychlé signálové změny (skoky). Je-li $|h(0^+)| > 1$ (resp. < 1, resp. $= 0$), pak jsou tyto rychlé změny zesilovány (resp. zeslabovány, resp. zcela potlačovány).

Ve skutečnosti žádný reálný systém není schopen přenést bez zkreslení ze vstupu na výstup úsek signálu s nekonečně velkou derivací, což je dáno jeho setrvačností. Proto přesně vzato jsou přechodové charakteristiky reálných systémů spojité v počátku souřadnic a $h(0^+) = 0$. Můžeme se o tom přesvědčit na našem obvodu z obr. 5.1, budeme-li například uvažovat nenulový vnitřní odpor zdroje napětí.

Ze studia spekter a kmitočtové charakteristiky víme, že schopnost přenášet rychlé signálové změny lze vyjádřit i poměrem amplitud výstupního a vstupního signálu systému v harmonickém ustáleném stavu pro kmitočet $f \to \infty$. Proto platí

$$h\left(0^+\right)=K(\infty), \tag{5.5}$$

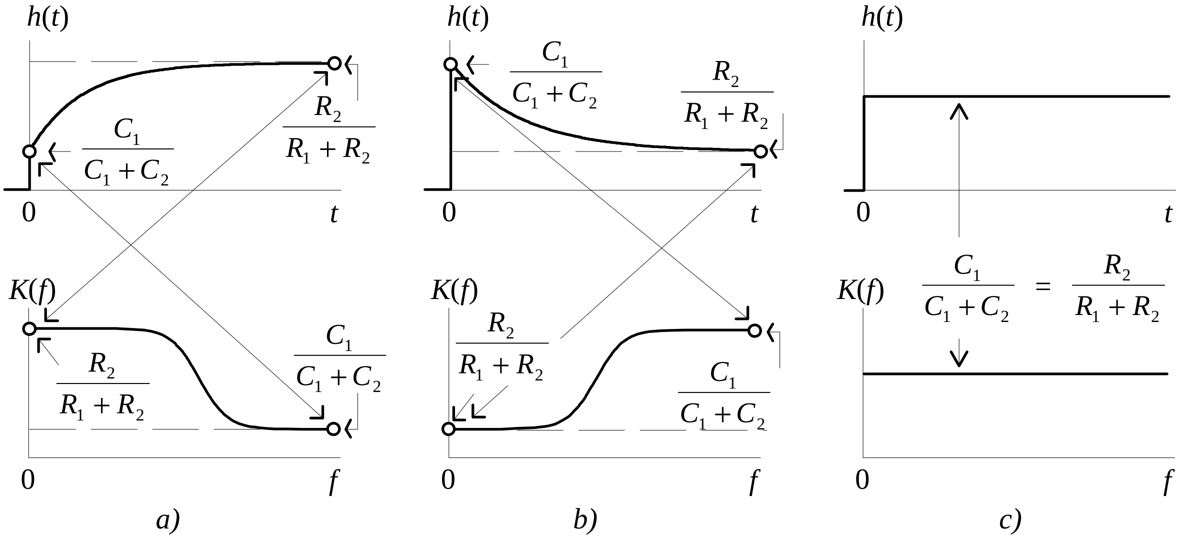
kde $K(\infty)$ je limita, k níž se blíží graf amplitudové kmitočtové charakteristiky pro $f \to \infty$.

Veličina $h(\infty)$ (pokud existuje) udává schopnost obvodu přenášet konstantní (neměnný) signál ze vstupu na výstup. Je tomu tak proto, že po odeznění reakce na počáteční skok obvod reaguje už jen na konstantní jednotkovou úroveň vstupu, je v stejnosměrném ustáleném stavu.

Zde je rovněž zřejmá souvislost mezi přechodovou a kmitočtovou charakteristikou: Schopnost přenášet relativně pomalé změny lze vyjádřit i přenosem amplitud harmonického signálu pro $f \to 0$. Je tedy

$$h(\infty) = K(0). \tag{5.6}$$

Souvislosti mezi limitními body přechodové a amplitudové kmitočtové charakteristiky jsou znázorněny pro případ obvodu z obr. 5.1 a) na obr. 5.2.



Obr. 5.2: Souvislosti mezi souřadnicemi přechodové charakteristiky $h(0^+)$ a $h(\infty)$ a souřadnicemi amplitudové kmitočtové charakteristiky $K(\infty)$ a $K(0)$ obvodu z obr. 5.1 a). Obrázek c) znázorňuje situaci, kdy v důsledku vhodné volby parametrů obvodu došlo k jeho degeneraci na nesetrvačný obvod.

Velmi zajímavé jsou souvislosti mezi **celkovými průběhy** přechodové a kmitočtové charakteristiky. Z průběhu přechodové charakteristiky je možno usuzovat na typy **módů** obvodu (viz str. 124 a [5]), které určují i charakter kmitočtové charakteristiky. Objevuje-li se v přechodové charakteristice dominantní kmitavý mód, pak lze očekávat v blízkosti tohoto kmitočtu rezonanční převýšení amplitudové kmitočtové charakteristiky. Průběh přechodové odezvy je však spjat nejen s amplitudovou charakteristikou, ale silně závisí i na fázové kmitočtové charakteristice.

Přechodovou charakteristiku lze experimentálně stanovit tak, že obvod budíme periodickým obdélníkovým signálem a na osciloskopu sledujeme odezvu. Doba trvání jednoho obdélníkového impulsu musí být tak dlouhá, aby byl dostatek času na vykreslení celé přechodové charakteristiky, tj. aby se obvod dostal do stejnosměrného ustáleného stavu. Před příchodem dalšího impulsu je třeba zajistit nulování počátečního stavu, což lze většinou zabezpečit přímo působením napětí nulové úrovně v době mezi sousedními impulsy.

Impulsní charakteristika (někdy též impulsová, angl. **Pulse Response**) obvodu ***g*(*t*)** je jeho **vynucená** odezva na Diracův impuls.

Přivedením Diracova impulsu na vstup obvodu podrobujeme tento obvod ještě náročnějšímu testu než v případě jeho vybuzení jednotkovým skokem, kdy obvod reagoval na **konečnou** změnu signálu v nekonečně krátkém časovém intervalu. Nyní má reagovat na dvě **nekonečně** velké změny v nekonečně krátkém intervalu po sobě: na změnu z 0 do ∞ a z ∞ do 0. Z [17] je známo, že že čím užší je impuls, tím širší má spektrum. Nekonečně úzký Diracův impuls má nekonečně široké spektrum, takže test Diracovým impulsem je ekvivalentní situaci, kdy přivedeme na vstup obvodu současně harmonické signály v kmitočtové škále od 0 Hz až do ∞ Hz. Tuto množinu signálů není schopen reálný obvod přenést bez zkreslení, takže na impulsní charakteristiku lze pohlížet jako na zdeformovaný Diracův impuls. Podle charakteru deformace můžeme usuzovat na dynamické vlastnosti obvodu podobně jako v případě přechodové charakteristiky.

Z [5] víme, že Diracův impuls je derivací jednotkového skoku a jednotkový skok je zase integrálem Diracova impulsu. Využijme této souvislosti k určení vztahu mezi přechodovou a impulsní charakteristikou. Z teorie systémů je známa následující poučka [5]:

Vynucená odezva lineárního stacionárního systému na časovou derivaci (integrál) signálu je časovou derivací (integrálem) vynucené odezvy na tento signál.

Tato poučka vyplývá z principu superpozice. Důkaz je uveden například v [5]. Z poučky pak vyplývá, že:

Impulsní charakteristika je derivací přechodové charakteristiky:

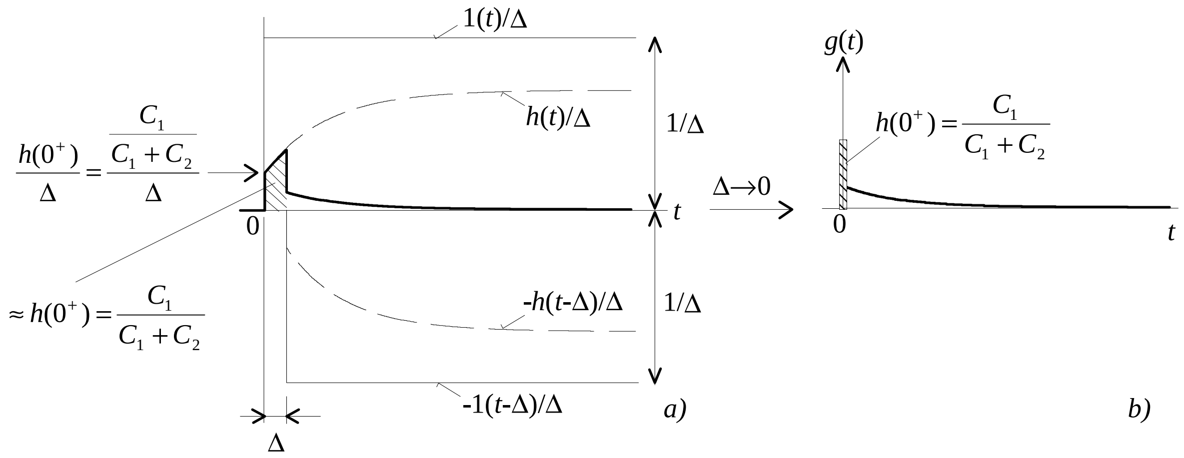
$$g(t) = h'(t)\,, \tag{5.7}$$

a naopak přechodová charakteristika je integrálem impulsní charakteristiky:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{t} g(\alpha)\,d\alpha\,. \tag{5.8}$$

Vztah mezi $g(t)$ a $h(t)$ je vysvětlen na obr. 5.3 na příkladu obvodu z obr. 5.1 a). Na vstup působí rozdíl dvou jednotkových skoků $[1(t) - 1(t-\Delta)]/\Delta$, který pro $\Delta \to 0$ konverguje k Diracovu impulsu $\delta(t)$. Odezva, neboli rozdíl odpovídajících posunutých a váhovaných přechodových charakteristik, pak konverguje k impulsní charakteristice.

Průběh impulsní charakteristiky z obr. 5.3 b) lze získat přímo grafickou derivací křivky $h(t)$ z obr. 5.1 b). V počátku se objeví Diracův impuls o mohutnosti $h(0^+)$, což je derivace skoku z hodnoty 0 na $h(0^+)$. Zopakujme, že tento impuls není přítomen v impulsních charakteristikách reálných obvodů, u nichž je přechodová charakteristika spojitá v počátku ($h(0^+)=0$).



Obr. 5.3: Odezvu obvodu z obr. 5.1 a) na obdélníkový impuls lze složit ze dvou odezev na skokové signály; pro Δ→0 tato odezva konverguje k impulsní charakteristice.

Z grafu impulsní charakteristiky lze usuzovat, že obvod dobře reaguje na rychlé změny vstupního signálu, neboť vstupní Diracův impuls byl přenesen na výstup, i když jeho původní mohutnost 1 se zmenšila na $C_1/(C_1+C_2)$. Mohutnost tohoto impulsu tedy udává stejnou informaci jako veličina $h(0^+)$ v přechodové charakteristice, totiž míru přenosu „rychlých“ signálů. Vstupní Diracův impuls však není přenesen ideálně, o čemž svědčí exponenciální doznívání impulsní charakteristiky.

Zbývá objasnit, jak je možné z impulsní charakteristiky určit schopnost obvodu přenášet pomalé změny signálu. Víme, že přenos pomalých změn lze určit z přechodové charakteristiky jako $h(\infty)$. Ze vztahu mezi přechodovou a impulsní charakteristikou vyplývá, že

$$h(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha) d\alpha \, . \tag{5.9}$$

Proto přenos pomalých změn je dán celkovou plochou, ohraničovanou impulsní charakteristikou a osou času. V našem konkrétním případě je tato plocha větší, než mohutnost Diracova impulsu v počátku, takže přenos pomalých změn je větší než přenos rychlých změn. To je zcela v souladu s našimi předchozími zjištěními.

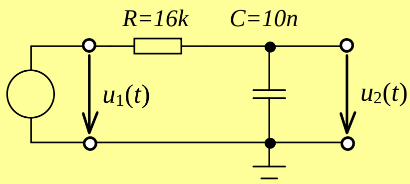
Nabízí se otázka, jakým způsobem je možno zjistit impulsní charakteristiku obvodu experimentálně, protože, jak známo, vlastní budicí Diracův impuls je nerealizovatelný. Řešení je naznačeno již na obr. 5.3. Obvod je možné budit impulsy, které jsou „podobné“ Diracovým impulsům. Je-li impuls dostatečně úzký, to znamená je-li jeho šířka několikanásobně menší, než kolik činí časové konstanty obvodu, pak odezva na tento impuls je až na multiplikativní konstantu prakticky totožná s impulsní charakteristikou. Pak platí:

odezva na „krátký“ impuls = impulsní charakteristika x plocha impulsu. (5.10)

Je-li například použit měřicí impuls o úrovni 5V a šířce 10μs, pak funkční hodnoty impulsní charakteristiky budou oproti změřeným 20000krát větší ($1/(5.10.10^{-6})$).

Příklad 5.1: *Výpočet impulsní a přechodové charakteristiky*

Určete přechodovou a impulsní charakteristiku RC článku na obr. 5.4.



Obr.5.4. Analyzovaný RC článek (viz též obr. 4.23 na str. 47).

☑ ***Řešení:***

Přechodovou charakteristiku článku určíme podle její definice jako časový průběh napětí $u_2(t)$, přivedeme-li v čase t = 0 na vstup článku napětí 0V, přičemž v okamžiku přivedení tohoto napětí byl kapacitor vybitý.

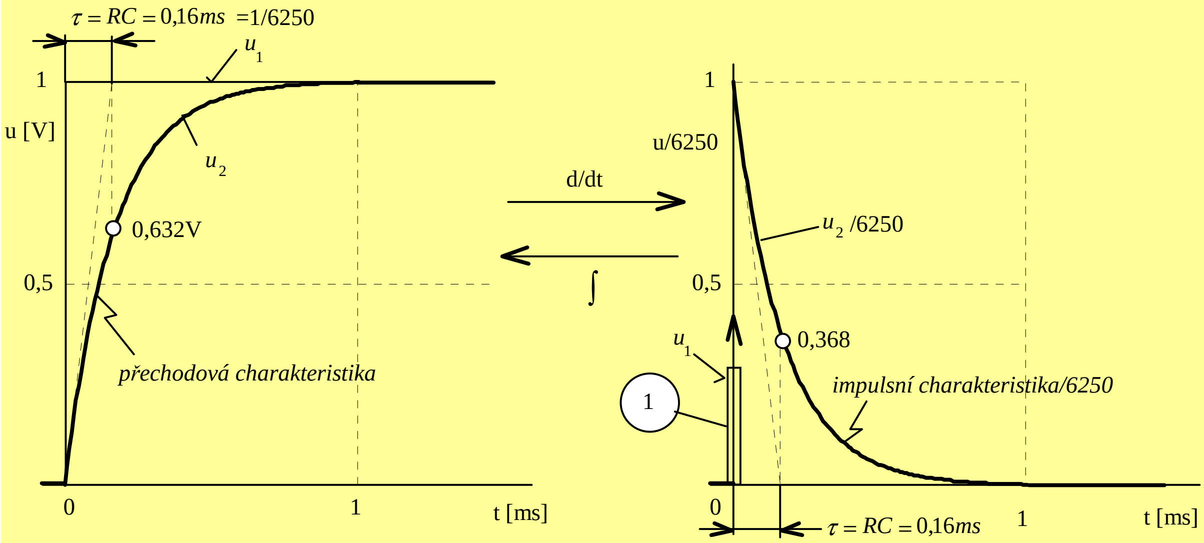
Řešením tohoto jednoduchého přechodného děje je exponenciální „nabíjecí“ křivka z počáteční hodnoty 0V do konečné hodnoty 1V:

$$h(t) = u_2(t) = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})1(t)\,.$$

Vzorec přechodného děje je násoben jednotkovým skokem, který matematicky zabezpečuje, že přechodová charakteristika je nulová pro záporné časy. Nabíjení probíhá s časovou konstantou $\tau = RC$ = 160µs. Charakteristika je znázorněna na obr. 5.5.

Impulsní charakteristiku, tj. vynucenou odezvu na jednotkový impuls, získáme nejpohodlněji derivací přechodové charakteristiky:

$$g(t) = h'(t) = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})'1(t) + (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})1'(t) = \frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}1(t)\,.$$



Obr.5.5: Přechodová a impulsní charakteristika RC článku z obr. 5.4. Protože maximální hodnota impulsní charakteristiky je 1/τ = 6250V, pro lepší srovnání s přechodovou charakteristikou je impulsní charakteristika 6250x zeslabena.

Při úpravě vzorce bylo využito toho, že derivací jednotkového skoku je jednotkový impuls. Ten je násoben funkcí ($1-e^{-t/\tau}$), která je nulová pro čas 0. Druhý člen impulsní charakteristiky je tedy nulový.

Všimněte si, že maximální hodnota impulsní charakteristiky pro t = 0 vychází $1/\tau$ = 6250 V. Takováto napěťová špička by se skutečně objevila na výstupu ideálního *RC* článku po přivedení Diracova impulsu. Z praktického pohledu je však třeba vnímat dvě věci: a) Diracův impuls nelze vyrobit, b) odezva obvodu může být ovlivněna parazitními indukčnostmi součástek a spojů.

■

Příklad 5.2: *Výpočet vynucené odezvy RC článku na obdélníkový impuls*

Určete vynucenou odezvu RC článku z obr. 5.4 na obdélníkový impuls o úrovních 0V a 5V a šířce 1μs.

☑ ***Řešení*:**

Délka trvání impulsu je podstatně kratší než je časová konstanta *RC* článku. Proto můžeme použít poučku (5.10):

Odezva na impuls = $g(t).5.10^{-6} = 6250.5.10^{-6}\, e^{-t/\tau}\, 1(t)=0{,}03125\, e^{-t/\tau}\, 1(t)$ [V].

RC článek tedy zareaguje napěťovou špičkou o úrovni 31,25mV. Výstupní napětí bude exponenciálně zanikat s časovou konstantou 160μs.

■

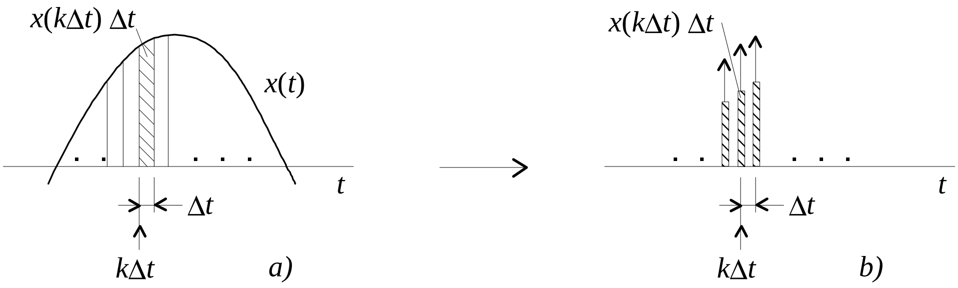
Pokud by šířka impulsu nebyla zanedbatelná vůči časové konstantě obvodu, uvedený postup by vedl na velkou výpočetní chybu. Přesný výsledek bychom získali složitějšími postupy, popsanými v částech 5.2.3 a 5.2.4.

5.2.3 Stanovení vynucené odezvy obvodu z impulsní a přechodové charakteristiky

Metoda konvolučního integrálu

Vzorec (5.10), případně výsledek příkladu 5.2 lze okomentovat tak, že pokud je impuls, působící na obvod, dostatečně úzký, pak obvod na něj reaguje nezávisle na tvaru tohoto impulsu, nýbrž pouze v závislosti na tom, jaká je jeho mohutnost. Onou reakcí je impulsní charakteristika, násobená mohutností impulsu.

Libovolný budicí signál lze tedy myšleně rozložit na „dostatečně úzké“ segmenty podle obr. 5.6 a), každý o šířce Δt. Z hlediska účinků na obvod je pak tento signál ekvivalentní jinému budicímu signálu na obr. 5.6 b), který je složen z posloupnosti Diracových impulsů s modulovanou mohutností. Vynucená odezva obvodu je pak dána součtem příslušných impulsních charakteristik. Přesného řešení dosáhneme pro $\Delta t \to 0$.



Obr. 5.6: Princip náhrady spojitého signálu Diracovými impulsy.

Matematicky je možno náhradu signálu $x(t)$ Diracovými impulsy zapsat následovně:

$$x(t) \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t)\delta(t-k\Delta t)\Delta t\,. \tag{5.11}$$

Pro $\Delta t \to 0$ přechází suma na pravé straně (5.11) v integrál a celý vzorec v nám již známý matematický popis filtračního účinku Diracova impulsu [5]:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\alpha)\delta(t-\alpha)d\alpha\,. \tag{5.12}$$

Předpokládejme, že $x(t)$ je vstupní signál obvodu s impulsní charakteristikou $g(t)$. Vynucená odezva obvodu na impuls $\delta(t\text{-}\alpha)$ tedy bude $g(t\text{-}\alpha)$. Vynucená odezva $y(t)$ obvodu na signál $x(t)$ tedy bude

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\alpha)g(t-\alpha)d\alpha\,. \tag{5.13}$$

Integrál na pravé straně rovnice se nazývá **konvolučním integrálem** neboli **konvolucí** funkcí x a g. Operace konvoluce se značí zkráceně symbolem * (konvoluční součin), neboli

$$y(t) = x(t) * g(t)\,. \tag{5.14}$$

Vynucená odezva obvodu na signál x je dána konvolučním součinem tohoto signálu a impulsní charakteristiky obvodu.

Lze snadno ukázat, že $x(t)*g(t) = g(t)*x(t)$, neboli že současně platí

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha)x(t-\alpha)d\alpha\,. \tag{5.15}$$

Z rovnice (5.13) vyplývá, že přirozenou vlastností obvodu je jeho integrační charakter, tj. tendence integrovat budicí signál. Nejedná se však o „čistou“, nýbrž „váženou“ integraci: Každá hodnota budicího signálu je před integrací násobena váhovou funkcí – impulsní charakteristikou obvodu. Tato charakteristika tedy rozhoduje o tom, jakou vahou přispívají jednotlivé segmenty vstupního signálu k tvorbě odezvy.

Reálný elektrický obvod je **kauzální**, to znamená, že impulsní charakteristika – odezva na Diracův impuls – nemůže časově předbíhat tento impuls, takže $g(t) = 0$ pro $t < 0$. Potom lze upravit integrační meze v konvolučních integrálech: horní mez v (5.13) na t, dolní mez v (5.15) na nulu:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\alpha) g(t-\alpha) d\alpha = \int_{0}^{\infty} g(\alpha) x(t-\alpha) d\alpha \cdot \tag{5.16}$$

Je-li navíc **vstupní signál nulový** pro $t < 0$, pak

$$y(t) = \int_{0}^{t} x(\alpha) g(t-\alpha) d\alpha = \int_{0}^{t} g(\alpha) x(t-\alpha) d\alpha \cdot \tag{5.17}$$

Tvary (5.17) se často objevují v literatuře jako jediné, ovšem je třeba si pamatovat, že nejsou obecné a že byly zjednodušeny ze vztahů (5.13) a (5.15) za určitých předpokladů.

Příklad 5.3: *Výpočet vynucené odezvy RC článku na lineárně rostoucí napětí*

Určete vynucenou odezvu RC článku z obr. 5.4 na napětí, lineárně rostoucí v čase o rychlosti 1V/s.

☑ ***Řešení*:**

Vstupní napětí lze modelovat rovnicí

$$u_1(t) = t1(t)\,.$$

Z příkladu 5.1 známe impulsní charakteristiku *RC* článku

$$g(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} 1(t)\,.$$

K výpočtu odezvy jakožto konvoluce vstupního signálu a impulsní charakteristiky můžeme použít vzorce (5.17) (vysvětlete proč):

$$u_2(t) = \int_0^t u_1(\alpha) g(t-\alpha) d\alpha = \int_0^t \alpha 1(\alpha) \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t-\alpha}{\tau}} 1(t-\alpha) d\alpha = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \int_0^t \alpha e^{\frac{\alpha}{\tau}} d\alpha\,.$$

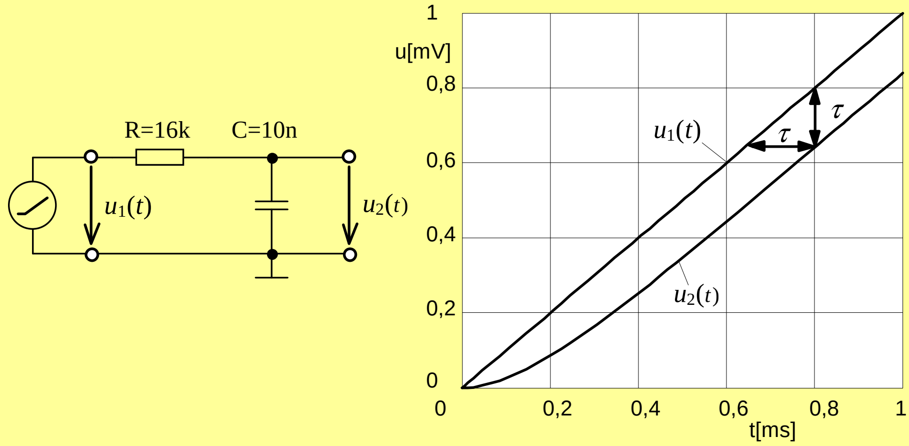
Obě funkce typu jednotkový skok nabývají v rámci integračních mezí jednotkových hodnot, proto mohly být z integrandu odstraněny. Výsledný integrál lze vyřešit např. metodou per partes nebo výsledek nalezneme například v tabulkách [1]:

$$\int_0^t \alpha e^{\frac{\alpha}{\tau}} d\alpha = \left[\tau^2 e^{\frac{\alpha}{\tau}} \left(\frac{\alpha}{\tau} - 1\right) \right]_0^t = \tau^2 e^{\frac{t}{\tau}} \left(\frac{t}{\tau} - 1\right) + \tau^2\,.$$

Po dosazení do předchozího vzorce a úpravě dostáváme výsledek:

$$u_2(t) = [t - \tau(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})]1(t)\,.$$

První člen na pravé straně reprezentuje vstupní signál. Druhý člen je tedy rozdíl mezi výstupním a vstupním napětím. V ustáleném stavu, tedy pro $t \to \infty$, je tedy výstupní napětí oproti vstupnímu zmenšeno o hodnotu τ. Jde o tzv. rychlostní chybu, vyvolanou například u mechanických záznamových zařízení setrvačností záznamové části. Výsledky jsou v grafické formě uvedeny na obr. 5.7.



Obr. 5.7: Vynucená odezva RC článku na lineárně rostoucí vstupní napětí.

Metoda konvolučního integrálu se příliš nepoužívá k technickým výpočtům vynucených odezev. Důvod je zřejmý z příkladu 5.3: zdlouhavé řešení integrálů. Kromě toho nesprávné používání vzorců (5.16) a (5.17) může vést k chybám. Upřednostňují se efektivnější metody, založené na operátorovém počtu (viz dodatek „Operátorový počet v elektrotechnice“). Přesto není osvojení této metody zbytečné, neboť nám poskytuje metodiku zkoumání tvorby odezvy obvodu na vstupní signály různého charakteru. Daleko širší praktické uplatnění má metoda v obvodech číslicového zpracování signálů. Je rovněž naprogramována v některých počítačových simulačních programech typu Spice-like a Spice-compatible (viz kapitola 8.3.4 na str. 239), pro analýzu „Transient“ pro obvody s tzv. Laplaceovými zdroji.

Metoda Duhamelova integrálu

Duhamelův (čti „Dyhamelův“) integrál umožňuje získávat odezvu obvodu na signál $x(t)$ ze znalosti jeho odezvy na jednotkový skok. Hlavní myšlenka je podobná jako u konvolučního integrálu: budicí signál se aproximuje skokovými signály a odezva se získá sčítáním příslušných přechodových charakteristik.

Z obr. 5.8 je zřejmé, že hodnota signálu $x(t)$ v obecném čase t bude dána součtem

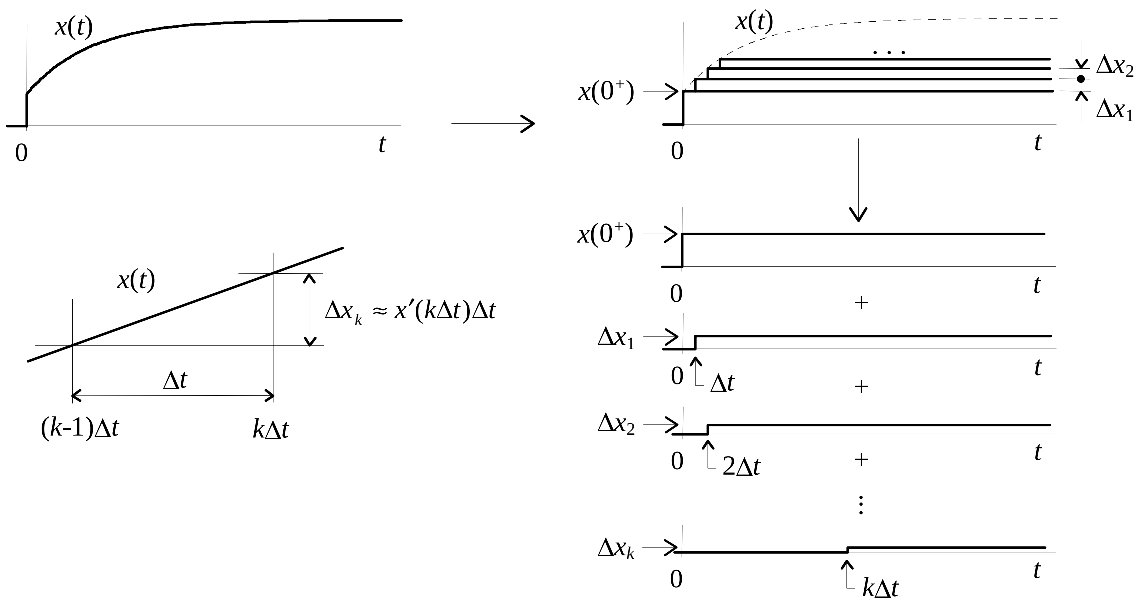
$$x(t) \approx x(0^+)1(t) + \Delta x_1 1(t-\Delta t) + \Delta x_2 1(t-2\Delta t) + \ldots = x(0^+)1(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \Delta x_k 1(t-k\Delta t) =$$

$$= x(0^+)1(t) + \sum_{k=1}^{\infty} x'(k\Delta t)1(t-k\Delta t)\Delta t\,,$$

kde x' značí derivaci signálu x podle času. Pro $\Delta t \to 0$ přejde přibližná rovnost v přesnou rovnost a suma na pravé straně v integrál:

$$x(t) = x(0^+)1(t) + \int_0^{\infty} x'(\alpha)1(t-\alpha)d\alpha\,. \tag{5.18}$$

Vzorec platí za předpokladu, že signál $x(t)$ má v celém uvažovaném časovém intervalu derivaci. Vykazuje-li signál skokové změny, lze jej popsat přídavnými členy pomocí jednotkových skoků.



Obr. 5.8: Princip náhrady spojitého signálu jednotkovými skoky.

V případě, že signál $x(t)$ je nenulový i pro záporné časy, můžeme první člen na pravé straně (5.18) opět složit z posunutých skoků a vzorec pak bude mít obecnější tvar

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x'(\alpha) 1(t-\alpha) d\alpha \,. \tag{5.19}$$

Protože vynucená odezva obvodu na signál $1(t - \alpha)$ je $h(t - \alpha)$, můžeme z (5.18) a (5.19) psát pro vynucenou odezvu $y(t)$ na signál $x(t)$

$$y(t) = x(0^+)h(t) + \int_{0}^{\infty} x'(\alpha) h(t-\alpha) d\alpha \,, \; x(t) = 0 \text{ pro } t < 0, \tag{5.20}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x'(\alpha) h(t-\alpha) d\alpha \,, \; x(t) \text{ působí i pro } t < 0. \tag{5.21}$$

Vzorec (5.21) je obecnější, protože z něj plyne vzorec (5.20) při respektování skutečnosti, že v bodech nespojitosti („skoků“) $x(t)$ se v derivaci $x'(t)$ objevují Diracovy impulsy. Pro kauzální systémy lze navíc zaměnit nevlastní horní meze integrálů za t.

Úpravami integrálů lze získat další tvary Duhamelových integrálů, známé z literatury [26]. Je však třeba konstatovat, že metoda Duhamelových integrálů je pro praktické výpočty ještě méně vhodná než metoda konvolučních integrálů. Její význam je proto třeba vidět spíše v tom, že nám pomáhá při tvorbě fyzikálního názoru na pochody v dynamických systémech.

5.2.4 Operátorová přenosová funkce, její vlastnosti a její vztah k ostatním charakteristikám obvodu

Motivační příklady

Operátorový počet (viz dodatek „Operátorový počet v elektrotechnice“) umožňuje výpočet vynucené odezvy na vstupní signál daleko pohodlnějším způsobem, než jak je tomu u konvoluce, případně Duhamelova integrálu. Nejprve se určí tzv. **přenosová funkce** obvodu. Pak se vynásobí Laplaceovým obrazem vstupního signálu, čímž získáme Laplaceův obraz odezvy. Následuje převod na časový průběh odezvy zpětnou Laplaceovou transformací.

Zde je možno vysledovat analogii se známým řešením lineárních obvodů v harmonickém ustáleném stavu symbolicko-komplexní metodou, kdy se nejprve řeší přenosové vlastnosti obvodu na určitém kmitočtu tak, že kapacitory jsou modelovány reaktancemi $1/(\mathrm{j}\omega C)$ a induktory reaktancemi $\mathrm{j}\omega L$. Vynásobením komplexního přenosu $\dot{K}(\omega)$ a fázoru vstupního signálu získáme fázor odezvy na výstupu, z něhož pohodlně zjistíme amplitudu a počáteční fázi výstupního signálu.

Operátorová přenosová funkce představuje užitečné zobecnění symbolicko-komplexní metody. Namísto komplexního (imaginárního) kmitočtu $\mathrm{j}\omega$ je uvažován komplexní operátor $p = \sigma+\mathrm{j}\omega$, který může mít obecně jak imaginární ($\mathrm{j}\omega$), tak i reálnou (σ) složku. Namísto klasických reaktancí se pracuje s operátorovými reaktancemi $1/pC$ a pL. Výsledkem řešení přenosu obvodu je nyní operátorová přenosová funkce $K(p)$, z níž se zjistí komplexní přenos obvodu na konkrétním kmitočtu ω jednoduchou substitucí $p = \mathrm{j}\omega$. Kromě toho je však možné z přenosové funkce vyčíst řadu dalších informací o obvodu, jak vyplývá např. z obr. 9.8 v dodatku „Operátorový počet v elektrotechnice“.

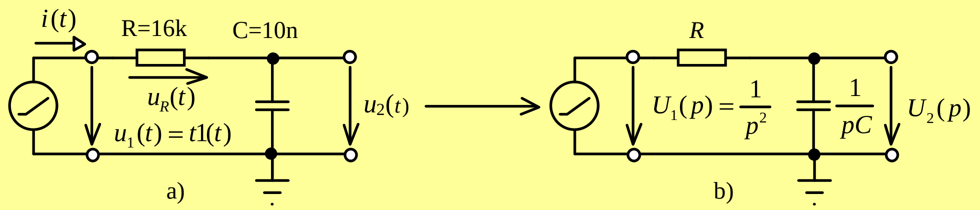
Pro ilustraci se pokusme vyřešit příklad 5.3 pomocí operátorové přenosové funkce.

Příklad 5.4: *Výpočet vynucené odezvy obvodu pomocí jeho operátorové přenosové funkce.*

Určete vynucenou odezvu RC článku z obr. 5.4 na napětí, lineárně rostoucí v čase o rychlosti 1V/s. Použijte metodu operátorové přenosové funkce.

☑ ***Řešení*:**

V souladu s dodatkem „Operátorový počet v elektrotechnice“ je nejprve originální schéma obvodu z obr. 5.9 a) překresleno na operátorové schéma na obr. b). Kapacitor je modelován operátorovou reaktancí a časový průběh budicího signálu je nahrazen jeho operátorovým obrazem podle slovníku Laplaceovy transformace v Tab. 9.3.



Obr. 5.9: Modelování obvodu operátorovým schématem.

Nyní vypočteme přenosovou funkci obvodu jako poměr operátorových obrazů výstupního a vstupního napětí:

$$K(p)=\frac{U_2(p)}{U_1(p)}=\frac{\frac{1}{pC}}{R+\frac{1}{pC}}=\frac{1}{pRC+1}=\frac{1}{RC}\frac{1}{p+\frac{1}{RC}}=\frac{6250}{p+6520}. \tag{5.22}$$

Operátorový obraz výstupního napětí získáme vynásobením přenosové funkce operátorovým obrazem vstupního signálu. Poté provedeme rozklad na parciální zlomky (viz str. 250):

$$U_2(p)=K(p)U_1(p)=\frac{6250}{p+6250}\frac{1}{p^2}=\frac{A_1}{p}+\frac{A_2}{p^2}+\frac{A_3}{p+6250},$$

$$A_1=-\frac{1}{6250}=-\tau,\ A_2=1, A_3=-A_1. \tag{5.23}$$

Podle slovníku Laplaceovy transformace tomu odpovídá signál

$$u_2(t)=A_1 1(t)+A_2 t1(t)+A_3 e^{-6250t}1(t)=[t-\tau(1-e^{-6250t})]1(t).$$

■

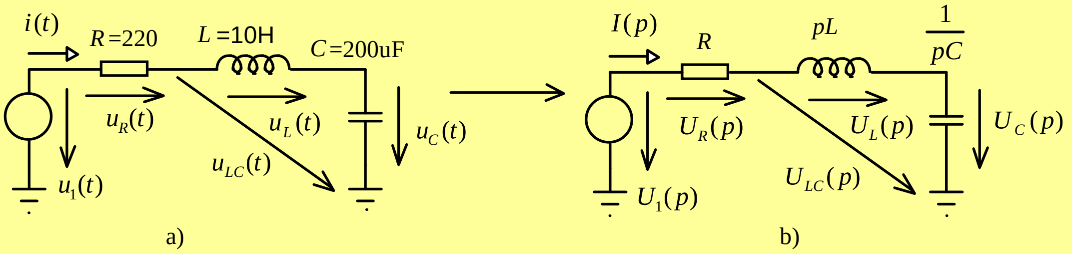
Tento výsledek jsme obdrželi v příkladu 5.3 metodou konvoluce, ovšem komplikovanějším způsobem.

Příklad 5.5: *Určení přenosové funkce obvodu pro různé výstupní signály.*

Určete přenosové funkce RLC obvodu z obr. 5.10 a) za předpokladu, že výstupním signálem je napětí a) u_c, b) u_L, c) u_R, d) u_{LC}.

☑ ***Řešení*:**

Operátorové schéma je na obr. b). Analýza a jednoduché úpravy vedou k těmto výsledkům:



Obr. 5.10: Modelování *RLC* obvodu operátorovým schématem.

$$K_C=\frac{U_C}{U_1}=\frac{\frac{1}{pC}}{R+pL+\frac{1}{pC}}=\frac{1}{p^2LC+pRC+1}=\frac{\frac{1}{LC}}{p^2+p\frac{R}{L}+\frac{1}{LC}}=\frac{500}{p^2+22p+500}, \tag{5.24}$$

$$K_L=\frac{U_L}{U_1}=\frac{pL}{R+pL+\frac{1}{pC}}=\frac{p^2LC}{p^2LC+pRC+1}=\frac{p^2}{p^2+p\frac{R}{L}+\frac{1}{LC}}=\frac{p^2}{p^2+22p+500}, \tag{5.25}$$

$$K_R = \frac{U_R}{U_1} = \frac{R}{R + pL + \frac{1}{pC}} = \frac{pRC}{p^2LC + pRC + 1} = \frac{p\frac{R}{L}}{p^2 + p\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{22p}{p^2 + 22p + 500}, \qquad (5.26)$$

$$K_{LC} = \frac{U_{LC}}{U_1} = \frac{pL + \frac{1}{pC}}{R + pL + \frac{1}{pC}} = \frac{p^2LC + 1}{p^2LC + pRC + 1} = \frac{p^2 + \frac{1}{LC}}{p^2 + p\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{p^2 + 500}{p^2 + 22p + 500}. \qquad (5.27)$$

■

Výsledky příkladů využijeme k demonstrování praktického významu přenosových funkcí.

Poznatky z příkladů:

a) Přenosová funkce lineárního obvodu n-tého řádu má obecně tvar

$$K(p) = \frac{a_0 + a_1 p + .. + a_m p^m}{b_0 + b_1 p + .. + b_n p^n},\ m \le n. \qquad (5.28)$$

Ve jmenovateli je polynom stejného řádu jako je řád obvodu. V čitateli je polynom maximálně stejného řádu jako ve jmenovateli.

b) Při volbě různých výstupních signálů obdržíme různé přenosové funkce téhož obvodu. Jmenovatel všech přenosových funkcí bude stejný, různé budou čitatele.

c) Koeficienty přenosových funkcí závisí na parametrech součástek obvodu, např. na odporech, indukčnostech a kapacitách u pasivních RLC obvodů.

Vztah mezi přenosovou funkcí a impulsní a přechodovou charakteristikou obvodu

Impulsní charakteristika je vynucená odezva obvodu na jednotkový impuls. Vynásobením Laplaceova obrazu vstupního signálu – v tomto případě jedničky – a přenosové funkce tedy získáme Laplaceův obraz impulsní charakteristiky. Jinými slovy, platí tyto důležité poučky:

Přenosová funkce je Laplaceovým obrazem impulsní charakteristiky.

Impulsní charakteristika je originálem k přenosové funkci.

Souhrnně

Impulsní charakteristika a operátorová přenosová funkce tvoří transformační pár Laplaceovy transformace, neboli $K(p) = L\{g(t)\}, g(t) = L^{-1}\{K(p)\}$.

Přechodová charakteristika je vynucená odezva obvodu na jednotkový skok, jehož Laplaceův obraz je 1/*p*. Po vynásobení přenosovou funkcí získáme Laplaceův obraz přechodové charakteristiky. Jinými slovy,

Přenosová funkce, vydělená operátorem p, je Laplaceovým obrazem přechodové charakteristiky.

Přechodová charakteristika je originálem k přenosové funkci, vydělené operátorem p.

Souhrnně

Přechodová charakteristika a operátorová přenosová funkce vydělená operátorem p tvoří transformační pár Laplaceovy transformace, neboli

$K(p)/p = L\{g(t)\}, g(t) = L^{-1}\{K(p)/p\}$.

Příklad 5.6: *Určení impulsní a přechodové charakteristiky z přenosové funkce obvodu.*

Určete impulsní a přechodové charakteristiky k obvodům z příkladů 5.4 a 5.5.

☑ ***Řešení***:

RC článek z obr. 5.9: použijeme informace z řádků 5 a 10 Tab. 9.3 slovníku Laplaceovy transformace:

$$K(p) = \frac{1}{RC}\frac{1}{p+\frac{1}{RC}} = \frac{6250}{p+6520} \,\hat{=}\, g(t) = L^{-1}\{K(p)\} = 6250e^{-6250t}1(t),$$

$$h(t) = L^{-1}\{\frac{K(p)}{p}\} = L^{-1}\{\frac{6250}{p(p+6250)}\} = [1-e^{-6250t)}]1(t).$$

K těmto výsledkům jsme již dospěli jiným postupem v příkladu 5.1.

Závěry:

Impulsní charakteristika RC článku z obr. 5.11 exponenciálně zaniká s časovou konstantou

τ = 1/6520 = 153µs.

Přechodová charakteristika monotónně roste z nuly na hodnotu 1V s toutéž časovou konstantou.

Časová konstanta obvodu je záporně vzatá reciproká hodnota kořene jmenovatele přenosové funkce, tedy pólu přenosové funkce p_p = -6250 (viz dodatek „Operátorový počet v elektrotechnice“).

RLC obvod z obr. 5.10: Pro ilustraci vyřešíme alespoň případ, kdy výstupní napětí je bráno na kapacitoru. Přenosovou funkci $K_C(p)$ upravíme na tvar, který je uveden na řádku 18 v Tab. 9.3:

$$K_C = \frac{\frac{1}{LC}}{p^2 + p\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{500}{p^2+22p+500} = \frac{500}{(p+11)^2+500-11^2} = \frac{500}{(p+11)^2+379} \doteq$$

$$\doteq \frac{500}{(p+11)^2+19{,}47^2}.$$

Tomu odpovídá originál

$$g_C(t) \doteq \frac{500}{19,47} e^{-11t} \sin(19,47t)1(t) \doteq 25,7 e^{-11t} \sin(19,47t)1(t) .$$

Pro určení přechodové charakteristiky použijeme informací v řádku 20 slovníku Laplaceovy transformace:

$$h_C(t) \doteq L^{-1}\{\frac{1}{p} \frac{500}{(p+11)^2 + 19,47^2}\} =$$

$$= \frac{500}{11^2 + 379}\{1 - \frac{1}{19,47} e^{-11t}[11\sin(19,47t) + 19,47\cos(19,47t)]\}1(t) \doteq$$

$$\doteq \{1 - e^{-11t}[0,565\sin(19,47t) + \cos(19,47t)]\}1(t) .$$

Poznamenejme, že póly přenosové funkce jsou nyní dva:

$$p^2 + 22p + 500 = (p+11)^2 + 19,47^2 = 0 \Rightarrow p + 11 = \pm j19,47 \Rightarrow p_{p1,2} = -11 \pm j19,47 .$$

Závěry:

Impulsní charakteristika RLC obvodu z obr. 5.10 je exponenciálně tlumený harmonický signál typu sinus. Odezva zaniká s časovou konstantou

τ = 1/11 = 90,9ms.

Tlumené kmity mají kmitočet

$\omega \doteq 19,47$ rad/s, $f \doteq 19,47/(2\pi) \doteq 3,1$ Hz .

Přechodová charakteristika probíhá od počáteční hodnoty 0 do ustálené hodnoty 1. Neroste však monotónně, objevují se v ní zákmity které mají stejný kmitočet a stejnou časovou konstantu tlumení jako u impulsní charakteristiky.

Časová konstanta obvodu je záporně vzatá reciproká hodnota reálné části pólů přenosové funkce Re{$p_{p1,2}$ }= -11.

Kruhový kmitočet zákmitů v odezvách je roven velikosti imaginární části pólů 19,47 rad/s.

■

Pokud jsme pochopili metodiku výpočtu časových charakteristik z operátorové přenosové funkce, pokusme se určit $g(t)$ a $h(t)$ RLC obvodu z obr. 5.10 (výstupní napětí na kapacitoru), jestliže zvýšíme odpor R z 220Ω na 500Ω. Využijeme vzorce pro přenosovou funkci, odvozený v příkladu 5.6:

$$K_C = \frac{\frac{1}{LC}}{p^2 + p\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{500}{p^2 + 50p + 500} = \frac{500}{(p+25)^2 + 500 - 25^2} = \frac{500}{(p+25)^2 - 125} \doteq$$

$$\doteq \frac{500}{(p+25)^2 - 11,18^2} .$$

Problém je, že ve jmenovateli se objevilo záporné znaménko, což nekoresponduje s operátorovým tvarem v řádku 18 Tab. 9.3. Vyřešení problému je jednoduché. Záporné znaménko se objevilo proto, že kořeny jmenovatele jsou nyní reálné, zatímco pro odpor 220Ω vyšly komplexní. Aplikací algebraické poučky „a^2-b^2=(a+b)(a-b) dostáváme tyto kořeny nepřímo, bez klasického postupu řešení kvadratické rovnice:

$$K_C \doteq \frac{500}{(p+25)^2-11{,}18^2} = \frac{500}{(p+25+11{,}18)(p+25-11{,}18)} = \frac{500}{(p+36{,}18)(p+13{,}82)}.$$

Přenosová funkce tedy vykazuje dva různé reálné póly

$$p_{p1}=-36{,}18,\ p_{p2} = -13{,}82.$$

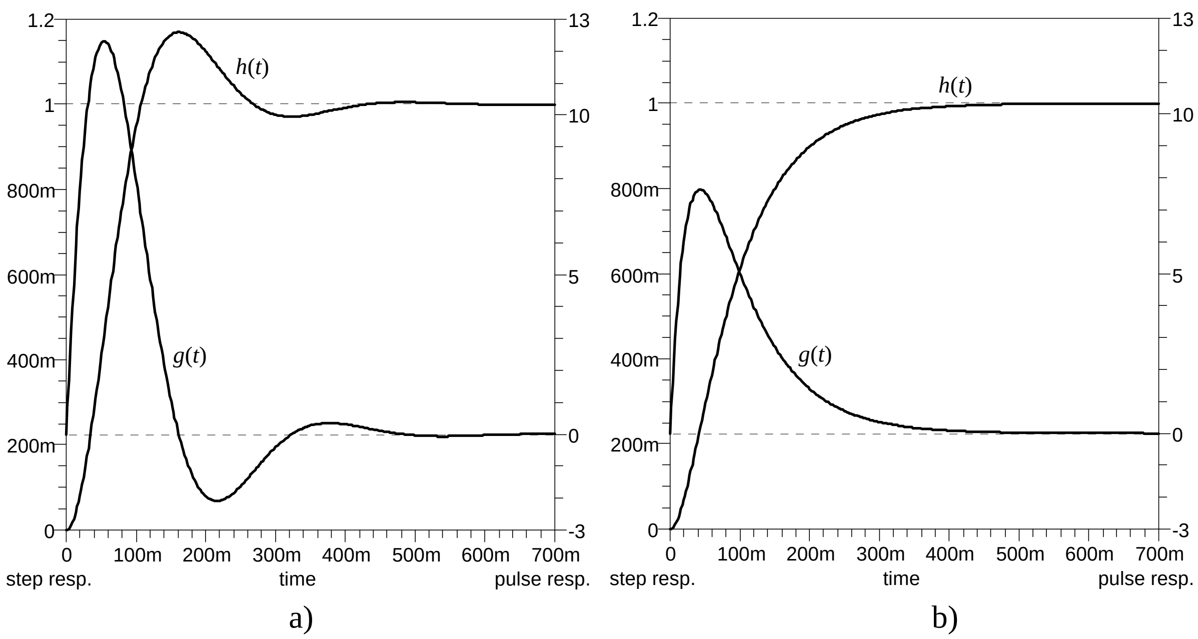
K impulsní charakteristice lze nyní dospět buď rozkladem přenosové funkce na parciální zlomky, nebo jednodušeji přímým převodem ze slovníku Laplaceovy transformace, konkrétně použitím relace v řádku 8:

$$g_C(t) = 500\frac{e^{-36{,}18t}-e^{-13{,}82t}}{13{,}82-36{,}18}1(t) \doteq 22{,}36(e^{-13{,}82t}-e^{-36{,}18t})1(t).$$

Obdobně přechodovou charakteristiku získáme přímo pomocí řádku 12 ve slovníku:

$$h_C(t) \doteq \frac{500}{36{,}18.13{,}82}\left(1+\frac{13{,}82}{36{,}18-13{,}82}e^{-36{,}18t}-\frac{36{,}18}{36{,}18-13{,}82}e^{-13{,}82t}\right)1(t) \doteq$$
$$\doteq (1+0{,}618e^{-36{,}18t}-1{,}618e^{-13{,}82t})1(t).$$

Z průběhů přechodných dějů se nyní vytratil kmitavý charakter, neboť ve vzorcích se neobjevují funkce typu sinus a kosinus. Výsledné charakteristiky jsou srovnány s průběhy před modifikací odporu na obr. 5.11. Byly získány z programu SNAP. Analýza tímto programem potvrdila i správnost vzorců pro $g(t)$ a $h(t)$.

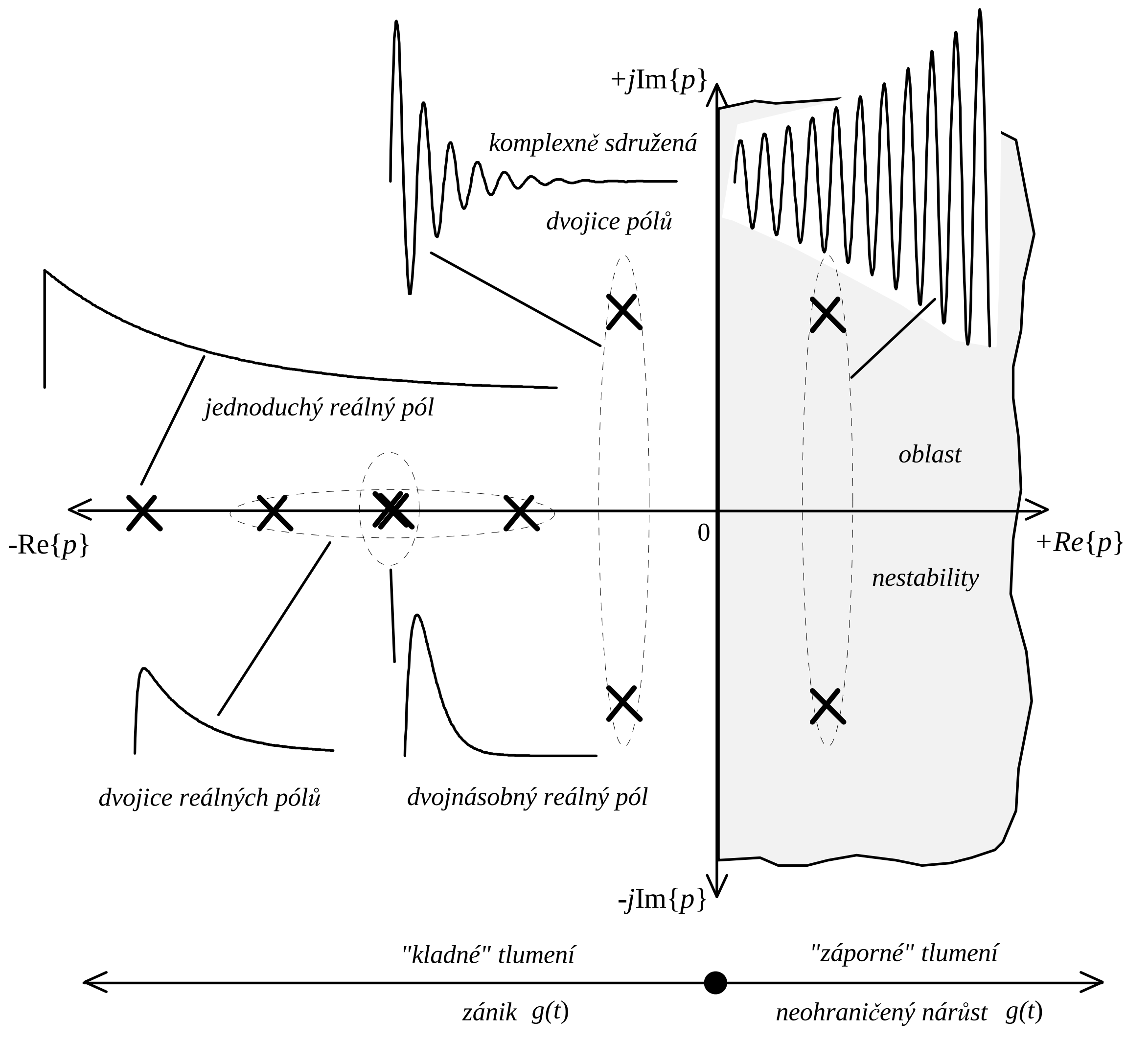


Obr. 5.11: Impulsní a přechodová charakteristika *RLC* obvodu z obr. 5.10 pro
R= a) 220Ω, b) 500Ω.

Při růstu odporu, tj. při růstu tlumení RLC obvodu, se rozložení pólů postupně mění a pro určitou hodnotu odporu se změní jejich charakter z komplexních na reálné. Z předchozího postupu je snadné zjistit, že tato kritická hodnota odporu je

$$R_{krit} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \doteq 447\Omega .$$

Tomu bude odpovídat dvojnásobný reálný pól a obvod se bude nacházet na tzv. mezi periodicity v režimu kritického tlumení. Výsledky z příkladů 5.4 a 5.6 jsou souhrnně ilustrovány na obr. 5.12.



Obr. 5.12: Souvislosti mezi průběhem impulsní charakteristiky *g(t)* a rozložením pólů. Posouvání pólů „doleva“ znamená růst časových konstant a zpomalování přechodného děje. Vzdalování pólů od reálné osy znamená růst frekvence zákmitů v odezvě. Přechod pólů do pravé komplexní poloroviny je doprovázeno neohraničeným růstem odezvy a nestabilním chováním obvodu.

Souvislost mezi rozložením pólů a stabilitou obvodu

Na str. 90 je mj. vysvětlen pojem **stabilita** lineárního obvodu. Je ukázáno, že obvod je stabilní, pokud jeho přirozená odezva na počáteční podmínky konverguje k nule.

V následujícím textu poukážeme na často používanou poučku, která vychází z toho, že informace o stabilitě či nestabilitě obvodu je jednoznačně obsažena v poloze pólů obvodu v komplexní rovině operátoru *p*, konkrétně v tom, zda reálné části všech pólů jsou záporné či nikoliv. Na tomto poznatku jsou založeny všechna v minulosti hojně používaná tzv. kritéria stability (Schurovo, Michajlovo, Hurwitzovo apod.). Dnes má velký význam počítačové testování stability navrhovaných zařízení před jejich výrobou. Klasický počítačový simulační program typu SPICE dokáže simulovat nejrůznější časové odezvy obvodu a z tendence odezvy, tj. zda zaniká nebo diverguje, lze usuzovat na stabilitu. Pokud program dokáže počítat póly obvodu, může být testování stability provedeno jednodušeji.

Protože impulsní charakteristika obvodu je jeho reakce na jednotkový impuls, můžeme ji chápat jako speciální případ přirozené odezvy: jednotkový impuls na vstupu obvodu dodá do obvodu určitou energii a skokově změní počáteční podmínky z nulových na nenulové. Poté již impuls nepůsobí, protože je nulový pro kladné časy. Impulsní charakteristika pak „doznívá“ při nulovém vstupu. Pro stabilní obvod by tedy mělo platit, že

$$\lim_{t\to\infty} g(t) = 0\,.$$

Souvislosti mezi polohou pólů v komplexní rovině a průběhem impulsní charakteristiky jsou zřejmé z předchozích příkladů a z obrázku 5.12. Na obr. 5.12 je znázorněna oblast tzv. “záporného” tlumení, kdy reálné části pólů jsou kladné. K tomu by teoreticky mohlo dojít u výše analyzovaných *RC* nebo *RLC* článků při záporných hodnotách odporů. Záporné odpory vlastně představují modely zdrojů, nikoliv spotřebičů energie. Popsaný jev může proto být skutečně pozorovatelný u elektronických obvodů s aktivními prvky (tranzistory, operační zesilovače…), které ke své funkci potřebují vnější zdroje energie. U takových obvodů, jako jsou například audiozesilovače, proto v principu mohou nastat nežádoucí jevy, spojené s nestabilitou.

Uvedené souvislosti mezi polohou pólů v komplexní rovině a stabilitou obvodu jsou často formulovány do známé poučky:

Lineární obvod je stabilní, pokud jeho všechny póly leží v levé otevřené komplexní polorovině, tj. pokud reálné složky všech pólů jsou menší než nula.

Objeví-li se alespoň jeden pól obvodu v pravé polorovině, znamená to nestabilitu obvodu. Jednoduché póly na imaginární ose znamenají mez stability (impulsní odezva konverguje do nenulové konstantní úrovně nebo do ohraničených oscilací), vícenásobné póly na imaginární ose indikují nestabilitu. Podrobnosti jsou uvedeny v [5].

Souvislost přenosové funkce a kmitočtové charakteristiky obvodu

Uvažujme přenosovou funkci obvodu *n*-tého řádu ve tvaru (5.28), resp. (5.29):

$$K(p) = \frac{a_0 + a_1 p + .. + a_m p^m}{b_0 + b_1 p + .. + b_n p^n} = a_m \frac{(p - p_{01})(p - p_{02})..(p - p_{0m})}{(p - p_{p1})(p - p_{p2})..(p - p_{pn})}\,,\ m \le n, \tag{5.29}$$

kde symboly typu p_0 a p_p jsou označeny nulové body a póly přenosové funkce (viz dodatek „Operátorový počet v elektrotechnice“).

Ze souvislostí mezi Laplaceovou a Fourierovou transformací vyplývá, že:

Komplexní kmitočtovou charakteristiku získáme z přenosové funkce po substituci $p = j\omega$, neboli

$$\dot{K}(j\omega) = K(p)\Big|_{p=j\omega} .$$

Pak kmitočtovou charakteristiku obvodu *n*-tého řádu získáme z (5.29) ve tvaru

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{a_0 + a_1 j\omega + .. + a_m (j\omega)^m}{b_0 + b_1 j\omega + .. + b_n (j\omega)^n} = a_m \frac{(j\omega - p_{01})(j\omega - p_{02})..(j\omega - p_{0m})}{(j\omega - p_{p1})(j\omega - p_{p2})..(j\omega - p_{pn})},\ m \leq n, \qquad (5.30)$$

Uvědomíme-li si, že $K(p)$ je komplexní funkce komplexní proměnné $p = \sigma + j\omega$, pak kmitočtová charakteristika se získá „řezem“ této komplexní funkce rovinou $p = j\omega$. , tj. pro $\sigma = 0$. Konkrétní příklad je uveden na obr. 5.13 a) pro kmitočtový filtr o přenosové funkci

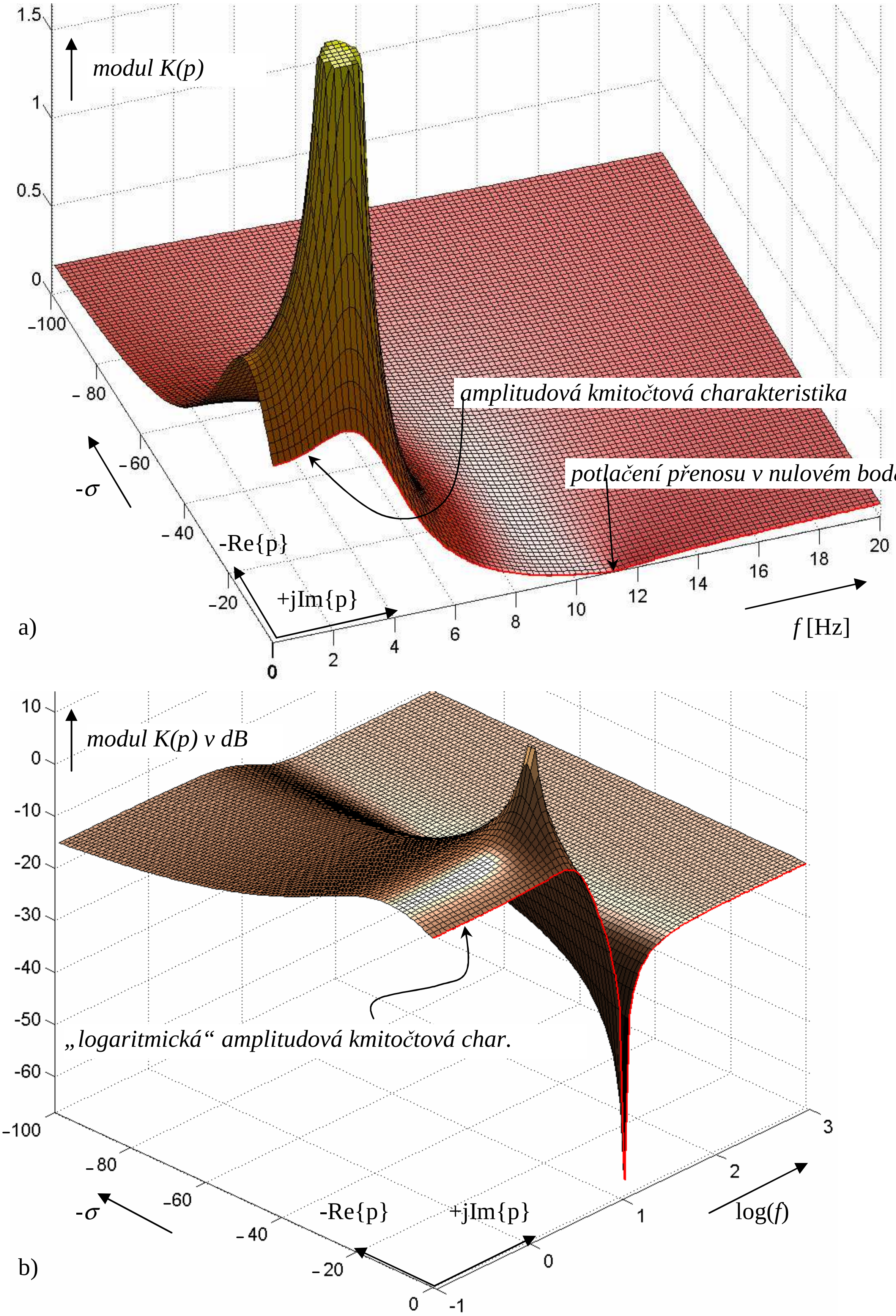
$$K(p) = \frac{500 + 0{,}1p^2}{p^2 + 22p + 500} \doteq 0{,}1\frac{(p + j70{,}71)(p - j70{,}71)}{(p + 11 + j19{,}47)(p + 11 - j19{,}47)}. \qquad (5.31)$$

Na obrázku je vykreslen modul přenosové funkce nad komplexní rovinou $p = \sigma + j2\pi f$. Pro jednoduchost je vykreslen jen druhý kvadrant komplexní roviny, tj. pro $\sigma \leq 0$, $f \geq 0$. Je zřejmé, že v nulovém bodě p_0=j70,71 = j2π.11,25, tedy pro kmitočet 70,71 rad/s neboli 11,25Hz prochází přenosová funkce nulovou hodnotou. Opačně, v místě pólu, tedy p_p=-11+j19,47=-11+j2π.3,1, roste modul přenosové funkce nade všechny meze. Tomu odpovídá hodnota σ =-11 s^{-1} a kmitočet 19,47 rad/s neboli 3,1Hz. Amplitudová kmitočtová charakteristika je reprezentována okrajovou křivkou v řezu plochou pro $\sigma = 0$. Jde o dolní propust s rezonančním převýšením v okolí kmitočtu 3Hz a s úplným potlačením přenosu na kmitočtu 11,25Hz.

Protože v případě kmitočtové charakteristiky představuje operátor *p* komplexní kmitočet $j\omega$, pak můžeme na základě přenosové funkce velmi rychle otestovat, jaký je přenos obvodu na nízkých a na vysokých kmitočtech:

$$\dot{K}(\omega)\Big|_{\omega = 0} = K(p)\Big|_{p = 0}, \qquad (5.32)$$

$$\dot{K}(\omega)\Big|_{\omega \to \infty} = K(p)\Big|_{p \to \infty}. \qquad (5.33)$$



Obr. 5.13: Amplitudová kmitočtová charakteristika obvodu získaná z přenosové funkce řezem rovinou p=jω, a) lineární kmitočtová osa i osa přenosu, b) logaritmická kmitočtová osa a decibelová osa přenosu.

Například přenosová funkce (5.31) odpovídá filtru typu dolní propust, protože přenos na nízkých kmitočtech vychází 1, tj. 0dB, a na vysokých kmitočtech 0,1, tj. -20dB.

Uvědomme si, že hodnoty nulových bodů a pólů, jakož i koeficientů přenosové funkce, jsou dány parametry součástek obvodu. Při jejich změnách se posouvá plocha celé přenosové funkce vzhledem k rovině řezu $p = j\omega$ a dochází tak k změnám v kmitočtové charakteristice. Přibližování pólů k rovině řezu má za následek růst přenosu obvodu v okolí kmitočtů pólů. Překročí-li pól rovinu řezu do kladné komplexní poloroviny, obvod se stane nestabilním, avšak průběh kmitočtové charakteristiky tomu nemusí nasvědčovat. V tom tkví nebezpečí při mechanickém používání simulačních programů: program provede analýzu kmitočtové charakteristiky, která „vypadá věrohodně“, ovšem samotný obvod je nestabilní a tudíž získaná kmitočtová charakteristika nemá v tomto případě žádný fyzikální význam. Proto je vhodné v případě „podezření“ otestovat stabilitu obvodu například analýzou časových průběhů.

Z obr. 5.13 a) nejsou dobře patrné detaily přenosové funkce v oblastech nízkých hodnot přenosu, například je nesnadné přesněji lokalizovat bod nulového přenosu. Pak je výhodnější vynášet na osu přenosu hodnoty v decibelech. Dalším opatřením k zlepšení čitelnosti kmitočtových charakteristik je vynášení kmitočtové osy v logaritmické stupnici. Výsledek je na obr. 5.13 b).

Uvedený způsob prezentace kmitočtových charakteristik souvisí s pojmem **Bodeho asymptotické kmitočtové charakteristiky**.

Bodeho asymptotické kmitočtové charakteristiky

V případě, kdy přenosová funkce obvodu obsahuje pouze reálné nulové body a póly, lze amplitudovou kmitočtovou charakteristiku typu decibelový přenos versus kmitočet v logaritmickém měřítku poměrně dobře aproximovat po částech lomenou čarou, která má určité snadno zapamatovatelné atributy (kmitočty lomu a strmost růstu, resp. poklesu). V případě komplexních nulových bodů nebo pólů je tato aproximace rovněž možná, obecně se však skutečná charakteristika k daným asymptotám již nemusí přimykat zdaleka tak těsně.

Nejprve se budeme zabývat přenosovou funkcí s reálnými nulovými body a póly, rozloženou na kořenové součinitele podle (5.29). Příkladem může být následující přenosová funkce a její další úprava do tvaru, který nám usnadní konstruovat tzv. „**Bodeho asymptoty**“:

$$K(p)=\frac{100000\,p}{(p+10)(p+1000)}=\frac{100000\,p}{10.1000(1+\frac{p}{10})(1+\frac{p}{1000})}=\frac{\frac{p}{0,1}}{(1+\frac{p}{10})(1+\frac{p}{1000})}. \quad (5.34)$$

Vzorec pro komplexní kmitočtovou charakteristiku bude

$$\dot{K}(j\omega)=\frac{\frac{j\omega}{0,1}}{(1+\frac{j\omega}{10})(1+\frac{j\omega}{1000})}=\frac{\frac{\omega}{0,1}e^{j90^\circ}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{10}\right)^2}\,e^{jarctg\left(\frac{\omega}{10}\right)}\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{1000}\right)^2}\,e^{jarctg\left(\frac{\omega}{1000}\right)}}.$$

Vyjádříme amplitudovou a fázovou kmitočtovou charakteristiku

$$K(\omega) = \frac{\frac{\omega}{0{,}1}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{10}\right)^2}\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{1000}\right)^2}},\ \varphi(\omega) = 90^\circ - arctg\left(\frac{\omega}{10}\right) - arctg\left(\frac{\omega}{1000}\right). \tag{5.35}$$

a amplitudovou charakteristiku v decibelech:

$$K_{dB}(\omega) = 20\log(K(\omega)) = 20\log\left(\frac{\omega}{0{,}1}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{10}\right)^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{1000}\right)^2}\right). \tag{5.36}$$

Na tomto místě proveďme shrnutí dosavadního postupu a z toho plynoucí zobecnění:

Přenosovou funkci obvodu s reálnými nulovými body a póly je možné rozložit na součiny členů typu

$$\frac{p}{a}, 1+\frac{p}{b}, \tag{5.37}$$

které se mohou nacházet jak v čitateli, tak i ve jmenovateli přenosové funkce. Přenosová funkce může být případně celá násobena nebo dělena další reálnou konstantou. Výše uvedená konstanta b je záporně vzatý nulový bod nebo pól přenosové funkce, podle toho, zda je příslušný člen v čitateli nebo jmenovateli.

Výše uvedené členy reprezentují „elementární“ kmitočtové charakteristiky, z nichž lze složit kmitočtovou charakteristiku celého obvodu. Konkrétně fázová kmitočtová charakteristika se získá sčítáním nebo odečítáním dílčích fázových charakteristik podle toho, jsou-li příslušné členy v čitateli nebo jmenovateli. Je-li přenos vyjádřen v decibelech, pak amplitudová kmitočtová charakteristika je dána rovněž součtem, resp. rozdílem dílčích charakteristik.

Zabývejme se nyní průběhem kmitočtových charakteristik členů (5.37).

První člen p/a má kmitočtové charakteristiky popsány vzorci

$$K_{dB}(\omega) = 20\log\left(\frac{\omega}{|a|}\right) = 20\log(\omega) - 20\log(|a|),\ \varphi(\omega) = \begin{matrix} 0 & \text{pro } a \geq 0 \\ 180^\circ & \text{pro } a < 0 \end{matrix}. \tag{5.38}$$

Příslušné zobrazení je na obr. 5.16 a). Je-li kmitočtová osa vynesena v logaritmickém měřítku, pak první z rovnic (5.38) reprezentuje rovnici přímky.

Vyjádříme vzorce pro kmitočtové charakteristiky druhého členu (1+p/b). Omezíme se na případ stabilního obvodu, tedy $b>0$:

$$K_{dB}(\omega) = 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{b}\right)^2},\ \varphi(\omega) = arctg\left(\frac{\omega}{b}\right). \tag{5.39}$$

Grafy jsou na obr. 5.14 b), opět pro případ logaritmické kmitočtové stupnice. V obrázku je dále naznačena možnost jejich poměrně dobré aproximace lomenými čarami.

Aproximace fázové kmitočtové charakteristiky vychází z toho, že na kmitočtu $\omega = b$ je fázový posuv φ = arctg(1) = 45°. Na kmitočtu, který je o dekádu nižší, tedy b/10, je fázový posuv přibližně nulový: φ = arctg(1/10) = 5,7°, a na kmitočtu o dekádu vyšším, tedy 10b, je téměř 90°: φ = arctg(10) = 84,3°.

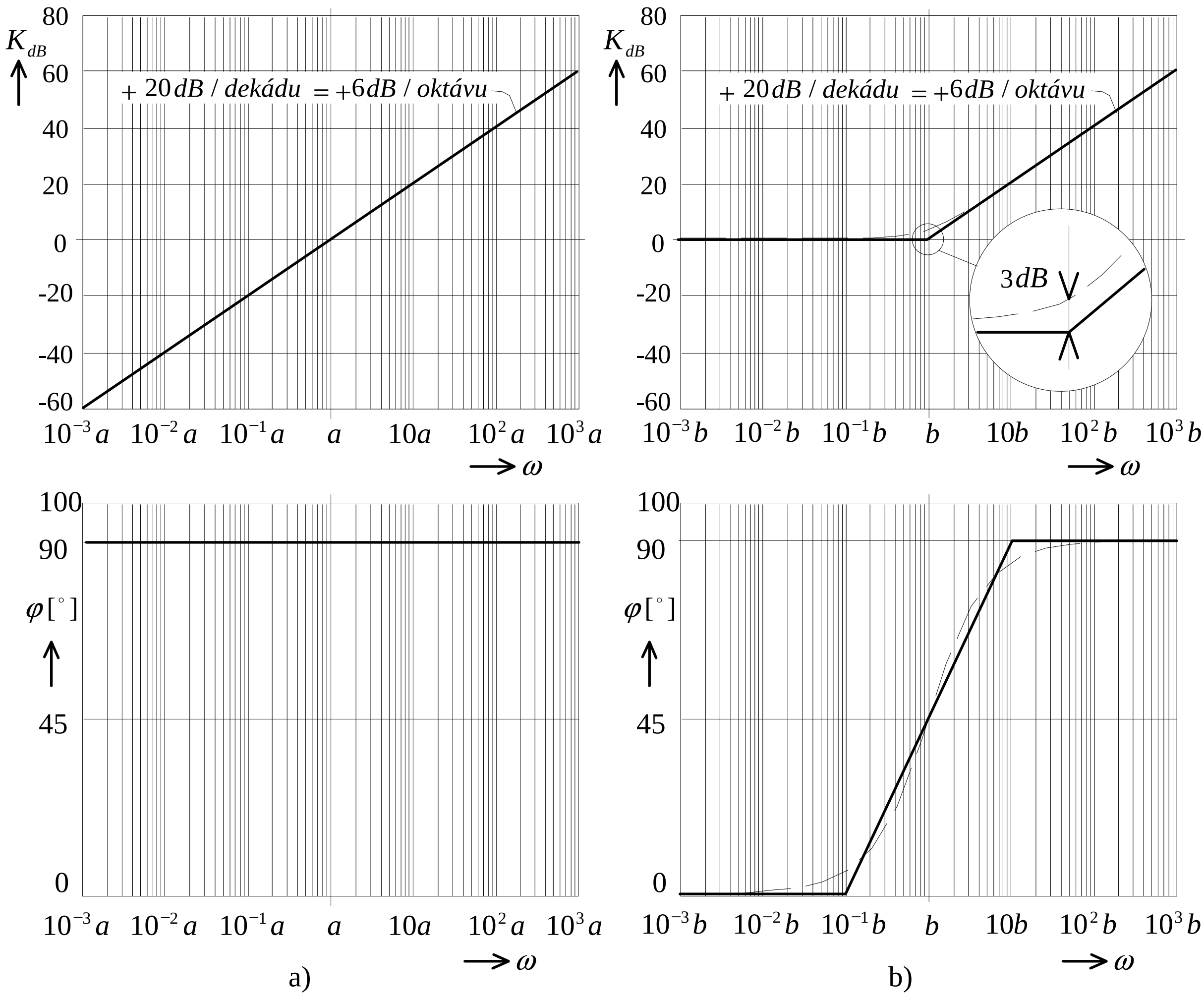
Aproximace amplitudové kmitočtové charakteristiky je založena na následujícím zjednodušení vzorce (5.39) pro nízké a vysoké kmitočty:

$$\omega << b \Rightarrow K_{dB}(\omega) \doteq 20\log\left(\sqrt{1}\right) = 0\,,$$

$$\omega >> b \Rightarrow K_{dB}(\omega) \doteq 20\log\left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{b}\right)^2}\right) = 20\log(\omega) - 20\log(b)\,. \qquad (5.40)$$

Pro případ logaritmické kmitočtové osy jde o rovnice lomené přímky s kmitočtem lomu b. Skutečná kmitočtová charakteristika má v tomto bodě hodnotu přenosu

$$\omega = b \Rightarrow K_{dB}(\omega) = 20\log\left(\sqrt{1+1}\right) = 10\log(2) \doteq 3dB\,.$$



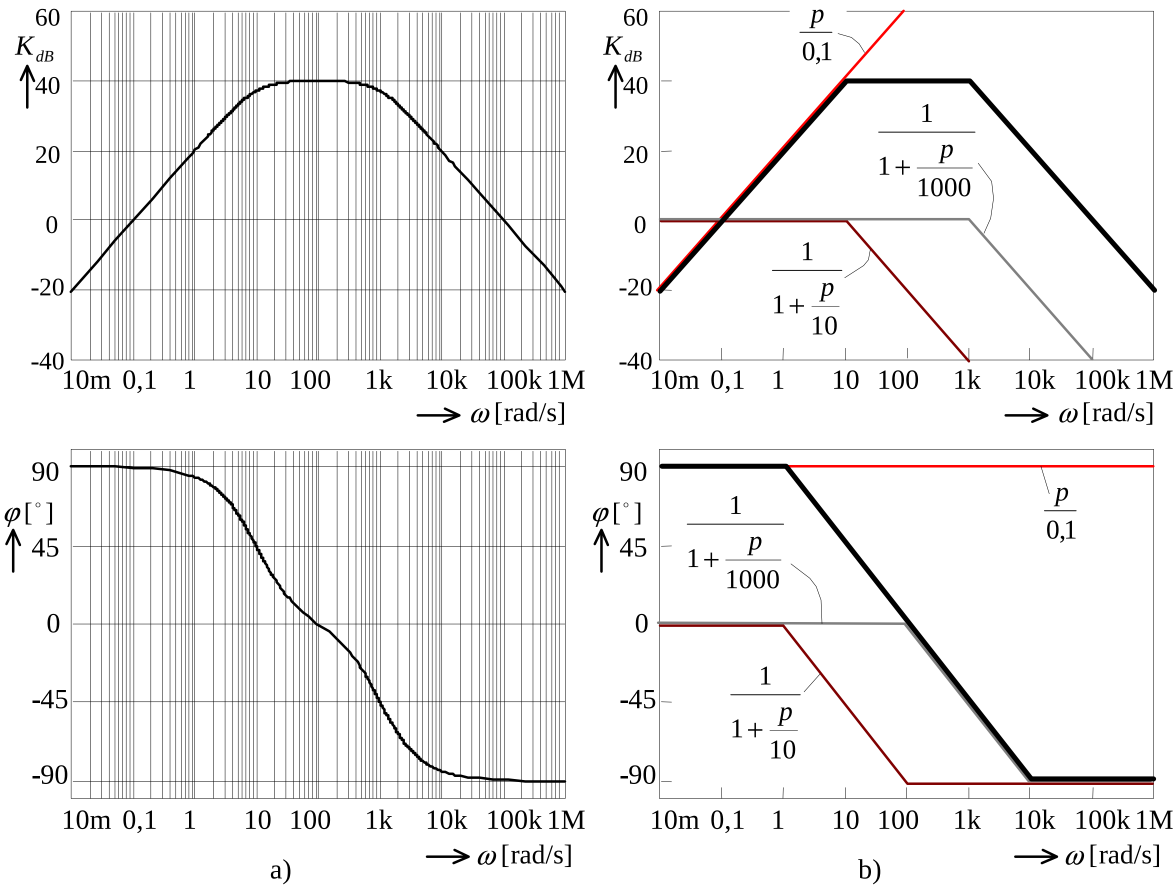
Obr. 5.14: „Logaritmické“ kmitočtové charakteristiky, odpovídající přenosovým funkcím 1. řádu a) p/a, b) $1+p/b$, a Bodeho asymptoty pro charakteristiku b).

Z obrázků a rovněž z vzorců (5.38) a (5.40) je zřejmé, co je to strmost nárůstu přenosu o 20 decibelů na dekádu: při vzrůstu kmitočtu z počáteční hodnoty na desetinásobek této hodnoty vzroste přenos o 20 decibelů. Tato strmost je někdy vyjadřována i hodnotou 6 decibelů na oktávu: vzroste-li kmitočet z počáteční hodnoty na dvojnásobek této hodnoty, tedy o oktávu, je odpovídající zvětšení přenosu 6 decibelů. Ověřte výpočtem!

Dokončení konstrukce kmitočtových charakteristik obvodu o přenosové funkci (5.34) je na obr. 5.15. Je zřejmé, že se jedná o charakteristiky filtru typu pásmová propust, přičemž hraniční kmitočty propustného pásma jsou dány dvěma póly přenosové funkce.

Nyní uvažujme případ komplexních nulových bodů, resp. pólů. Jako úvodní příklad zvolme přenosovou funkci 2. řádu (5.31), o které víme, že má komplexní nulové body a póly. Kmitočtová charakteristika je znázorněna na obr. 5.13. Přenosovou funkci upravíme na speciální tvar podobným způsobem jako u vzorce (5.34):

$$K(p)=\frac{500+0{,}1p^2}{p^2+22p+500}=\frac{1+\dfrac{p^2}{5000}}{1+\dfrac{p}{22{,}\overline{72}}+\dfrac{p^2}{500}}. \qquad (5.41)$$



Obr. 5.15: a) Kmitočtové charakteristiky, odpovídající přenosové funkci (5.34), b) odpovídající asymptotické charakteristiky (silně) jako součty dílčích asymptotických charakteristik.

Komplexní kmitočtová charakteristika bude

$$\dot{K}(j\omega) = \frac{1-\dfrac{\omega^2}{5000}}{1-\dfrac{\omega^2}{500}+j\dfrac{\omega}{22{,}\overline{72}}} = \frac{\left|1-\dfrac{\omega^2}{5000}\right| e^{j\varphi_1}}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{500}\right)^2+\left(\dfrac{\omega}{22{,}\overline{72}}\right)^2}\, e^{j\varphi_2}}, \tag{5.42}$$

$$\varphi_1 = \begin{matrix} 0 & ..\omega^2 \le 5000 \\ 180^\circ & ..\omega^2 > 5000 \end{matrix}, \quad tg\varphi_2 = \frac{\dfrac{\omega}{22{,}\overline{72}}}{1-\dfrac{\omega^2}{500}}, \tag{5.43}$$

z čehož se dají odvodit vzorce pro amplitudovou a fázovou kmitočtovou charakteristiku.

Ukazuje se tedy, že pro případ komplexních kořenů je třeba elementární polynomy 1. řádu (5.37), které mají reálné kořeny, doplnit o polynom 2. řádu, který zapíšeme takto:

$$1+\frac{p}{\omega_0 Q}+\frac{p^2}{\omega_0^2}, \tag{5.44}$$

který vznikne z polynomu $p^2 + p\dfrac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2$ normováním absolutního členu na jedničku. Parametry ω_0 a Q – tzv. **charakteristický kmitočet a činitel jakosti** – určují průběh kmitočtové charakteristiky. Pro čitatel přenosové funkce (5.41) vychází ω_0 = 70,7 rad/s, $Q \to \infty$, pro jmenovatel ω_0 = 22,36 rad/s, Q =1,02.

Polynom (5.44), stejně jako polynom před normováním, má kořeny

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}\,. \tag{5.45}$$

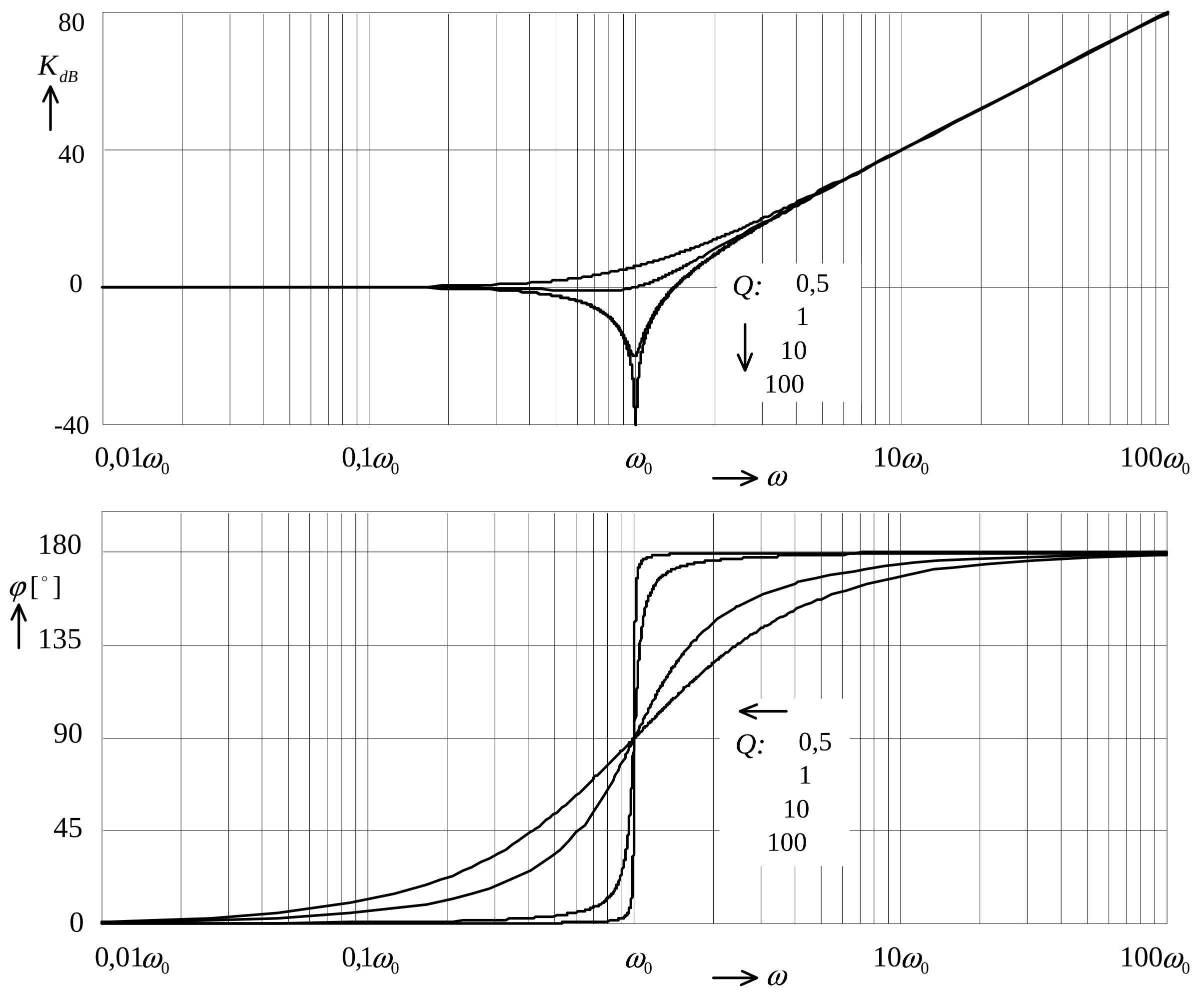
Z toho vyplývá, že pro činitel jakosti větší než 0,5 budou oba kořeny komplexní (a navíc komplexně sdružené), pro činitel jakosti 0,5 vyjde dvojice stejných reálných kořenů, a pro Q<0,5 budou kořeny reálné různé. V dalším se budeme zabývat případem Q>0,5, neboli komplexními kořeny.

Amplitudová a fázová kmitočtová charakteristika, odpovídající polynomu (5.44), bude

$$K_{dB}(\omega) = 20\log\left(\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2+\left(\frac{\omega}{\omega_0 Q}\right)^2}\right), \; \varphi(\omega) = arctg\left(\frac{\dfrac{\omega}{\omega_0 Q}}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right) + k.180^\circ, \tag{5.46}$$

kde k = 0 pro $\omega \le \omega_0$ a k = 1 pro $\omega > \omega_0$.

Znázornění kmitočtových charakteristik pro různé hodnoty činitele jakosti je na obr. 5.16. Vidíme, že amplitudové kmitočtové charakteristiky se přimykají k asymptotám ve tvaru lomené čáry s kmitočtem lomu ω_0 a s překmity v okolí tohoto kmitočtu, které značně závisí na činiteli jakosti. Pro činitele jakosti od 0,5 do 0,707 (přesně do hodnoty $1/\sqrt{2}$) zůstávají křivky „nad“ asymptotami, pro vyšší Q se začínají tvořit lokální minima. Fázová kmitočtová charakteristika je omezena asymptotami φ = 0 a φ = 180°, prochází úrovní 90° na kmitočtu ω_0 a její strmost roste s rostoucím činitelem jakosti.



Obr. 5.16: Kmitočtové charakteristiky, odpovídající přenosové funkci (5.44), pro různé hodnoty činitele jakosti.

Provedeme opět zjednodušení pro extrémně nízké a vysoké kmitočty a pro kmitočet ω_0:

$$\omega << \omega_0 \Rightarrow K_{dB}(\omega) \doteq 20\log(1) = 0\,,$$

$$\omega >> \omega_0 \Rightarrow K_{dB}(\omega) \doteq 20\log\left(\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}\right) = 40\log(\omega) - 40\log(\omega_0)\,, \qquad (5.47)$$

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow K_{dB}(\omega) = 20\log\left(\frac{1}{Q}\right) = -20\log(Q)\,.$$

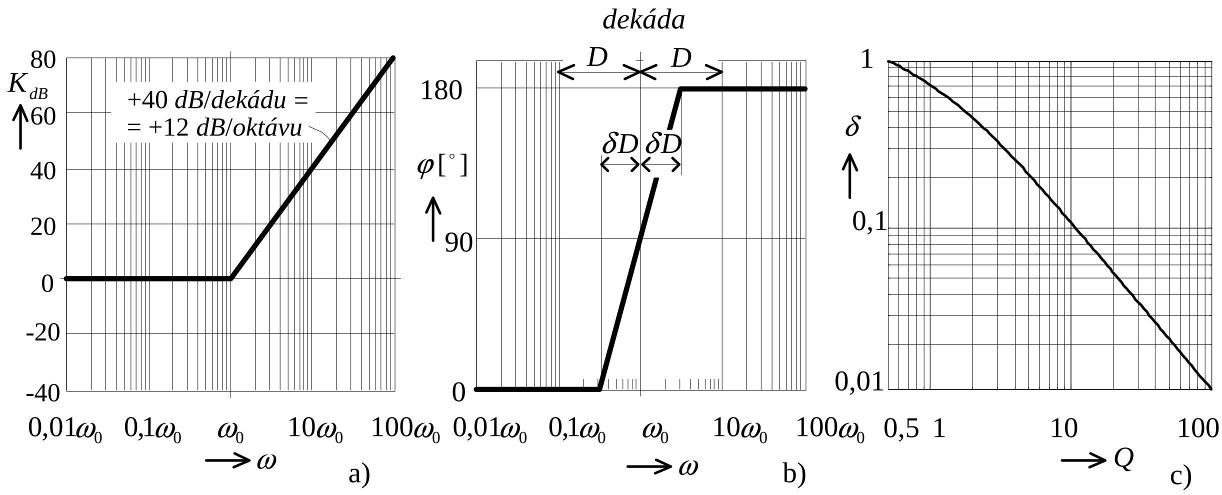
Příslušné asymptoty jsou na obr. 5.17 a). Oproti funkcím 1. řádu je nyní strmost charakteristiky dvojnásobná, tedy 40 dB na dekádu neboli 12 dB na oktávu.

Bez odvození uveďme pravidlo pro aproximaci fázové kmitočtové charakteristiky. U kmitočtové charakteristiky obvodu 1. řádu byly body zlomu umístěny vždy 1 dekádu před a za kmitočtem lomu. Nyní budou body zlomu umístěny o δ-násobek dekády před a za kmitočtem ω_0, kde

$$\delta \doteq \log\left(\frac{1+\sqrt{1+(0{,}4Q)^2}}{0{,}4Q}\right). \tag{5.48}$$

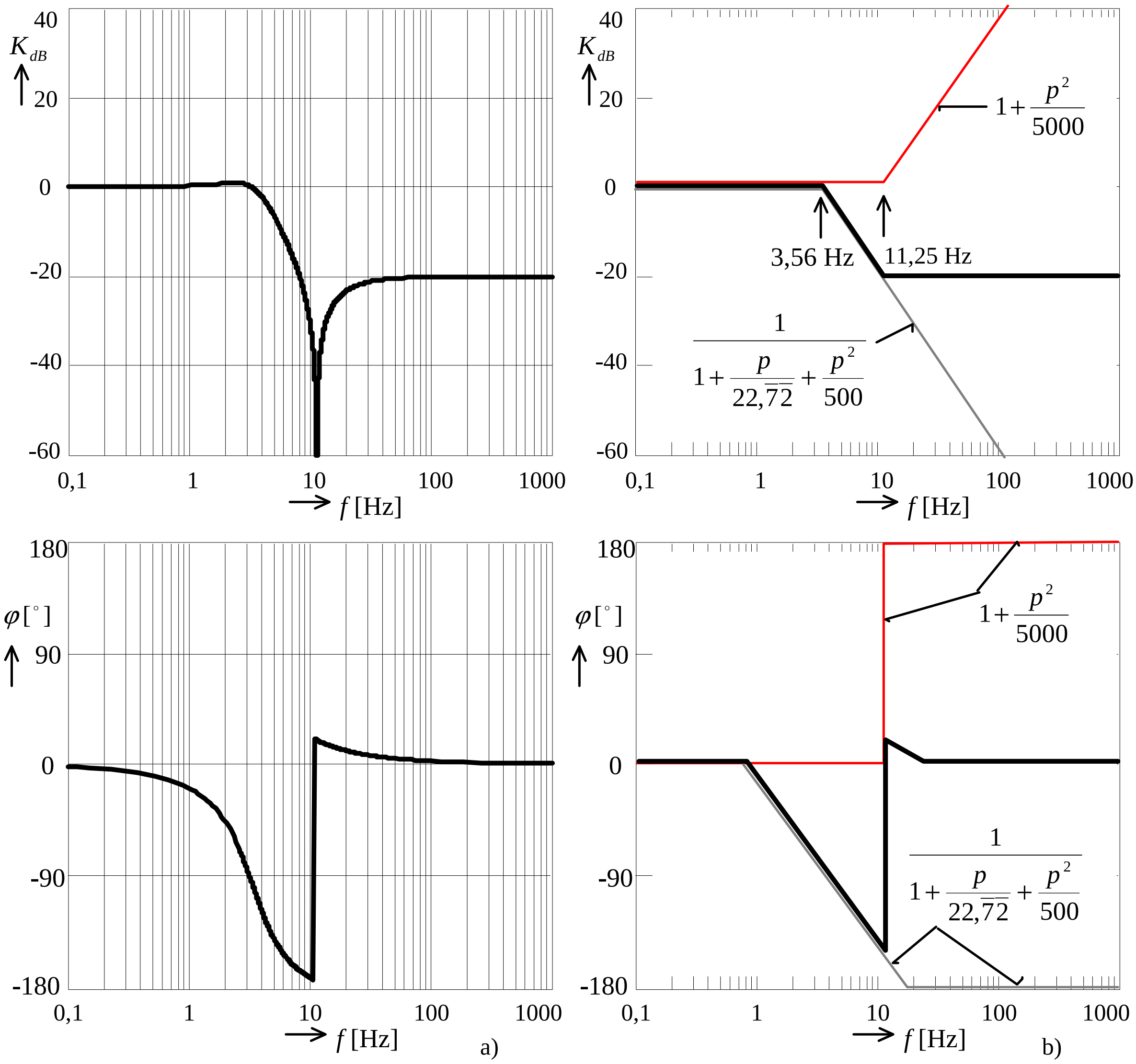
Vzorec není vhodný pro rychlé výpočty. Hodnotu δ pro daný činitel jakosti je snadnější odečíst z grafu na obr. 5.17 c). Z grafu je patrná tendence, že pro činitele jakosti větší než cca 10 je hodnota δ prakticky převrácenou hodnotou Q.

Způsob aproximace fázové charakteristiky je ukázán na obr. 5.17 b). Pro Q = 0,5 má přenosová funkce dvojnásobný reálný kořen, amplitudová charakteristika je bez překmitu s přenosem 6dB na kmitočtu ω_0 (dvojnásobek oproti 1. řádu). Hraniční body zlomu fázové kmitočtové charakteristiky jsou vzdáleny vždy jednu dekádu od kmitočtu ω_0 (viz δ = 1 z obr. c). Hodnoty fáze jsou v těchto bodech 11,4° a 168,6°, což představuje odchylky 11,4°od hraničních hodnot 0° a 180° (dvojnásobek než u 1. řádu).



Obr. 5.17: Asymptotické kmitočtové charakteristiky a) amplitudová, b) fázová. Veličina δ závisí na činiteli jakosti podle vzorce (5.48), jehož grafické znázornění je na obr. c).

Na obr. 5.18 (a) jsou kmitočtové charakteristiky filtru o přenosové funkci (5.41) a na obr. 5.18 b) je uvedena konstrukce jeho asymptotických charakteristik. Činitel jakosti je pro čitatel nekonečný (tedy δ = 0), pro jmenovatel je prakticky 1 (δ = 0,77). Kmitočet je vynášen v hertzích, nikoliv v radiánech za sekundu. Proto lomové kmitočty vycházejí $\sqrt{500}/(2\pi) \doteq 3{,}56$ Hz a $\sqrt{5000}/(2\pi) \doteq 11{,}25$ Hz .



Obr. 5.18: a) Kmitočtové charakteristiky filtru o přenosové funkci (5.41), b) konstrukce jeho asymptotických charakteristik.

Shrnutí:

Kmitočtové charakteristiky obvodů vykazují specifický a pro uživatele výhodný tvar, pokud vynášíme přenos v decibelech a používáme logaritmickou kmitočtovou osu. Charakteristiky pak lze aproximovat lomenými čarami. Tyto čáry mají u amplitudové charakteristiky sklon, roven celočíselnému násobku dvaceti decibelů na dekádu. V případě obvodů s komplexními nulovými body nebo póly je věrnost aproximace závislá na činitelích jakosti. Při relativně velkých hodnotách Q dochází k výrazným odchylkám v okolí lomových kmitočtů. Kmitočty lomu jsou rovny záporně vzatým převráceným hodnotám reálných nulových bodů a pólů a odmocninám z absolutních členů v polynomech 2. řádu, které generují komplexně sdružené kořeny.

5.3 VSTUPNĚ – VÝSTUPNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE (DR) LINEÁRNÍHO OBVODU

Cíle kapitoly:

- Vysvětlit fyzikální význam vstupně-výstupní diferenciální rovnice obvodu a její vztah k operátorové přenosové funkci a k chování obvodu.

5.3.1 Motivační příklad

Vztah mezi časovými funkcemi napětí a proudu na rezistoru je popsán známými algebraickými rovnicemi

$$u_R(t) = Ri_R(t),\ i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R}, \tag{5.49}$$

zatímco napětí a proudy na induktoru a kapacitou jsou svázány diferenciálními, resp. integrálními vztahy

$$u_L(t) = L\frac{d}{dt}i_L(t),\ i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L}\int_0^t u_L(t)dt, \tag{5.50}$$

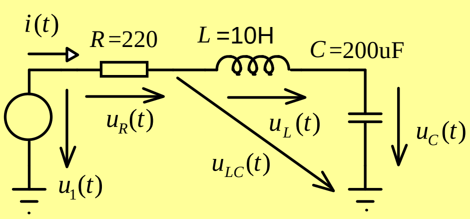
$$u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t)dt,\ i_C(t) = C\frac{d}{dt}u_C(t). \tag{5.51}$$

Lineární obvod, složený z prvků typu *R*, *L* a *C*, je tedy vnitřně popsán soustavou lineárních integro-diferenciálních rovnic, které lze z hlediska vstupně-výstupního popisu přepsat na jedinou lineární diferenciální rovnici takového řádu, jaký je řád obvodu. Tato diferenciální rovnice pak obsahuje stejné množství informací o obvodu jako jeho operátorová přenosová funkce.

Možný způsob se stavení vstupně-výstupní DR si demonstrujme na obvodu z obr. 5.10 a), resp. 5.14.

Příklad 5.7: *Určení vstupně-výstupní DR obvodu.*

Určete vstupně-výstupní DR obvodu z obr. 5.19, je-li výstupním signálem a) i, b) u_R, c) u_L, d) u_C, e) u_{LC}.



Obr. 5.19: Analyzovaný obvod.

☑ ***Řešení:***

$$u_C + u_L + u_R = u_1 \Rightarrow u_C' + u_L' + u_R' = u_1'$$

$$u_L = Li',\ u_R = Ri,\ u_C' = \frac{1}{C} i$$

$$\left.\right\} i'' + \frac{R}{L} i' + \frac{1}{LC} i = \frac{1}{L} u_1'.$$

$$\left.\right\} u_R'' + \frac{R}{L} u_R' + \frac{1}{LC} u_R = \frac{R}{L} u_1'.$$

$$i = Cu_C' \Rightarrow$$

$$Cu_C''' + \frac{RC}{L} u_C'' + \frac{C}{LC} u_C' = \frac{1}{L} u_1' \Big| \int$$

$$\left.\right\} u_C'' + \frac{R}{L} u_C' + \frac{1}{LC} u_C = \frac{1}{LC} u_1.$$

$$i = \frac{u_1 - u_{LC}}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{\left(u_1 - u_{LC}\right)''}{R} + \frac{R}{RL}\left(u_1 - u_{LC}\right)' + \frac{\left(u_1 - u_{LC}\right)}{RLC} = \frac{1}{L} u_1'$$

$$\left.\right\} u_{LC}'' + \frac{R}{L} u_{LC}' + \frac{1}{LC} u_{LC} = \frac{1}{LC} u_1 + u_1''.$$

$$u_L = u_{LC} - u_C \Rightarrow$$

odečteme DR pro u_C od DR pro u_{LC}

$$\left.\right\} u_L'' + \frac{R}{L} u_L' + \frac{1}{LC} u_L = u_1''.$$ ❑

■

5.3.2 Základní vlastnosti DR lineárního obvodu

Zobecníme-li výsledky z předchozího příkladu a omezíme-li se pro jednoduchost na obvody s jedním vstupem, pak můžeme psát obecnou vstupně-výstupní DR lineárního obvodu takto:

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y' + a_0 y = \underbrace{b_0 v + b_1 v' + \ldots + b_m v^{(m)}}_{F(t)},\ m \le n, \tag{5.52}$$

kde v, y jsou vstupní a výstupní signály, n je řád obvodu, a koeficienty diferenciální rovnice souvisí s parametry obvodu – např. u obvodu z obr. 5.19 jsou vyjádřeny pomocí parametrů R, L a C. Z toho plyne:

- u lineárních stacionárních obvodů jsou koeficienty DR konstantní reálná čísla,
- u lineárních nestacionárních obvodů jsou tyto koeficienty reálnými funkcemi času, nesouvisejí však s proměnnými v a y.

Dále se budeme zabývat pouze lineárními stacionárními obvody.

Pravá strana DR je funkcí vstupního signálu v a jeho derivací; někdy se celá označuje jako budicí funkce $F(t)$.

Prohlédneme-li si všechny DR z příkladu 5.7, můžeme vypozorovat tyto zákonitosti:

Koeficienty a_k, k = 0, 1, .. n levé strany DR nezávisejí na volbě výstupu obvodu.

Koeficienty b_k, k = 0, 1, .., m pravé strany DR závisejí na volbě výstupu.

Řád derivace u nenulových koeficientů na pravé straně DR není nikdy vyšší než na levé straně, tj. není vyšší než řád obvodu n.

5.3.3 Vztah DR a přenosové funkce

Z dodatku „Operátorový počet v elektrotechnice" vyplývá, že k řešení obvodu s nulovými počátečními podmínkami, kdy nás zajímá pouze vynucená odezva obvodu na vstupní signál, můžeme využít Heavisideova operátorového počtu. Aplikujeme-li jej na DR (5.52), pak namísto k-té derivace signálu dosadíme násobení jeho operátorového obrazu výrazem p^k. Rovnici (5.52) tak jednoduše přepíšeme do tvaru

$$a_n p^n Y(p) + a_{n-1} p^{n-1} Y(p) + \ldots + a_1 pY(p) + a_0 Y(p) = b_0 V(p) + b_1 pV(p) + \ldots + b_m p^m V(p).$$

Po úpravě dostáváme již dříve uváděný vzorec (5.28) pro přenosovou funkci lineárního obvodu:

$$K(p) = \frac{Y(p)}{V(p)} = \frac{a_0 + a_1 p + .. + a_m p^m}{b_0 + b_1 p + .. + b_n p^n},\ m \le n. \qquad (5.53)$$

Porovnání (5.53) a (5.52) vede k užitečné poučce:

> Koeficienty polynomů v čitateli a jmenovateli přenosové funkce jsou rovny koeficientům na pravé a levé straně DR, přičemž koeficientu u *k*-té mocniny operátoru *p* odpovídá koeficient u *k*-té derivace signálu.

Pomocí poučky je například možné jednoduše sestavit DR obvodu nepřímo přes nalezení operátorové přenosové funkce obvodu. Je to daleko snazší než intuitivní postup, prezentovaný v příkladu 5.7.

Z poučky dále vyplývá, že póly přenosové funkce jsou současně kořeny charakteristické rovnice k homogenní DR obvodu, tj. DR bez pravé strany. Z matematiky je známo, že tyto kořeny určují typ řešení DR. To má velký význam mj. k testování stability, jak jsme již poznali v části „Souvislost mezi rozložením pólů a stabilitou obvodu" na str. 109.

5.3.4 Fyzikální význam a vlastnosti řešení DR lineárního obvodu

Diferenciální rovnice (5.52) je matematickým modelem odezvy výstupního signálu $y(t)$ na vstupní signál $v(t)$. Z matematiky je známo, že tzv. obecné řešení DR (5.52) je možno složit z obecného řešení tzv. homogenní DR, tj. DR s nulovou pravou stranou, a z tzv. partikulárního, tj. libovolného možného řešení DR s pravou stranou:

$$y(t) = y_H(t) + y_P(t). \qquad (5.54)$$

Tento matematický postup má své jednoduché technické vysvětlení, které je založeno na principu superpozice.

Nejprve vysvětlíme fyzikální význam řešení homogenní DR a pak řešení DR s pravou stranou.

Fyzikální význam a vlastnosti řešení homogenní DR

Vzhledem k tomu, že homogenní DR je DR s nulovou pravou stranou, tj. $F(t) = 0$, bude jejím řešením přirozená odezva obvodu, tj. odezva na počáteční stav při nepůsobení vstupu. Jakou strukturu bude mít toto řešení?

Je-li DR n-tého řádu, znamená to, že v systému je n nezávislých paměťových prvků a systém lze popsat souborem n stavových veličin. Odezva systému na počáteční stav bude samozřejmě záviset na n hodnotách těchto počátečních podmínek, které jsme dříve nazvali **fyzikálními počátečními podmínkami**. Konkrétní řešení homogenní DR tedy závisí na této n-tici. **Obecné řešení homogenní DR** proto obsahuje n tzv. **integračních konstant**, které souvisí s n-ticí počátečních podmínek. Dosazováním konkrétních konstant do obecného řešení lze pak získat konkrétní přirozenou odezvu na konkrétní fyzikální počáteční podmínky. Tyto integrační konstanty lze určit na základě **matematických počátečních podmínek** (podrobnosti viz [5, 22]). Fyzikálních počátečních podmínek nemůžeme přímo použít, protože ve vstupně-výstupní DR obecně nefigurují všechny stavové veličiny, pouze vstup a výstup.

Aplikací principu superpozice lze odhalit strukturu obecného řešení homogenní DR. Představa n paměťových prvků v obvodu jako n zdrojů akumulované energie vede k závěru, že odezva na počáteční podmínky se skládá z n odezev na každou počáteční podmínku, působící samostatně. Z linearity obvodu plyne, že každá dílčí odezva bude přímo úměrná její příčině, tj. fyzikální počáteční podmínce. Obecné řešení $y_H(t)$ homogenní DR lze tedy chápat jako lineární kombinaci n elementárních řešení $y_k(t)$ ($k = 1, ..,n$), kde integrační konstanty C_k souvisí s fyzikálními počátečními podmínkami (jsou to jakési konstanty úměrnosti):

$$y_H(t) = C_1 y_1(t) + C_2 y_2(t) + \cdots + C_n y_n(t). \tag{5.55}$$

Funkce y_1, y_2, ..., y_n jsou vybrány tak, že tvoří systém tzv. lineárně nezávislých řešení homogenní DR (nemusí nutně odpovídat reakcím na dílčí počáteční podmínky; tyto reakce však lze vyjádřit pomocí elementárních reakcí y_1, y_2, ..., y_n). Počet lineárně nezávislých řešení přirozené odezvy obvodu souvisí s "počtem stupňů volnosti" v obvodu a je roven jeho řádu n. V teorii systémů se elementární reakce y_1, y_2, ..., y_n nazývají **módy** pohybu lineárního systému.

Z matematiky je známo, že lineárně nezávislá řešení mohou nabývat jen přesně definovaných tvarů a závisejí na tom, jaké jsou kořeny λ **charakteristické rovnice**, přiřazené k DR (5.52):

$$a_n\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + a_1\lambda + a_0 = 0 \Rightarrow \lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n. \tag{5.56}$$

Tab. 5.2: Módy pohybu lineárního systému odpovídající různým pólům.

póly	**odpovídající řešení (módy)**
reálný jednoduchý λ	$C_1 e^{\lambda t}$
reálný k-násobný $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = ...\lambda_k$	$C_1 e^{\lambda t} + C_2 t e^{\lambda t} + \cdots + C_k t^{k-1} e^{\lambda t}$
jednoduchý komplexně sdružený pár $\lambda_1 = \alpha + j\beta$, $\lambda'_1 = \alpha - j\beta$	$e^{\alpha t}\left(C_1 \cos\beta t + C'_1 \sin\beta t\right)$
k-násobný komplexně sdružený pár $\lambda_1=\lambda_2=...=\lambda_k=\alpha+j\beta$, $\lambda'_1=\lambda'_2=...=\lambda'_k=\alpha-j\beta$	$e^{\alpha t}\left(C_1 \cos\beta t + C'_1 \sin\beta t\right) + t e^{\alpha t}\left(C_2 \cos\beta t + C'_2 \sin\beta t\right) +$ $\cdots + t^{k-1} e^{\alpha t}\left(C_k \cos\beta t + C'_k \sin\beta t\right)$

Protože polynom na levé straně rovnice má stejné koeficienty jako polynom ve jmenovateli přenosové funkce obvodu, jsou jeho kořeny rovny **pólům** obvodu. V Tab. 5.2 jsou shrnuty tvary nezávislých řešení pro různé typy pólů, známé z matematiky. Tvar odezvy sice závisí na integračních konstantách, t.j. na počátečním stavu obvodu, nikoliv však tendence odezvy (zánik, divergence, monotónní nebo kmitavý charakter). Jinými slovy, rozložení pólů má úzký vztah k stabilitě obvodu (viz str. 109).

Řešení přirozené odezvy nezávisí na způsobu přivádění vstupního signálu, protože je to řešení při nulovém vstupu. Obecné řešení homogenní DR však nemůže záviset ani na volbě výstupní veličiny, neboť toto řešení je vyjádřeno obecnými lineárními kombinacemi odezev stavových veličin. Výstup lineárního obvodu je však rovněž odvozen lineární kombinací stavových veličin. Proto obecné řešení homogenní DR v sobě sdružuje všechny možné alternativy volby výstupní veličiny. Homogenní DR a tedy i koeficienty a_k v obecné rovnici (5.56) jsou proto invariantní k volbě výstupu i vstupu.

Fyzikální význam a vlastnosti řešení DR s pravou stranou

Toto řešení udává odezvu obvodu na budicí signál se současným uvažováním vlivu počátečních podmínek. Jedná se tedy o **úplnou odezvu** obvodu. Tato odezva opět závisí na n počátečních podmínkách. Obecné řešení DR s pravou stranou se podle známé matematické poučky skládá ze dvou částí (viz vzorec (5.54)). Z pohledu teorie systémů lze úplnou odezvu rozdělit na dvě části několika způsoby, např.

$$\underbrace{y(t)}_{\substack{\text{úplná}\\ \text{odezva}}} = \underbrace{C_1 y_1(t) + C_2 y_2(t) + \cdots + C_n y_n(t)}_{\substack{\text{přirozená odezva na obecné}\\ \text{počáteční podmínky při}\\ \text{nepůsobení vstupu}}} + \underbrace{y_{\text{vynuc}}(t)}_{\substack{\text{odezva na vstup při}\\ \text{nulových počátečních}\\ \text{podmínkách}}} \tag{5.57}$$

Z matematiky je však známo , že poslední člen na pravé straně může být **libovolné** partikulární řešení DR $y_P(t)$, tj. řešení DR s pravou stranou při **libovolných** (nejen nulových) počátečních podmínkách. Tento zdánlivý rozpor lze vysvětlit tak, že obecné integrační konstanty C_k, k = 1, 2, ..., n rozdělíme na dvě části: $C_k = C_k^1 + C_k^2$. Po úpravě (5.39) dostaneme

$$\underbrace{y(t)}_{\substack{\text{úplná}\\ \text{odezva}}} = \underbrace{C_1^1 y_1(t) + C_2^1 y_2(t) + \cdots + C_n^1 y_n(t)}_{\substack{\text{přirozená odezva na obecné}\\ \text{počáteční podmínky}\\ \text{= řešení homogenní DR}}} + \underbrace{C_1^2 y_1(t) + C_2^2 y_2(t) + \cdots + C_n^2 y_n(t) + y_{\text{vynuc}}(t)}_{\substack{\text{odezva na vstup při obecných}\\ \text{počátečních podmínkách}\\ \text{= libovolné partikulární řešení}}} \tag{5.58}$$

Toto schéma je již plně v souladu s matematickou konvencí.

Speciálním případem odezvy na vstup při určitých počátečních podmínkách je ustálená odezva (ustálený stav). Rozklad úplné odezvy na přechodnou a ustálenou je tedy speciálním případem rozkladu (5.58):

$$\underbrace{y(t)}_{\substack{\text{úplná}\\ \text{odezva}}} = \underbrace{C_1^1 y_1(t) + C_2^1 y_2(t) + \cdots + C_n^1 y_n(t)}_{\substack{\text{přechodná složka odezvy}\\ \text{jako zvláštní případ}\\ \text{přirozené odezvy}}} + \underbrace{C_1^2 y_1(t) + C_2^2 y_2(t) + \cdots + C_n^2 y_n(t) + y_{vynuc}(t)}_{\substack{\text{odezva na vstup při počátečních}\\ \text{podmínkách, které odpovídají ustá -}\\ \text{lenému stavu = ustálená odezva}}} \tag{5.59}$$

Ve všech výše uvedených rozkladech vystupuje poslední člen v roli partikulárního řešení DR s pravou stranou. Při řešení DR, kdy stojíme před problémem nalezení tohoto partikulárního řešení, je obvykle nejschůdnější jeho hledání právě ve tvaru ustáleného stavu (5.59).

6 ZESILOVAČE

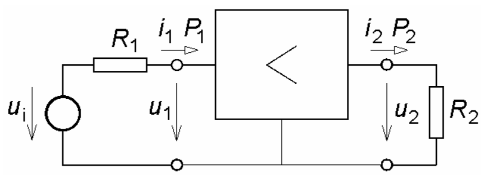
6.1 Princip zesilovače

Cíle kapitoly:

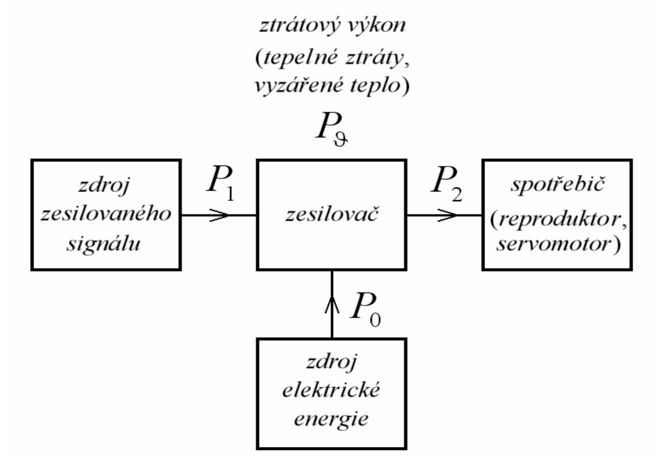
- Ukázat zesilovač jako speciální typ dvojbranu, včetně podmínek, které musí dvojbran splňovat, aby byl zesilovačem.
- Vysvětlit základní pojmy typu účinnost, zesílení, linearizovaný model, ideální zesilovač, kvazilineární zesilovač.

Zesilovač elektrického signálu je dvojbran (obr. 6.1). Na jeho vstup přivádíme signál, který má být zesílen (vstupní signál, budící signál). Z jeho výstupu odebíráme zesílený signál (výstupní signál, odezvu). Aby dvojbran byl zesilovačem, musí být výkon P_2 výstupního signálu větší než výkon P_1 vstupního signálu. Jinými slovy, výkonové zesílení zesilovače musí být větší než jedna.

$$A_P = \frac{P_2}{P_1} > 1 \tag{6.1}$$



Obr. 6.1: Blokové schéma zesilovače jako dvojbranu a jeho vstupní a výstupní veličiny.



Obr. 6.2: K energetické bilanci zesilovače.

Nestačí, aby např. napěťový přenos byl větší než jedna (aby výstupní napětí bylo větší než vstupní), nebo aby proudový přenos byl větší než jedna (aby výstupní proud byl větší než vstupní). U transformátoru může být v závislosti na poměru závitů primárního a sekundárního vinutí buď přenos napětí nebo přenos proudu větší než jedna, ale vždy bude výstupní výkon menší než vstupní o ztráty v transformátoru.

Aby mohl být výstupní výkon zesilovače větší než jeho budící výkon,

- musí být do zesilovače dodávána energie ze zdroje (z napájecího zdroje) a
- zesilovač musí obsahovat prvek, který dovede přesouvat energii z napájecího zdroje do výstupního signálu.

Důležitým ukazatelem energetické bilance zesilovače je *účinnost*. Ta je dána poměrem výkonu P_2 dodávaného signálem do zátěže a součtu všech výkonů dodávaných do zesilovače, tj. výkonu P_1 zesilovaného signálu a výkonu P_0 dodávaného napájecím zdrojem. Zpravidla bývá výkon budícího signálu zanedbatelný. Vztah pro účinnost je:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1 + P_0} \text{ , resp. } \eta = \frac{P_2}{P_0} \ . \tag{6.2}$$

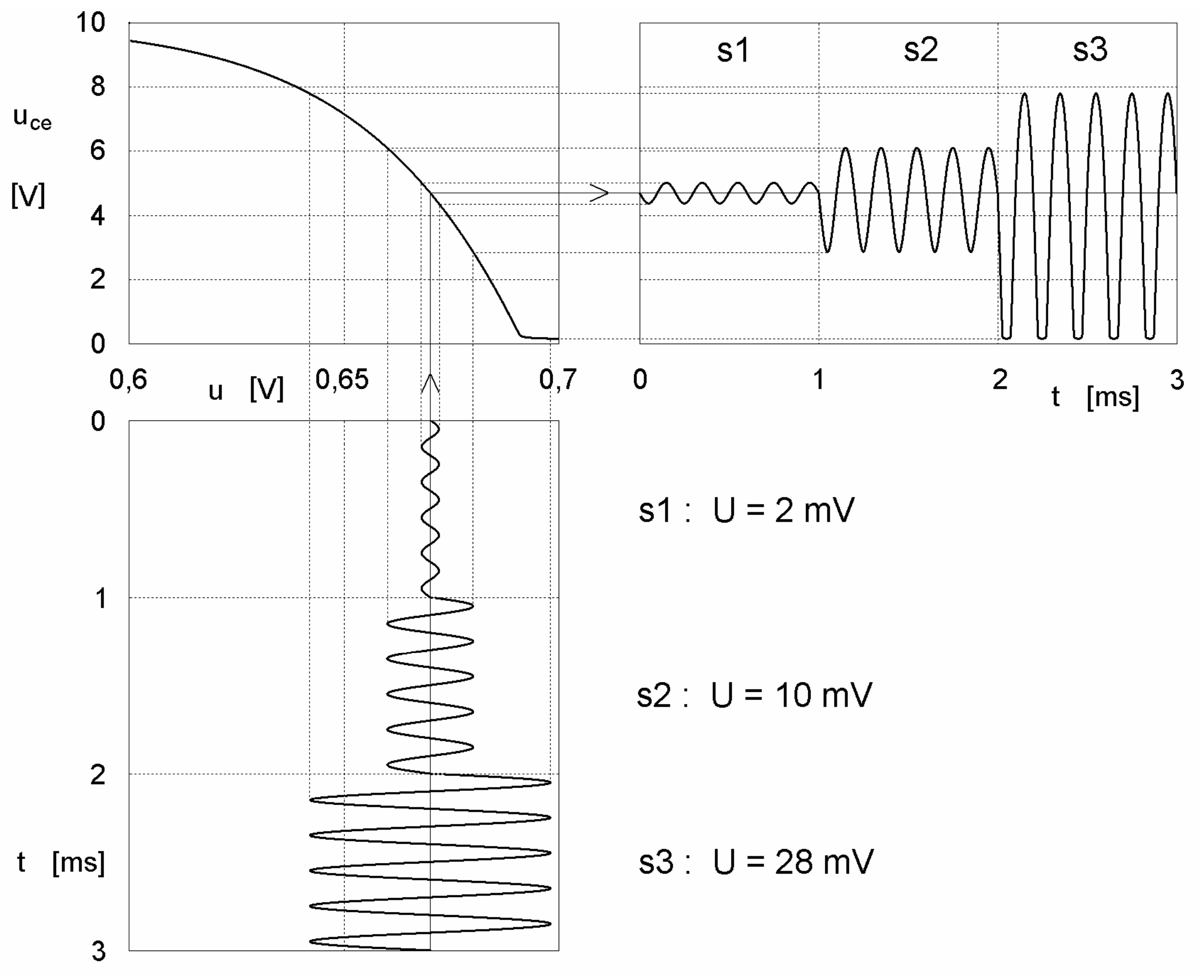
Napájecí zdroj bývá většinou zdroj ss napětí, u některých typů tzv. parametrických zesilovačů to bývá zdroj střídavého napětí.

Zesilovač musí obsahovat aspoň jeden prvek, který je schopen přeměňovat výkon, dodávaný napájecím zdrojem, na výkon zesíleného signálu, tj. prvek, který je schopen vytvářet nové složky spektra a který je schopen přesouvat energii z jedné složky spektra signálu do jiné složky signálu. To dovedou prvky nelineární a prvky parametrické. Takovým prvkům zpravidla říkáme *aktivní prvky*. Typickým a nejčastěji používaným aktivním prvkem (nelineárním prvkem) v zesilovačích je tranzistor (bipolární nebo polem řízený).

Zesilovač je tedy v podstatě nelineární obvod, avšak musí být navržen tak, aby se vzhledem k zesilovanému signálu choval jako lineární obvod (Kap. 4.1, obr. 4.5 a 4.6, Shrnutí a zobecnění). Budeme-li uvažovat práci v oblasti středních kmitočtů, pak výstupní napětí u_2 musí být nezkresleným obrazem napětí u_1, tj. musí mít stejný průběh jako vstupní napětí u_1, jenom je násobeno určitou konstantou K, zesílením (přenosem):

$$u_2 = K\, u_1 \ . \tag{6.3}$$

Zesílení K v oblasti středních kmitočtů může být číslo kladné, nebo záporné. Pokud zesilovač neobrací fázi zesilovaného signálu, je K kladné, pokud obrací fázi, je záporné.



Obr. 6.3: Příklad práce tranzistoru v lineárním a nelineárním režimu.

U zesilovačů, které splňují (aspoň do jisté míry) požadavek linearity, používáme pro zjednodušení úvah pro popis některých základních vlastností zesilovače tzv. **linearizovaný model** skutečného zesilovače (viz kapitola 4.3 „Linearizovaný model obvodu“). Pro tento model zesilovače používáme pojem **ideální zesilovač**.

Pokud je vstupní signál $u_1(t)$ dostatečně malý (nepřekročí meze, ohraničující tuto téměř lineární část charakteristiky), odpovídá výstupní signál $u_2(t)$ téměř přesně vztahu (6.3), viz obr. 6.3, signál s_1. Pak mluvíme **o kvazilineárním zesilovači**, který ovšem pro zvýšení velikosti vstupního signálu nad uvažovanou mez přechází do nelineárního režimu, kdy vztah (6.3) již neplatí, viz obr. 6.3, signály s_2 a s_3. Každý zesilovač má tedy mez velikosti signálu a tomu odpovídající pracovní oblast, kdy pracuje jako kvazilineární. Tato mez se může měnit podle použití zesilovače - menší bude u zesilovačů akustického signálu, kdy je požadavek na zkreslení signálu přísný, větší např. u zesilovačů regulačních soustav. Míru odchylky od ideální lineární funkce vyjadřujeme různými způsoby. Často se používá **činitel harmonického zkreslení** (kap. 4.2.1, vztah 4.1) a také **činitel intermodulačního zkreslení.**

6.2 Parametry zesilovače

Cíle kapitoly:

- Vysvětlení často používaných lineárních parametrů zesilovačů (přenosových a impedančních).
- Seznámit s klasifikací zesilovačů podle průběhu kmitočtové charakteristiky a podle velikosti výkonu, dodávaného do zátěže.
- Vysvětlení základních nelineárních parametrů zesilovačů (převodní charakteristiky, zkreslení).
- Seznámit s šumovými vlastnostmi zesilovačů a s dynamickým rozsahem.

Parametry zesilovačů můžeme rozdělit do několika skupin podle různých hledisek. Každý aktivní prvek má omezenou pracovní oblast, ve které se vůči signálu jeví jako víceméně lineární (obr. 6.3). Ale i v této pracovní oblasti není nikdy dokonale lineární. Pokud nelinearitu zanedbáme, můžeme vlastnosti linearizovaného zesilovače popsat *lineárními parametry*. Po překročení pracovní oblasti se jeho nelinearita začne projevovat intenzivněji. Pro popis vlivu nelinearity (jak v případě malého signálu tak i velkého signálu) na procházející signál použijeme tzv. *nelineární parametry*.

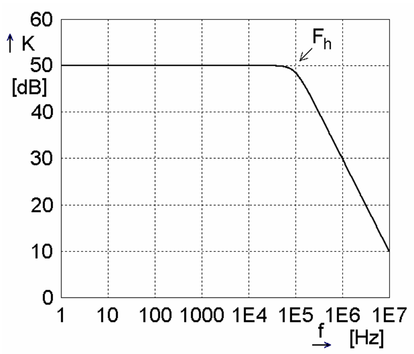
Velmi často se pro zesilovače (ale i jiná zařízení) udávají tzv. jmenovité (nominální) parametry. Tyto parametry udávají typické vlastnosti zařízení za definovaných (vyjmenovaných) podmínek.

6.2.1 Lineární parametry

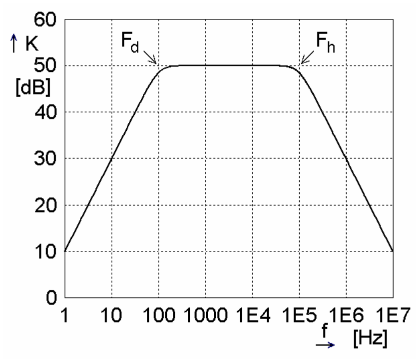
Do lineárních parametrů zahrnujeme ty parametry zesilovačů, které jsou typické pro lineární obvody. Jsou to především přenosové a imitanční parametry a charakteristiky. Přenosové parametry můžeme definovat jednak v časové oblasti a jednak ve frekvenční oblasti. V časové oblasti to je např. přechodová charakteristika, resp. impulsní odezva, ve frekvenční oblasti jsou to kmitočtové závislosti přenosu a impedancí v harmonickém ustáleném stavu. Vztah mezi okamžitými hodnotami výstupního a vstupního signálu udává převodní charakteristika.

Přenosové parametry

Přechodová charakteristika a frekvenční charakteristika se vztahují k práci aktivního prvku v lineární oblasti. Mluvíme o *linearizovaném* modelu zesilovače. Přechodová charakteristika *h(t)* zesilovače je jeho odezvou na jednotkový skok. Frekvenční charakteristika $\dot{K}(j\omega)=\dot{S}_2(\omega)/\dot{S}_1(\omega)$ je kmitočtová závislost odezvy zesilovače na harmonický signál v ustáleném stavu. Modulová charakteristika $K(\omega)=S_2(\omega)/S_1(\omega)$ určuje velikost přenosu v závislosti na kmitočtu (obr. 4.23 a, s. 47), fázová charakteristika $\varphi(\omega)=\varphi_2(\omega)-\varphi_1(\omega)$ pak kmitočtovou závislost fázového posuvu způsobeného průchodem signálu zesilovačem (obr. 4.23 b).



Obr. 6.4: a) Příklad frekvenční charakteristiky stejnosměrného zesilovače.



Obr. 6.4: b) Příklad frekvenční charakteristiky střídavého zesilovače.

Zesilovače můžeme dělit, klasifikovat podle různých vlastností a parametrů. Pokud jde o přenosové parametry, můžeme použít následující klasifikace:

1. Klasifikace podle kmitočtového rozsahu.

Každý zesilovač má už z principu omezený horní mezní kmitočet. I kdyby zesilovací prvek byl ideální, vždy přítomná kapacita výstupních svorek zesilovače způsobuje na velmi vysokých kmitočtech prakticky zkrat. Proto u reálného zesilovače vždy velikost jeho přenosu směrem k vyšším kmitočtům klesá.

- *Stejnosměrné zesilovače.*
  Stejnosměrné zesilovače zesilují ve frekvenčním rozsahu od 0 Hz (tj. stejnosměrný signál) až po určitý horní mezní kmitočet (obr. 6.4.a). Přenosová funkce má tvar frekvenční charakteristiky dolní propusti. Podle typu (použití) zesilovače se horní mezní kmitočet přenosové funkce může pohybovat od několika Hz (např. zesilovače lékařských přístrojů, zpracovávajících pomalu proměnné signály) až po GHz (např. zesilovač rychlých osciloskopů pro pozorování pulsních signálů v počítačích, sdělovacích zařízeních apod.).

- *Střídavé zesilovače*
  Střídavé zesilovače nezesilují stejnosměrný signál. Jejich přenosová funkce má tvar charakteristiky pásmové propusti (obr. 6.4.b). Podle poměru mezi horním mezním kmitočtem F_h a dolním mezním kmitočtem F_d můžeme zesilovače dělit na širokopásmové ($F_h / F_d >>1$) a úzkopásmové ($F_h / F_d \rightarrow 1$).
  - Širokopásmové - nízkofrekvenční, vysokofrekvenční.
  - Úzkopásmové (selektivní) – nízkofrekvenční.
  - Vysokofrekvenční.

2. Klasifikace podle typu zesilovaného signálu.

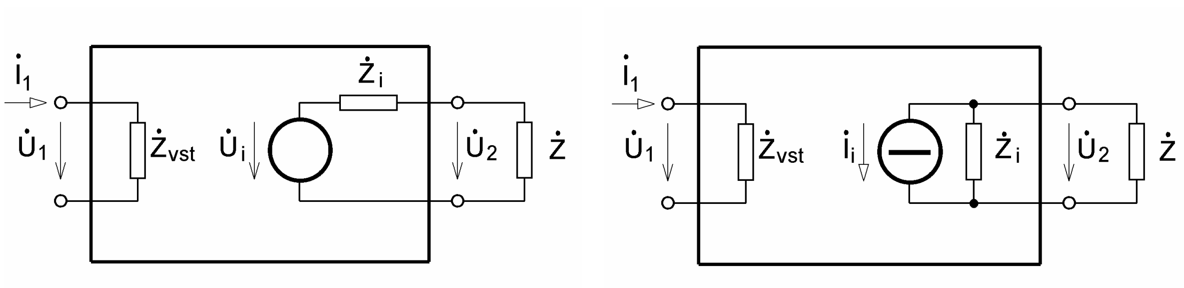
- *Zesilovače akustického signálu*. U těchto zesilovačů se klade důraz na veliký dynamický rozsah a konstantní přenos (zesílení) v pracovním kmitočtovém pásmu. U stereofonních zesilovačů je nutné, aby nejen modulové, ale i fázové charakteristiky obou kanálů byly shodné.
- *Obrazové zesilovače* se používají např. v televizorech pro zesilování obrazového signálu, v radiolokátorech, v řadě měřících přístrojů. U těchto zesilovačů je hlavní požadavek zachování časového průběhu zesíleného signálu.
- *Rezonanční zesilovače* jsou zpravidla úzkopásmové (selektivní) zesilovače, používané pro zesilování modulovaných signálů. V případě výkonových rezonančních zesilovačů pracují aktivní prvky pro dosažení vysoké výkonové účinnosti zpravidla v nelineárním režimu.

3. Klasifikace podle výkonu dodávaného do zátěže.

- *Nízkovýkonové*. Zpracovávají malé signály, pracovní bod aktivních prvků těchto zesilovačů se pohybuje v blízkosti klidového pracovního bodu.
- *Výkonové*. Tyto zesilovače musí dodat do zátěže dostatečný výkon, aktivní prvky těchto zesilovačů musí být schopny tento výkon převést ze zdroje do zátěže. Převod energie se děje s určitou výkonovou účinností. Část energie se v aktivním prvku mění v teplo. Toto teplo je třeba z prvku odvést (problém chlazení). S ohledem na spotřebu energie (dimenzování zdrojů) a chlazení (váha) je třeba navrhovat tyto zesilovače s co největší energetickou účinností.

Impedanční parametry

Z hlediska vstupních svorek se zesilovač vůči zdroji zesilovaného signálu chová jako spotřebič o určité impedanci. Z hlediska výstupních svorek se pak na zesilovač můžeme dívat jako na zdroj napětí (Thévenin, obr. 6.5a) nebo proudu (Norton, obr. 6.5b) o určité vnitřní impedanci.



a) NZ zesilovače se zdrojem napětí. b) NZ zesilovače se zdrojem proudu.

Obr. 6.5: Náhradní zapojení (NZ) zesilovače z hlediska vstupu a výstupu.

U zesilovačů, zpracovávajících signály o vysokých kmitočtech, kdy odpovídající délka vlny je již srovnatelná s délkou spojovacích vodičů, musíme brát v úvahu charakter šíření signálů podél vedení. V takovém případě pro zamezení odrazu signálu na vstupu zesilovače je nutné pro přívod signálu použít koaxiální kabel a vstupní impedanci zesilovače přizpůsobit impedanci kabelu (nebo naopak).

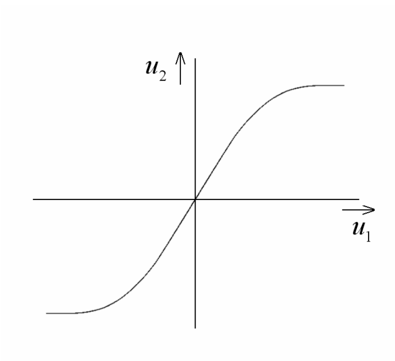
U zesilovačů, které zpracovávají signály o "nízkých" kmitočtech (zesilovače akustických signálů, zesilovače některých regulačních systémů), nehrozí komplikace vyvolané odrazy signálu. Pak podle oblasti použití zesilovače volíme i jeho vstupní impedanci. Např. při zpracovávání slabých signálů je třeba volit vstupní impedanci s ohledem na minimální šum, jindy je vhodné co nejlépe využít vstupní signál a proto volíme hodnotu vstupní impedance rovnou komplexně sdružené hodnotě impedance zdroje signálu (výkonové přizpůsobení).

Volba výstupní impedance zesilovače závisí na tom, zda požadujeme, aby průběh výstupního napětí kopíroval průběh vstupního signálu nebo aby průběh výstupního proudu kopíroval průběh vstupního signálu. V prvém případě volíme zesilovač s malou výstupní impedancí (výstup zesilovače je blízký ideálnímu zdroji napětí), v druhém případě volíme zesilovač s velikou výstupní impedanci (výstup zesilovače je blízký ideálnímu zdroji proudu).

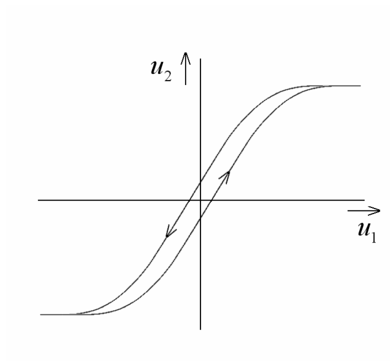
6.2.2 Nelineární parametry a dynamický rozsah

Obecně je *převodní charakteristika* zesilovače nelineární. Převodní charakteristika může být statická a dynamická. Statickou převodní charakteristiku měříme při pomalu proměnném vstupním signálu, kdy se neprojeví vliv akumulačních prvků ("setrvačnost" obvodu).

Nelinearita převodní charakteristiky se také projeví ve změně spektrálního složení výstupního signálu (viz. kapitola 4.2 Obvody v nelineárním režimu). U zesilovačů signálu hudby či řeči je toto zkreslení důležitým parametrem (mělo by být co nejmenší). Vyjadřuje se dvěma různými parametry, a to jednak *činitelem harmonického zkreslení* THD (Total Harmonic Distortion, kap. 4.2.1, vztah 4.1) a jednak *činitelem intermodulačního zkreslení*.



Obr. 6.6: a) Statická převodní charakteristika $u_2=f(u_1)$.

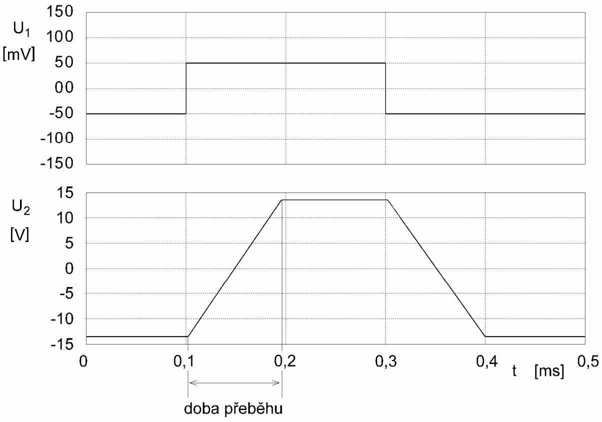


Obr. 6.6: b) Příklad dynamické převodní charakteristiky zesilovače $u_2=f(u_1)$.

Intermodulační zkreslení podstatně lépe vyjadřuje vlastnosti akustických zesilovačů nezkresleně reprodukovat zvuk než THD. Působí-li na prvek s nelineární závislostí několik harmonických signálů, vznikají nejen vyšší harmonické složky jednotlivých signálů, ale také složky o kombinačních kmitočtech (kap. 4.2.2, vzorec 4.2), které jsou ve zvuku mnohem patrnější a podstatně více ruší, než samotné vyšší harmonické.

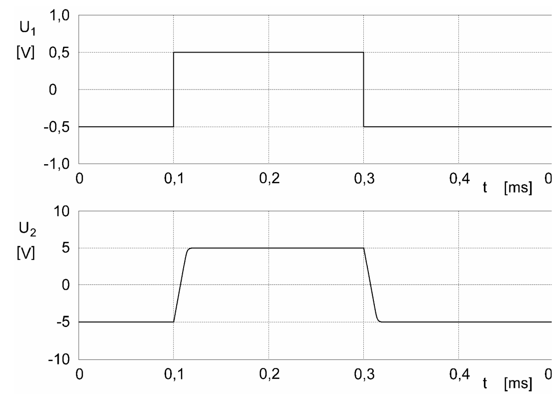
Dynamické zkreslení jako důsledek omezené rychlosti přeběhu

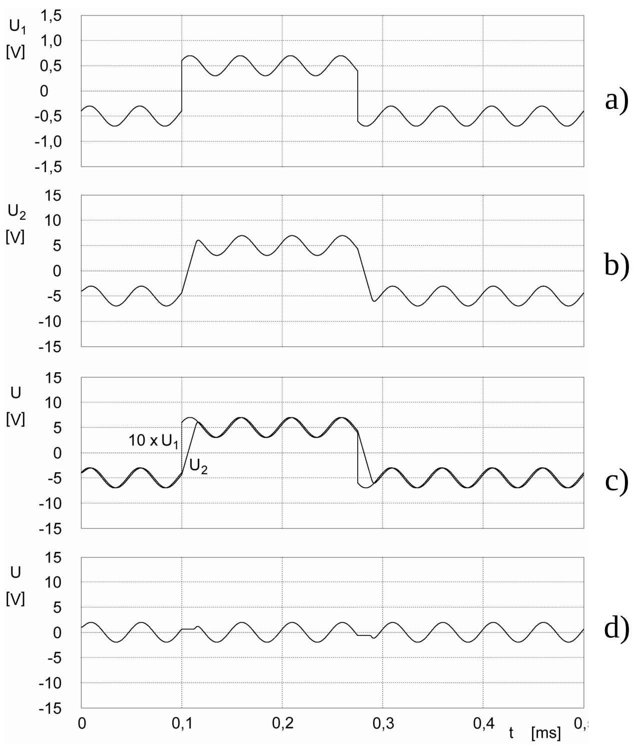
U vícestupňových zesilovačů (operační zesilovače) při větším vstupním signálu může dojít k přebuzení nejen koncového stupně, ale i stupně před ním (viz kap. 6.9.1, obr. 6.51 a diskuse k němu). To při rychlých a velkých změnách vstupního signálu způsobí, že předposlední zesilovací stupeň je vyřazen z provozu. Pak se napětí na jeho výstupu, tj. na vstupu koncového stupně, mění pouze podle toho, jak se parazitní kapacity uvnitř zesilovače stačí nabíjet, resp. vybíjet. Tato pomalá změna se pak projeví na výstupu koncového stupně. Jeho výstupní napětí se postupně mění od jedné mezní (saturační) hodnoty ke druhé. Tento případ je uveden na obr. 6.7, kde u_1 je skokově proměnné vstupní napětí a u_2 je výstupní napětí zesilovače.



Obr. 6.7: Přeběh výstupního napětí přebuzeného operačního zesilovače.

Vícestupňové zesilovače zpravidla pracují se zavedenou zápornou zpětnou vazbou (kap. 6.3). Na obr. 6.8 je uveden případ, kdy zpětnou vazbou je nastaveno zesílení K = 10. V levé části obrázku je případ, kdy na vstup zesilovače je přivedeno pouze skokově proměnné napětí, měnící se mezi úrovněmi -0.5 V a +0.5 V. Ustálené hodnoty výstupního napětí -5 V a +5 V odpovídají zesílení zesilovače, ale přechod mezi těmito úrovněmi je pozvolný. V pravé části je případ, kde ke vstupnímu napětí byl přidán harmonický signál o amplitudě 0,2 V. V ustáleném režimu výstupní napětí odpovídá vstupnímu napětí a zesílení zesilovače, ale opět existuje přechodová část, ve které je harmonický signál vyklíčován. Pro porovnání je v obr. 6.8c) zakresleno výstupní napětí spolu s desetinásobkem vstupního napětí. V obr. 6.8.d) je pouze harmonická složka výstupního signálu. Na ní je patrné vyklíčování během přechodného děje.





Obr. 6.8: Příklad dynamického zkreslení signálu při průchodu operačním zesilovačem.

Vlevo: Dynamické zkreslení impulsního signálu s krátkými přechody (hranami).
Vpravo: Dynamické zkreslení signálu daného součtem harmonického signálu a impulsu s velmi krátkými hranami.

a) Vstupní signál,
b) Výstupní signál zesilovače,
c) Porovnání výstupního signálu se vstupním (vstupní signál zvětšen 10x),
d) Zkreslená harmonická složka výstupního signálu.

Maximální výkon

Důležitým parametrem koncových stupňů vícestupňových zesilovačů je *maximální úroveň signálu*, kterou jsou schopny za daných podmínek dodat do zátěže. Podle typu zesilovače může být výstupní veličinou

- maximální možný výkon dodaný do zátěže,
- maximální hodnota proudu do zátěže,
- maximální napětí na zátěži.

Podmínky, které při tom musí být splněny, mohou být například:

- hodnota zatěžovací impedance (zpravidla pouze odporu, uvažuje se oblast středních kmitočtů),
- dovolené nelineární zkreslení.

Šumové vlastnosti zesilovačů

Šumy rezistorů a především tranzistorů (či jiných aktivních prvků) znemožňují kvalitní zpracování slabých signálů, jejichž výkon je srovnatelný s výkonem šumu. Parametr, udávající nejslabší vstupní signál při zachování požadovaného poměru *signál/šum*, je *citlivost*. Citlivost se udává v *dB*, *dBm*, *dBμ* (v decibelech na watt, mW, μW ap.). Např. údaj -10 dBm znamená, že pro zachování předepsaného poměru signál/šum na výstupu zesilovače stačí na jeho vstupu signál, jehož výkon leží 20 dB pod 1 mW.

Jiným měřítkem, jak zesilovač ovlivňuje průchod signálu, je *šumové číslo*. Na vstupu zesilovače není nikdy nerušený signál, vždy obsahuje šum (příčinou šumu je např. termický šum odporových částí zdroje šumu). Šumové číslo udává v decibelech, kolikrát se zvětší (zhorší) poměr *signál/šum* na výstupu zesilovače oproti poměru *signál/šum* na vstupu zesilovače. Podrobněji se problematice šumu věnuje kap. 6.8.2 o reálných vlastnostech operačních zesilovačů.

Z hlediska aplikací zesilovačů je potřebné si uvědomit některé zásady. Jednak při kaskádním spojení více stupňů <u>rozhoduje o šumových vlastnostech především první stupeň</u>, protože v dalších stupních již má signál vyšší úroveň. Jde-li o případ přenosu vícestupňovou cestou s konstantní úrovní signálu, je nutné počítat se stálým přidáváním energie šumu každého stupně do signálu a zhoršující se kvalitou signálu. Je to důležitá vlastnost analogových systémů, kdy mluvíme o tzv. akumulaci šumu. Běžně je to známé např. z opakovaného nahrávání videokazet či dlouhé trasy analogového telefonu.

Dále máme-li signálovou cestu, kde v některých částech dochází i k útlumu signálu, je potřebné zařazovat zesilovače tak, <u>aby signál neklesl na příliš nízkou úroveň</u>, kdy ho příliš ovlivňuje základní šum. Proto je potřebné např. na kabelové trasy či dlouhé přívody od antén vřazovat zesilovače či předzesilovače pro splnění této podmínky.

Dynamický rozsah

Rozsah mezi maximální úrovní signálu, vyhovující uvedeným podmínkám, a nejmenší úrovní signálu při zachování požadovaného poměru signál/šum je *dynamický rozsah zesilovače*. Místo horní a dolní hranice dynamického rozsahu se často udává horní hranice a poměr mezi horní hranicí a spodní hranicí vyjádřený v decibelech. Pro náročné zpracování signálu je potřebné použít zesilovače a celé signálové cesty s velkým dynamickým rozsahem. Jako běžný příklad lze uvést porovnání dynamického rozsahu cca 50 dB (běžný magnetofon či 8-mi bitový převod pro telefonní kanál) s dynamickým rozsahem 96 dB 16-ti bitového záznamu (běžné CD).

Obdobný pojem je *poměr signál/šum*. Ten ale vyjadřuje poměr úrovně skutečného signálu k šumu. Jeho hodnota musí být nižší nebo nanejvýš rovna dynamickému rozsahu. Pro dosažení co nejvyšší kvality přenosu signálu a využití vlastností přenosové cesty je žádoucí zabezpečit, aby se na celé trase úroveň signálu pohybovala v co nejvyšší možné výši (s určitou rezervou vzhledem k možným výkyvům úrovně tak, aby na druhé straně nedošlo k překročení přijatelné úrovně zkreslení). Jakmile podstatně poklesne úroveň signálu, obvykle hrozí zhoršení jeho kvality velkým šumem.

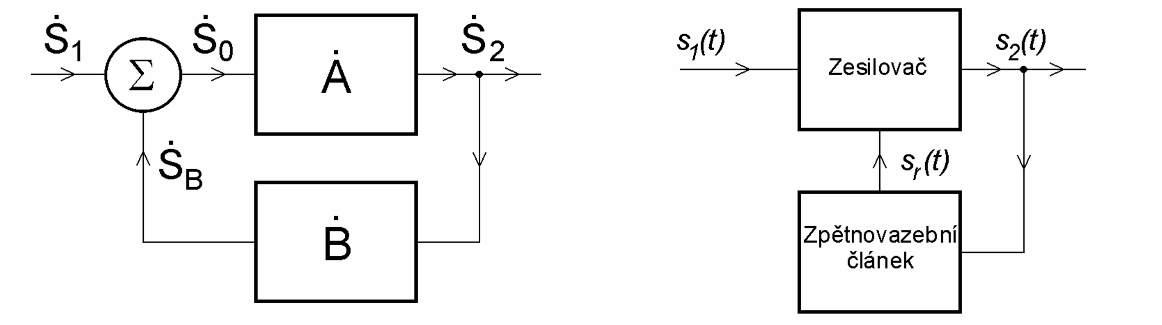
6.3 Zesilovače a zpětná vazba - úvod

Cíle kapitoly:

- Vysvětlení, co je to zpětná vazba v zesilovačích a proč je důležitá.
- Seznámit s klasifikací zpětných vazeb na kladnou a zápornou, napěťovou a proudovou, paralelní a sériovou, a s jejich vlivem na zesílení, vstupní a výstupní impedanci, lineární a nelineární zkreslení signálu.
- Upozornit na možné problémy se stabilitou zesilovačů a vysvětlit jevy, spojené s parazitními oscilacemi, z hlediska teorie zpětné vazby.

Zpětná vazba (ZV) se vyskytuje nejen v technických zařízeních konstruovaných člověkem, ale i v živých organizmech. Při psaní sledujeme očima psaný text a okamžitě korigujeme odchylky od zamýšleného (zkuste psát se zavřenýma očima a hned poznáte důsledek přerušení zpětnovazební smyčky). Obdobně při chůzi, při řízení auta, v podstatě při každé činnosti využíváme zpětnou vazbu.

Dále se budeme zabývat pouze využitím zpětné vazby pro ovlivňování vlastností zesilovače. V této oblasti se používají dva typy zpětných vazeb: *Signálová* ZV a *parametrická* ZV. Jejich bloková schémata jsou na obr. 6.9.



a) Blokové schéma zesilovače se signálovou zpětnou vazbou.

b) Blokové schéma zesilovače s parametrickou zpětnou vazbou.

Obr. 6.9: Ke klasifikaci zpětných vazeb podle způsobu využití zpětnovazebního signálu.

Při *parametrické zpětné vazbě*, obr. 6.9b), je výstupní signál s_2 zesilovače zpracován zpětnovazebním článkem a jako řídící signál $s_ř$ ovládá některý z parametrů zesilovače. Jedním z příkladů tohoto typu zpětné vazby je automatické řízení zesílení podle velikosti zesilovaného signálu (AGC – Automatic Gain Control, AVC – Automatic Volume Control). Používá se např. v rádiových přijímačích. Při příjmu slabého signálu je jak výstupní signál s_2, tak vytvořený řídící signál $s_ř$ malý, při příjmu silného signálu jsou jak výstupní, tak i řídící signál veliké. Zesilovač je navržen např. tak, že malý řídící signál posune pracovní bod tranzistorů do oblasti s vysokou strmostí (parametr y_{CB}) a tedy do oblasti s vysokým zesílením, a naopak veliký řídící signál posune pracovní bod do oblasti s malým zesílením. Tím se zmenší kolísání mezi velikostí výstupního signálu při zesilování slabých a silných signálů. Dalším příkladem tohoto zesilovače jsou zesilovače v kazetových magnetofonech, kdy při záznamu řeči do určité míry kompenzujeme kolísání intenzity vstupního signálu při mluvení na mikrofon z různých vzdáleností.

Při signálové zpětné vazbě, obrázek 6.9a), se část výstupního signálu přivádí zpět na vstup zesilovače a znovu se zesiluje. To ovlivní nejen celkové zesílení zesilovače, ale i celou řadu jeho parametrů. V dalším si budeme všímat pouze signálových zpětných vazeb.

6.3.1 Klasifikace signálových zpětných vazeb

V následující úvaze k obr 6.9a) můžeme pracovat s fázory. Zavedeme tato označení:

$\dot{K} = \frac{\dot{S}_2}{\dot{S}_1}$ celkové zesílení (přenos) zesilovače se zavedenou zpětnou vazbou,

$\dot{A} = \frac{\dot{S}_2}{\dot{S}_0}$ zesílení (přenos) zesilovače bez zpětné vazby,

$\dot{B} = \frac{\dot{S}_B}{\dot{S}_2}$ přenos zpětnovazebního článku a

$\dot{A}\dot{B} = \frac{\dot{S}_2}{\dot{S}_0}\frac{\dot{S}_B}{\dot{S}_2} = \frac{\dot{S}_B}{\dot{S}_0}$ přenos zpětnovazební smyčky.

Vezmeme-li v úvahu, že

$\dot{S}_0 = \dot{S}_1 + \dot{S}_B$, resp. $\dot{S}_1 = \dot{S}_0 - \dot{S}_B$,

můžeme vyjádřit celkový přenos následujícím způsobem:

$$\dot{K} = \frac{\dot{S}_2}{\dot{S}_1} = \frac{\dot{A}\dot{S}_0}{\dot{S}_0 - \dot{S}_B} = \frac{\dot{A}}{1 - \frac{\dot{S}_B}{\dot{S}_0}} = \frac{\dot{A}}{1 - \dot{A}\dot{B}} \quad . \tag{6.4}$$

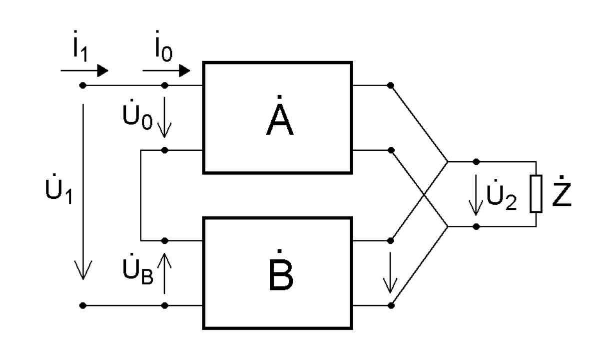
Zjednodušíme-li však přenos jako kmitočtově nezávislý (konstantní modulová charakteristika s nulovým fázovým posuvem, což platí pro pásmo středních kmitočtů), lze od komplexních fázorů přejít k reálným číslům. Pak signál po průchodu zpětnovazební smyčkou může být se vstupním signálem buď ve fázi (kladný) nebo v protifázi (záporný). Je zřejmé, že o celkovém přenosu rozhoduje především jmenovatel 1-AB. Můžeme diskutovat čtyři základní hodnoty součinu AB.

Tab. 6.1: Přehled vlivu ZV v závislosti na hodnotě součinu AB.

AB	1-AB	K	Typ ZV	Stabilita
AB < 0	(1-AB) >1	K < A	Záporná ZV	vyšší
0 < AB < 1	1> (1-AB) > 0	K > A	Kladná ZV	nižší
AB =1	(1-AB) = 0	K = ∞	Kladná ZV	na mezi stability (oscilátor)
A >1	(1-AB) < 0	K > - ∞	Kladná ZV	za mezí stability

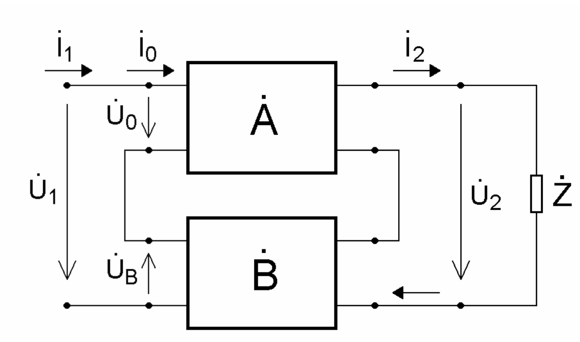
Signál může být po průchodu zpětnovazební smyčkou se vstupním signálem buď ve fázi nebo v protifázi. Tomu odpovídá kladná, resp. záporná hodnota součinu AB. Při záporné hodnotě (záporná ZV, -ZV) dochází k odečítání zpětnovazebním signálu s_B od vstupního signálu s_1. Důsledkem je snížení celkového zesílení. Při tom je jedno, zda je signál invertován zesilovačem (záporné A) nebo zpětnovazebním článkem (záporné B). Bude-li zpětnovazební signál s_B přicházet ve fázi se vstupním signálem s_1 (AB>0), bude amplituda signálu $S_0 = S_1+S_B$ na vstupu zesilovače A větší než amplituda vstupního signálu S_1 a velikost celkového zesílení K proto vzroste. Jde o kladnou ZV (+ZV). Zvýší-li se součin AB až na hodnotu 1, vzroste přenos na nekonečnou hodnotu a zesilovač se dostane až na mez stability. Při vhodných parametrech zpětnovazební smyčky se takovýto zesilovač může stát oscilátorem, viz kap. 6. Při dalším nárůstu AB nad hodnotu 1 je obvod nestabilní, amplituda signálu neustále narůstá až do velikosti, kdy zesilovač překročí mez linearity a jeho chování se odpovídajícím způsobem změní. Je tedy zřejmé, že +ZV snadno může vést k nestabilitě zesilovače. V souvislosti s negativním vlivem + ZV i na další parametry, jako jsou šířka pásma a zkreslení, což bude diskutováno dále (Tab. 6.2, kap. 6.8), převládá v konstrukcích zesilovačů použití –ZV.

Existují čtyři možné způsoby propojení svorek zesilovače A a zpětnovazebního článku B. Tyto možnosti jsou uvedeny na obr. 6.10. Tímto propojením můžeme zásadním způsobem měnit vliv zpětné vazby na parametry zesilovače.



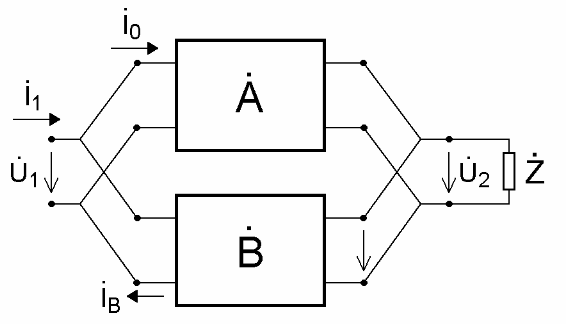
Zpětná vazba sériová napěťová (SNZV)

$$\dot{A}=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_0}[\ ],\quad \dot{B}=\frac{\dot{U}_B}{\dot{U}_2}[\ ],\quad \dot{K}=\dot{K}_U=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}[\ ]$$



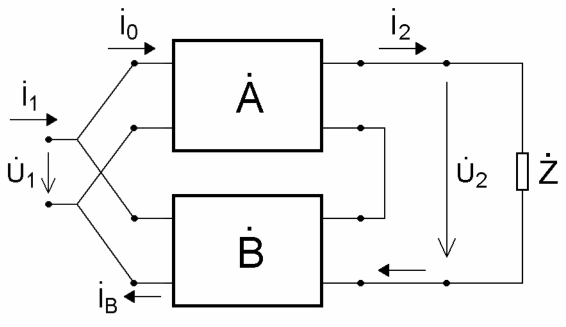
Zpětná vazba sériová proudová (SPZV)

$$\dot{A}=\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_0}[S],\quad \dot{B}=\frac{\dot{U}_B}{\dot{I}_2}[\Omega],\quad \dot{K}=\dot{Y}_T=\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}[S]$$



Zpětná vazba paralelní napěťová (PNZV)

$$\dot{A}=\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_0}[\Omega],\quad \dot{B}=\frac{\dot{I}_B}{\dot{U}_2}[S],\quad \dot{K}=\dot{Z}_T=\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}[\Omega]$$



Zpětná vazba paralelní proudová (PPZV)

$$\dot{A}=\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_0}[\ ],\quad \dot{B}=\frac{\dot{I}_B}{\dot{I}_2}[\ ],\quad \dot{K}=\dot{K}_I=\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}[\ ]$$

Obr. 6.10: Možné způsoby propojení zesilovače a zpětnovazebního článku.

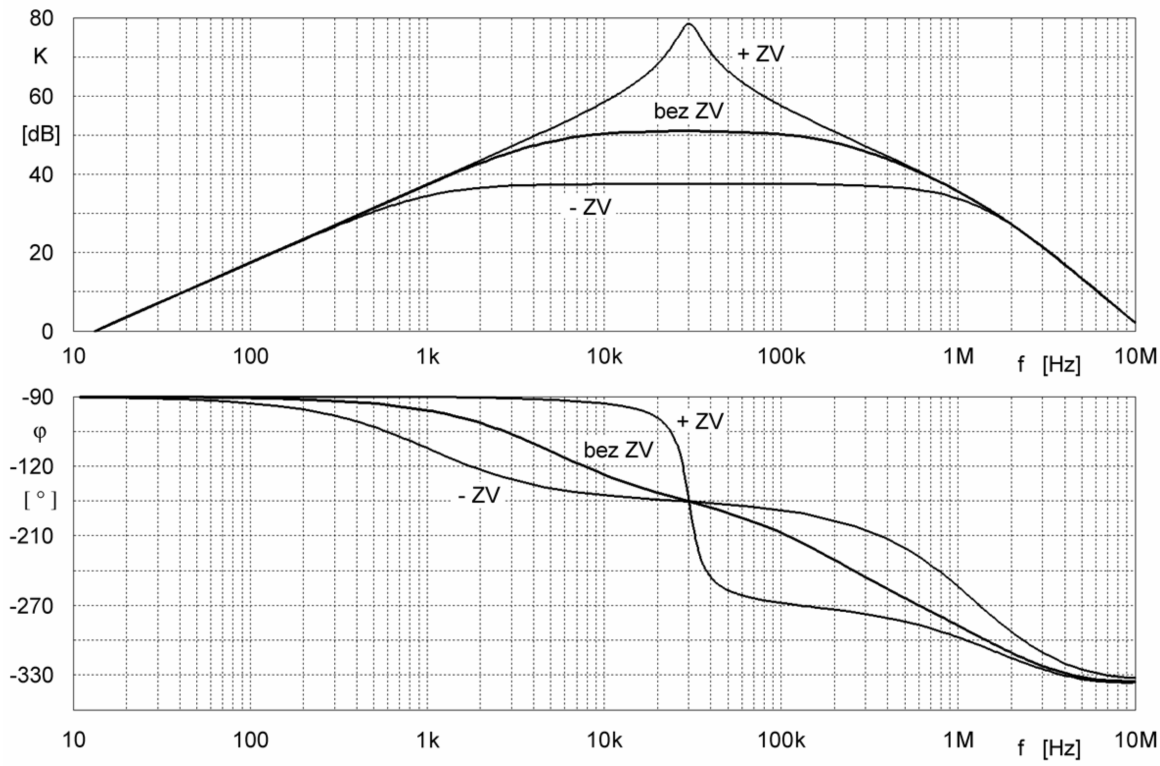
Jsou-li vstupní svorky zesilovače *A* a výstupní svorky zpětnovazebního článku *B* zapojeny v sérii, je vstupním signálem napětí. Jsou-li tyto svorky propojeny paralelně, je vstupním signálem proud. Jsou-li výstupní svorky zesilovače *A* propojeny se vstupními svorkami zpětnovazebního článku *B* paralelně, je zpětnovazební signál odvozen od výstupního napětí (zpětná vazba *napěťová*). Jsou-li tyto svorky propojeny do série, je zpětnovazební signál odvozen od proudu do zátěže (zpětná vazba *proudová*).

Přenos *K* může mít různý rozměr, podle toho, zda vstupním či výstupním signálem je napětí nebo proud. Budou-li vstupní i výstupní signál napětí, bude přenos bezrozměrný a půjde o přenos napětí (napěťové zesílení). Budou-li vstupní i výstupní signál proud, bude přenos rovněž bezrozměrný a půjde o přenos proudu (proudové zesílení). Bude-li výstupním signálem napětí a vstupním proud, bude přenos $K = U_2/I_1$ rovem přenosové impedance a bude mít rozměr ohmu (Ω). Konečně, bude-li výstupním signálem proud a vstupním signálem napětí, bude přenos $K = I_2 /U_1$ roven přenosové admitanci a bude mít rozměr siemens (S).

Z uvedeného je zřejmé, že ke vztahům (6.4) pro přenos zesilovače *K* se zpětnou vazbou je třeba přistupovat s rozvahou. Zda zpětnou vazbou ovlivňujeme přenos napětí, přenos proudu, přenosovou impedanci či přenosovou admitanci, závisí na tom, jakým způsobem jsou navzájem propojeny zesilovač a zpětnovazební článek. V obrázku 6.10 byly zvoleny směry čítacích šipek odlišně od směrů požívaných při spojování dvojbranů (kap. 4.5.7 Spojování dvojbranů) tak, aby to vyhovovalo vztahům (6.4) a blokovému schématu na obr. 6.9a .

6.3.2 Vliv zpětné vazby na parametry zesilovačů

U zesilovačů se téměř vždy používá záporná zpětná vazba. Ta sice zmenšuje jejich zesílení, ale na druhé straně může citelně zlepšit další parametry zesilovače. V dnešní době integrovaných obvodů není problém mít k dispozici veliké zesílení (např. operační zesilovače). Díky tomu lze tak silnou zápornou zpětnou vazbou dosáhnout u důležitých parametrů téměř ideálních hodnot.



a)

b)

Obr. 6.11: Vliv zpětné vazby na modulovou (a) a fázovou (b) kmitočtovou char. zesilovače.

Na obr. 6.11 je ilustrován vliv zpětné vazby na kmitočtovou charakteristiku přenosu střídavého zesilovače. Záporná zpětná vazba rozšiřuje frekvenční pásmo, ve kterém je přenos udržován v požadovaných mezích. Součin maximálního zesílení a šířky propustného pásma v podstatě nezávisí na velikosti zpětné vazby. Kolikrát se vlivem zpětné vazby zmenší přenos, tolikrát se šířka propustného pásma zvětší a naopak.

Vhodným parametrem vlivu zpětné vazby je *relativní citlivost* $\dot{s}_K^A$ přenosu zesilovače se zpětnou vazbou *K* na přenos zesilovače bez zpětné vazby *A*, resp. její inverzní hodnota, tzv. ***stupeň zpětné vazby** N*. Označme symbolem ΔA změnu přenosu *A* a symbolem ΔK změnu přenosu *K*. Pak citlivost vypočteme jako poměr relativních změn přenosu při změnách přenosu jdoucích k nule, což lze upravit na tvar:

$$\dot{s}_K^A = \frac{1}{\dot{N}} = \lim_{\Delta \to 0}\left(\frac{\Delta \dot{K} / \dot{K}}{\Delta \dot{A} / \dot{A}} \right) = \frac{d\dot{K}}{d\dot{A}}\frac{\dot{A}}{\dot{K}} = \frac{1}{1-\dot{A}\dot{B}} = \frac{\dot{K}}{\dot{A}}, \qquad \dot{N} = 1-\dot{A}\dot{B} \ . \tag{6.5}$$

Lze říci, že kolikrát se vlivem zpětné vazby sníží hodnota přenosu, tolikrát vzroste stupeň zpětné vazby a tolikrát klesne citlivost přenosu s_K^A. Snížíme-li zápornou zpětnou vazbou přenos stokrát (N = 100), pak při změně hodnoty *A* o ΔA = 10 % se hodnota *K* změní pouze o ΔK = 10%/100 = 0,1%. Tato skutečnost je patrna i v horní části obrázku 6.11, kdy původní změny přenosu bez zpětné vazby jsou při záporné zpětné vazbě redukovány a při kladné zvětšeny. Podobný vliv můžeme pozorovat i u převodní charakteristiky. Vlivem záporné zpětné vazby se sklon převodní charakteristiky zmenší a současně se zmenší i její křivost. *Záporná zpětná vazba stabilizuje parametry zesilovače* a mírou této stabilizace je stupeň vazby $\dot{N}$, resp. citlivost $\dot{s}_K^A$.

Zpětná vazba ovlivňuje jak vstupní, tak i výstupní impedanci zesilovače. Vstupní impedance je ovlivněna pouze způsobem propojení svorek na vstupu zesilovače a tím, zda je ZV kladná nebo záporná, ale vůbec nezávisí na propojení výstupních svorek zesilovače. Oproti tomu je výstupní impedance ovlivněna pouze propojením výstupních svorek a tím, zda ZV je kladná nebo záporná. Protože vliv +ZV a -ZV na impedance je přesně opačný, stačí, když rozbor provedeme pouze pro -ZV. Rozbor provedeme pro oblast středních kmitočtů, kde jsou jak přenos *A*, tak i vstupní a výstupní impedance zesilovače reálné. Pak všechna napětí a všechny proudy jsou buď ve fázi nebo v protifázi a můžeme pracovat pouze s moduly.

Uvažujme nejprve *paralelní spojení vstupních svorek* a -ZV. Při záporné zpětné vazbě odčerpává zpětnovazební článek část vstupního proudu. Při daném vstupním napětí se vlivem - ZV zvětší vstupní proud a proto se vstupní impedance zmenší. Označíme-li vstupní impedanci zesilovače bez zpětné vazby Z_{Avst} a vstupní impedanci zesilovače po zavedení zpětné vazby Z_{Kvst} a vezmeme-li v úvahu, že při tomto propojení vstupních svorek je $U_1 = U_0$, dostáváme:

$$Z_{Avst} = \frac{U_0}{I_0} \quad \text{a} \quad Z_{Kvst} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_0}{I_0 + I_B} < \frac{U_0}{I_0} = Z_{Avst} \qquad \text{resp.} \qquad Y_{Kvst} > Y_{Avst} \ . \tag{6.6.a}$$

Budou-li *vstupní svorky zapojeny do série*, pak při -ZV a daném vstupním proudu bude celkové vstupní napětí větší než vstupní napětí samotného zesilovače bez zpětné vazby (zpětnovazební napětí se od vstupního odečítá), a tudíž vstupní impedance vzroste. Vezmeme-li v úvahu, že při tomto propojení vstupních svorek je $I_1 = I_0$, dostáváme:

$$Z_{Avst} = \frac{U_0}{I_0} \quad \text{a} \quad Z_{Kvst} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_0 + U_B}{I_0} > \frac{U_0}{I_0} = Z_{Avst} \ \text{resp.} \qquad Y_{Kvst} < Y_{Avst} \ . \tag{6.6.b}$$

Při rozboru vlivu ZV na výstupní impedanci zesilovače vyjdeme z poznatku, že -ZV stabilizuje přenos, tj. že při neměnném budícím signálu se vliv kolísání přenosu *A* redukuje (viz vztah 6.5). Budeme-li uvažovat velmi silnou ZV, kdy *AB* >> 1 (vztah 6.8), změny přenosu *K* i výstupního signálu se změnou zátěže se zmenší téměř na nulu.

V případě *napěťové ZV*, tj. při paralelním propojení výstupních svorek, je výstupním signálem výstupní napětí U_2. Protože se v tomto případě velikost výstupního napětí se zátěží nemění, blíží se chování výstupu zesilovače k chování ideálního zdroje napětí, tj. zdroje o téměř nulové výstupní impedanci.

$$Z_{Kvýst} < Z_{Avýst}$$

V případě *proudové ZV*, tj. při sériovém spojení výstupních svorek, je výstupním signálem proud. Protože se v tomto případě velikost výstupního proudu se zátěží nemění, blíží se chování výstupu zesilovače k chování ideálního zdroje proudu, tj. zdroje o téměř nekonečné výstupní impedanci.

$$Z_{Kvýst} > Z_{Avýst} .$$

Úvahy, uvedené výše, lze potvrdit i analýzou. Pro sériovou zpětnou vazbu můžeme psát:

$$\dot{Z}_{Kvst} = \frac{\dot{Z}_{Avst}}{\dot{S}_K^A} = \dot{Z}\ \dot{N}\ , \qquad \text{resp.} \qquad \dot{Y}_{Kvst} = \dot{Y}_{Avst}\dot{S}_K^A = \frac{\dot{Y}_{Avst}}{\dot{N}}\ . \tag{6.7.a}$$

Pro paralelní zpětnou vazbu dostáváme:

$$\dot{Y}_{Kvst} = \frac{\dot{Y}_{Avst}}{\dot{S}_K^A} = \dot{Y}_{Avst}\ \dot{N} \qquad \text{resp.} \qquad \dot{Z}_{Kvst} = \dot{Z}_{Avst}\dot{S}_K^A = \frac{\dot{Z}_{Avst}}{\dot{N}}\ . \tag{6.7.b}$$

K podobným výsledkům lze dospět i pro výstupní impedanci.

Obecně lze pro ***zápornou zpětnou vazbu***, jak pro vstup tak pro výstup, říci: Jsou-li svorky propojeny

- paralelně (paralelní -ZV, proudová -ZV), zvyšuje se odpovídající admitance,
- sériově (sériová -ZV, proudová -ZV), zvyšuje se odpovídající impedance.

Výsledky předchozího rozboru můžeme shrnout do následující tabulky:

Tab. 6.2: Vliv zpětné vazby na základní vlastnosti zesilovače.

svorky	ZV	přenos	propustné pásmo	THD	vstupní impedance	výstupní impedance
v sérii	+ ZV	↑	↓	↑	↓ sériová ZV	↓ proudová ZV
paralelně					↑ paralelní ZV	↑ napěťová ZV
v sérii	- ZV	↓	↑	↓	↑ sériová ZV	↑ proudová ZV
paralelně					↓ paralelní ZV	↓ napěťová ZV

Zajímavý případ nastane, bude-li velikost přenosu zpětnovazební smyčky *AB* >> 1, resp. 1/*A* << B. Pak můžeme jedničku vůči součinu *AB* zanedbat a zkrátit *A*. Dostáváme:

$$\dot{K} = -\frac{1}{\dot{B}} \quad \text{nebo přesněji} \quad \dot{K} = \frac{1}{\frac{1}{\dot{A}} - \dot{B}}\ . \tag{6.8}$$

Vidíme, že při velmi silné zpětné vazbě je přenos zesilovače určen pouze přenosem zpětnovazebního článku.

6.3.3 Stabilita zesilovačů se zpětnou vazbou - parazitní oscilace

V zesilovačích se pro dosažení lepších vlastností používá záporná zpětná vazba. Zpětnovazební signál působí na vstupu zesilovače proti vstupnímu signálu, odečítá se od něho. Na obr. 6.12a) je blokové schéma zpětnovazebního zesilovače. Přenos zpětnovazební smyčky je $\dot{A}\,\dot{B} = -1e^{-j\omega\Delta t}$, Δt je zpoždění signálu při průchodu zpětnovazební smyčkou. Předpokládejme, že zesilovač jednak invertuje signál a jednak jej zpožďuje o interval Δt = 10 μs a že zpětnovazební článek nevnáší do přenosu žádný časový posuv. Časové zpoždění Δt se na různých kmitočtech projeví různým fázovým posuvem Δφ:

$$\Delta\varphi = \omega\,\Delta t = 2\pi\, f\;\Delta t\ .$$

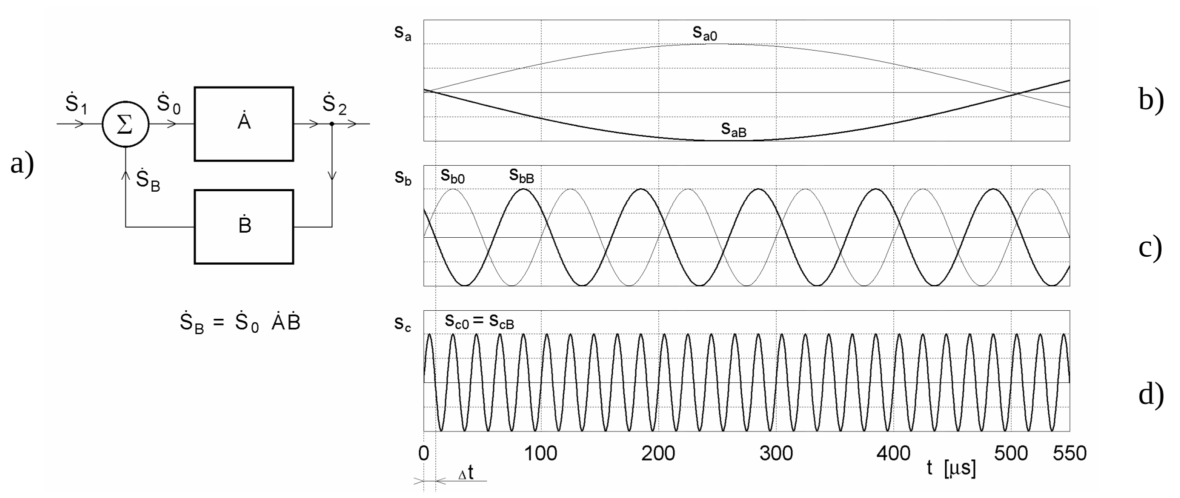
Na obr. 6.12 je tento jev uveden pro tři kmitočty: 1 kHz, 10 kHz a 50 kHz. Na kmitočtu 1 kHz je změna fáze velmi malá, zpětnovazební signál zůstává téměř v protifázi. Avšak na kmitočtu 50 kHz je fázový posuv Δt = 10 μs již roven polovině periody a zpětnovazební signál je již ve fázi se vstupním signálem. Záporná zpětná vazba se na tomto kmitočtu změnila v kladnou zpětnou vazbu, přenos zpětnovazební smyčky $\dot{A}\dot{B}$ se z hodnoty -1 změnil na hodnotu +1. Celkový přenos zesilovače, který byl na nízkých kmitočtech, kde se zpoždění 10 μs v podstatě neprojevilo -

$$\dot{K} = \frac{\dot{A}}{1-\dot{A}\dot{B}} = \frac{\dot{A}}{1-(-1)} = \frac{\dot{A}}{2},$$

se na kmitočtu 50 kHz změní na

$$\dot{K} = \frac{\dot{A}}{1-\dot{A}\dot{B}} = \frac{\dot{A}}{1-1} \to \infty .$$

Zesilovač začne produkovat signál s_2 i při nulovém vstupním signálu s_1. Ze zesilovače se stal oscilátor. Zpětnovazební signál s_B zcela nahradil vstupní signál.



Obr. 6.12: Vztah mezi fází signálu, kmitočtem a časovým zpožděním Δt = 10 μs: a) Blokové schéma zesilovače se signálovou zpětnou vazbou, b) fázový posuv signálu s_{a0} na kmitočtu 1 kHz, c) fázový posuv signálu s_{b0} na kmitočtu 10 kHz, d) fázový posuv signálu s_{c0} na kmitočtu 50 kHz.

Z uvedeného rozboru vyplývá tzv. *oscilační podmínka*, která určuje, kdy se ve zpětnovazebním systému mohou udržet kmity s konstantní amplitudou a konstantním kmitočtem. Oscilační podmínku

$$\dot{A}\dot{B} = A\,e^{j\varphi_A} B\,e^{j\varphi_B} = AB\,e^{j(\varphi_A+\varphi_B)} = 1 \qquad (6.9)$$

můžeme rozdělit na amplitudovou oscilační podmínku

$$A\,B = 1 \qquad (6.9.a)$$

a fázovou oscilační podmínku

$$\varphi_A + \varphi_B = k(2\pi), \text{ kde } k = 0, \pm1, \pm2, \ \ldots.. \qquad (6.9.b)$$

Amplitudová oscilační podmínka říká, že velikost přenosu zpětnovazební smyčky musí být jedna a fázová oscilační podmínka stanovuje, že fázový posun zpětnovazební smyčky musí odpovídat celému násobku délky periody signálu. Pak na kmitočtu, kde jsou splněny obě tyto podmínky, se udrží oscilace s konstantní amplitudou i konstantním kmitočtem.

U vícestupňových zesilovačů, kde je zpětná vazba zavedena přes celý zesilovač, vzniká nebezpečí oscilací na vysokých kmitočtech. Každý zesilovací stupeň je na svém výstupu zatížen kapacitou spojů a kapacitou vstupu následujícího stupně. Spolu s vnitřním odporem výstupu zesilovače tvoří tato kapacita *RC* integrační článek, jehož přenos na vysokých kmitočtech je sice malý, ale fázový posuv se blíží 90°. Má-li zesilovač více než dva stupně, a je-li jeho zesílení *A* dostatečně vysoké, může být splněna oscilační podmínka a v zesilovači vzniknou parazitní kmity.

6.4 Třídy zesilovačů

Cíle kapitoly:

- Vysvětlení principů pracovních tříd A, B, C a D zesilovačů.
- Uvedení teoretických maxim účinností zesilovačů v jednotlivých třídách a hodnot prakticky dosažitelných.

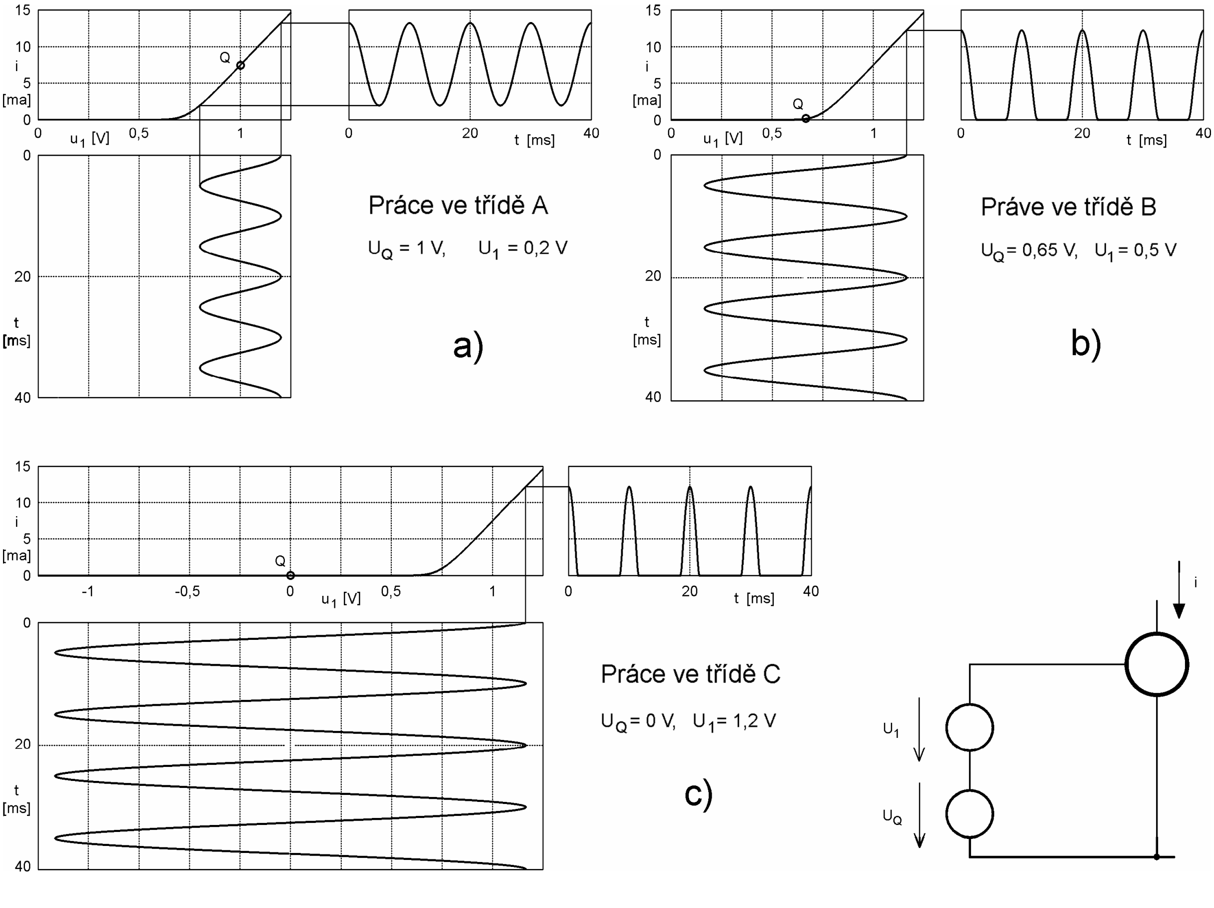
Základními aktivními prvky, tj. bipolárními či polem řízenými tranzistory, může proud téci jenom jedním směrem. Charakteristiky těchto prvků jsou výrazně nelineární, avšak v určité části charakteristiky je závislost změny proudu, protékajícího aktivním prvkem, téměř lineární. Tato skutečnost je naznačena na obr. 6.13.

Používají se dva typy práce, dva režimy aktivních prvků. V prvním režimu se využívá přímo převodní charakteristika aktivního prvku, v druhém pracuje aktivní prvek jako spínač. První režim můžeme rozdělit do tzv. tříd A, B a C. Příkladem druhého režimu práce je zesilovač třídy D.

Klasifikace na třídy A, B a C vychází z využití určitého úseku převodní charakteristiky aktivního prvku. *Ve třídě A* aktivním prvkem trvale protéká proud, jehož velikost pouze kolísá kolem střední hodnoty (obr. 6.13a). Aktivní prvek pracuje v "lineární" oblasti převodní charakteristiky, klidový pracovní bod Q je umístěn v jejím středu, tranzistor je po celou periodu signálu otevřen, tudíž poloviční úhel otevření θ je 180^{o} (viz dodatek v kap. 10)

Ve třídě B je pracovní bod Q umístěn v okolí zlomu převodní charakteristiky (obr. 6.13b). Proud aktivním prvkem protéká pouze při signálu jedné polarity (v obrázku při kladné polaritě), proto je úhel θ roven 90^o. Tato třída se zpravidla používá u tzv. dvojčinných zesilovačů, kdy jeden prvek zpracovává kladné hodnoty signálu (např. tranzistor NPN) a druhý záporné hodnoty signálu (doplňkový tranzistor PNP). Složením proudů obou aktivních prvků získáme převodní charakteristiku symetrickou kolem nuly, jak je uvedeno na obr. 5.38.

Režim *práce ve třídě C* se používá v rezonančních zesilovačích, u kterých je vstupní signál harmonický o určitém kmitočtu f_s. Aktivní prvek je otevírán po dobu kratší, než je polovina periody (obr. 6.13c). Tzv. úhel otevření, 2θ je menší než π (než 180°), resp. poloviční úhel otevření θ < π/2. Proud aktivního prvku je sled periodických pulsů s vysokým obsahem harmonických složek. Obsahuje složku na kmitočtu f_s budícího signálu a složky na kmitočtech $n\ f_s$, rovných celému násobku kmitočtu f_s. Zátěží rezonančního zesilovače je paralelní rezonanční okruh (nebo soustava rezonančních okruhů), naladěný na kmitočet f_s budícího signálu. Rezonanční okruh představuje na kmitočtu f_s základní harmonické vysokou impedanci, kdežto pro ostatní složky spektra (ss a vyšší harmonické) představuje téměř zkrat. Do zátěže tedy dodává výkon $P = i \cdot u$ pouze složka na kmitočtu f_s, která má dostatečný proud a současně vytvoří na zátěži dostatečné napětí. Ostatní složky sice disponují proudem, ale na zátěži nevytvářejí napětí.



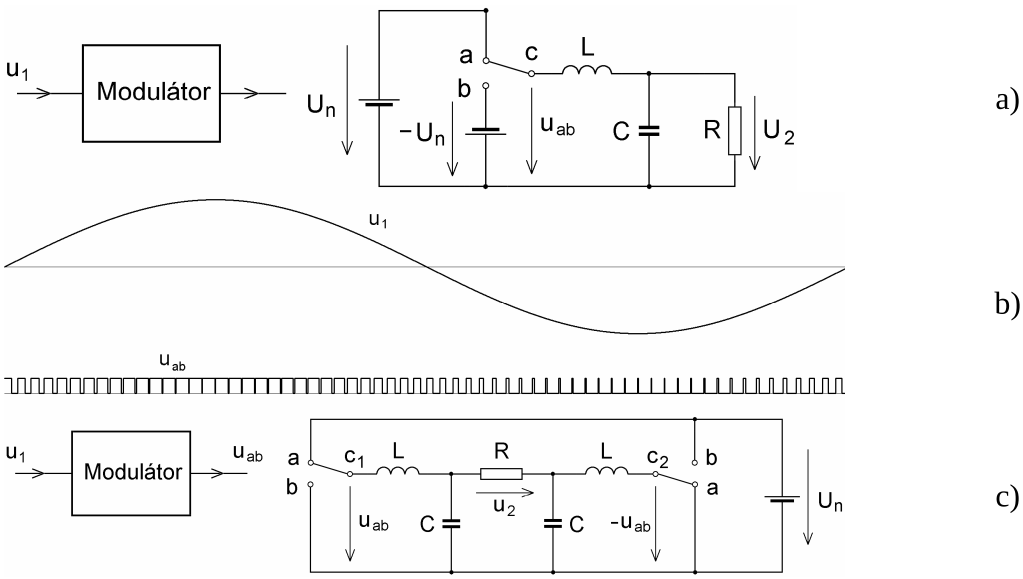
Obr. 6.13: Práce aktivního prvku ve třídě A, B a C.

Zesilovače, pracující ve třídě A, mohou pracovat s malým nelineárním zkreslením, ale mají malou energetickou účinnost. Pokud zpracováváme slabé signály, malá účinnost příliš nevadí, i tak zůstává příkon energie ze zdroje malý. Pokud však máme do zátěže dodat veliký výkon, pak už účinnost hraje důležitou roli. Je-li např. účinnost zesilovače η = 20 % a požadovaný výkon do zátěže P_2 = 10 W, pak zdroj musí dodat celkový výkon $P_0 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{10}{0{,}2} = 50\,W$. Rozdíl $P_0 - P_2 = 40\ W$ musí být ze zesilovače odveden ve formě tepla -

je třeba zajistit odpovídající chlazení, aby nedošlo k nebezpečnému přehřátí zesilovače (aktivního prvku). Dále zdroj musí dodat napájecí výkon P_0 = 50 *W* (pokud napájíme z baterií, je třeba dostatečně dimenzovat jejich kapacitu). Pokud by účinnost byla 50 %, stačil by napájecí příkon pouze 20 *W* a na ohřívání zesilovače by padlo pouze 10 *W*, což by podstatně zmenšilo problémy s chlazením i napájením.

Jak si dále ukážeme (kap. 6.7), zesilovače, pracující ve třídě A, mají nízkou účinnost. V idealizovaném modelu nemohou přesáhnout hodnotu 50 %, ve skutečnosti však mnohem méně, protože 50 % lze dosáhnout teoreticky při maximálním signálu, ale pro menší amplitudu účinnost podstatně klesá, protože příkon zůstává konstantní a průměrná velikost signálu musí být nižší než maximální. Dvojčinné zesilovače, pracující ve třídě B, mohou v idealizovaném modelu dosáhnout účinnosti 76 %, v realitě ale opět méně. Ovšem zde se signálem klesá i příkon, takže pro běžné signály je praktická účinnost podstatně vyšší než u třídy A. U rezonančních zesilovačů, pracujících ve třídě C, lze dosáhnout ještě vyšší účinnosti. Uvedené vlastnosti shrnuje následující tabulka:

třída	θ [°]	Teoretická η	Praktická η	Linearita	Linearizace	Použití
A	180	50 %	10 %	Dobrá	Není třeba	Předzesilovače
B	90	76 %	50 %	Špatná	Dvojčinný st.	Výkonové širokopásmové
C	<90	> 78 %	80-90 %	Špatná	Úzkop. filtr	Výkonové úzkopásmové



Obr. 6.14: Princip zesilovače ve třídě D.
a) Zapojení s jedním přepínačem a dvěma zdroji.
b) Vstupní napětí u_1 a šířkově modulované obdélníkové napětí u_{ab} řídící přepínač *a-b-c.*
c) Zapojení se dvěma přepínači a jedním napájecím zdrojem.

Dalším zapojením výkonových zesilovačů s vysokou energetickou účinností jsou *zesilovače ve třídě D*. Ve třídách A, B a C, teče-li tranzistorem proud *i*, je na něm vždy i napětí *u*, takže výkon $p = ui$, zahřívající tranzistor, je ztracen, vyzářen jako teplo. V zesilovačích třídy D jsou tranzistory téměř stále buď sepnuté, nebo rozepnuté. Je-li tranzistor sepnut, teče jím proud, ale napětí ne něm je velmi malé. Při rozepnutém tranzistoru je sice na něm veliké napětí, ale zase jím neprotéká proud. V době sepnutí i rozepnutí tranzistoru se v něm ztrácí velmi malý výkon. Pouze při přechodu ze sepnutého stavu do rozepnutého (a naopak) po dobu přechodu je součin *ui* znatelný, ale zase trvá krátkou dobu. Aby tyto přepínací ztráty byly co nejmenší, je třeba používat tranzistoru s krátkou dobou přechodu a budit jej pulsy se strmými nástupnými i sestupnými přechody. Používají se polem řízené tranzistory (FET).

Zjednodušené schéma jedné modifikace *zesilovače ve třídě D* je uvedeno na obr. 6.14a). Má dvě části: modulátor a koncový stupeň. V modulátoru se zesilovaný signál u_1 přemění na obdélníkový šířkově modulovaný signál u_{ab}. Obdélníkový signál ovlivňuje dva přepínací tranzistory, z nichž každý je v principiálním schématu nahrazen dvojicí kontaktů, spojující body *a-c* a *b-c*. Tento přepínač připojuje na vstup filtru, dolní propusti, střídavě kladné a záporné napětí U_N z dvojic napájecích zdrojů. Za přepínačem v bodě c je stejné (až na velikost) obdélníkové, šířkově modulované napětí U_{ab} jako je na výstupu modulátoru. Dolní propust *LC* z tohoto signálu propustí pouze nízkofrekvenční složku (pomalu proměnnou střední hodnotu), která odpovídá vstupnímu napětí U_1 zesilovače (modulátoru). Tato modifikace zesilovače vyžaduje dva napájecí zdroje. S použitím čtyř spínacích tranzistorů lze vystačit s jedním zdrojem, který je ke vstupu filtru připojován střídavě s jednou a druhou polaritou. V prvém případě lze zátěž jedním koncem připojit k zemi (uzemnit). Ve druhém případě je zátěž plovoucí.

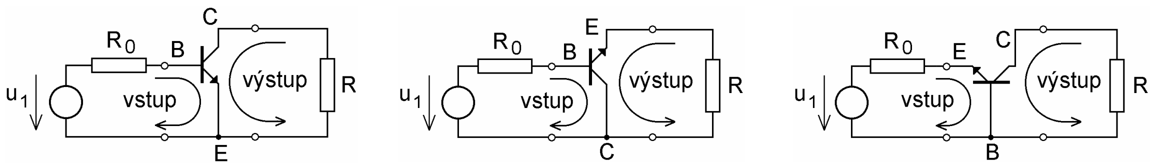
6.5 Základní zapojení tranzistorových zesilovačů

Cíle kapitoly:

- Rozbor základních lineárních vlastností tranzistorových zesilovačů v zapojení aktivního prvku – bipolárního tranzistoru - se společným emitorem, bází a kolektorem.
- Srovnání základních parametrů jednotlivých zapojení, zejména dosažitelných hodnot napěťových a proudových zesílení a vstupních a výstupních impedancí.

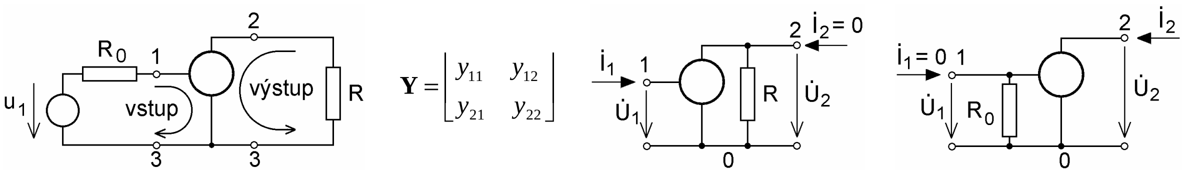
Téměř každý skutečně používaný zesilovač obsahuje více než jeden tranzistor, více než jeden zesilovací stupeň. Mluvíme o vícestupňových zesilovačích. Tyto jednotlivé stupně mohou obsahovat jeden nebo dva tranzistory. Základní zapojení s jedním tranzistorem jsou zapojení se společným emitorem (SE), zapojení se společným kolektorem (SK, zvaný též emitorový sledovač) a zapojení se společnou bází (SB). Jejich principiální zapojení je na obr. 6.15. Příklady zapojení se dvěma tranzistory jsou diferenční zesilovač a kaskódové zapojení a různá dvojčinná zapojení.

Pro všechna tři základní zapojení lze odvodit obecné vztahy pro napěťové, proudové a výkonové zesílení, vstupní impedanci a výstupní impedanci. Tranzistor bude reprezentován obecným trojpólem podle obr. 5.16a) s obecnou admitanční maticí (obr. 6.16b).



a) Zesilovač v zapojení SE b) Zesilovač v zapojení SC c) Zesilovač v zapojení SB

Obr. 6.15: Principální zapojené zesilovačů v zapojení SE, SC (emitorový sledovač) a SB.



a) b) c) d)

Obr. 6.16: Obecné náhradní zapojení zesilovače.
a) Tranzistor nahrazen obecným trojpólem.
b) Admitanční matice obecného trojpólu.
c) Náhradní zapojení pro výpočet přenosu napětí a vstupní impedance.
d) Náhradní zapojení pro výpočet výstupní impedance.

6.5.1 Hlavní parametry zesilovačů v základních zapojeních

Na základě admitanční matice z obr. 6.16b) a náhradních zapojení z obr 6.16c) a d) můžeme pro přenos napětí, přenos proudu, vstupní a výstupní admitanci odvodit následující vztahy:

$$\dot{K}_u = -\frac{y_{21}}{y_{22}+\dot{Y}}\,,\ \dot{K}_i = \frac{y_{21}}{y_{11}}\,\frac{1}{1+\left(y_{22}-\dfrac{y_{12}y_{21}}{y_{11}}\right)\dot{Z}}\,,\ \dot{Y}_{vst} = y_{11}+y_{12}\dot{K}_u\,,\ \text{a}\ \dot{Y}_{výst} = y_{22}-\frac{y_{12}y_{21}}{y_{11}+\dot{Y}_0} \qquad (6.10)$$

Poznámka: V admitančním náhradním zapojení trojpólu s jedním řízeným zdrojem je admitance y_{12} zapojena mezi vstupní a výstupní svorkou a realizuje vnitřní zpětnou vazbu (paralelní, napěťovou). Tato zpětná vazba ovlivňuje především vstupní admitanci - tzv. *Millerův jev. Na vysokých kmitočtech a při velikém napěťovém zesílení* se projeví především kapacitní složka parametru y_{12}. To se projeví zvětšenou vstupní kapacitou zesilovače - Millerova kapacita.

Jako ukázku číselných hodnot parametrů pro jednotlivá zapojení uvedeme výsledky řešení zesilovače s tranzistorem pro oblast středních kmitočtů, jehož parametry v pracovním bodě jsou následující:

$$\begin{vmatrix} \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_{bb} & y_{bc} \\ y_{cb} & y_{cc} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0{,}697 & -0{,}000\,018 \\ 150{,}24 & 0{,}043\,5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{vmatrix}. \qquad (6.11)$$

Pro výpočet parametrů jednotlivých zapojení budeme potřebovat úplnou admitanční matici tranzistoru (kap. 8.2.5, Maticový linearizovaný model tranzistoru a MUN). Z parametrů pro zapojení se SE (6.11) byla sestavena úplná soustava rovnic tranzistoru:

$$\begin{vmatrix} \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0{,}697 & -0{,}000\,018 & -0{,}6974 \\ 150{,}24 & 0{,}043\,58 & -150{,}283 \\ -150{,}937 & -0{,}043\,56 & 150{,}981 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \\ \dot{U}_e \end{vmatrix} \qquad (6.12)$$

Po dosazení parametrů do vztahů (6.10) dostáváme hodnoty uvedené v následujících tabulkách. Pro výpočet byla použita admitanční soustava (6.12).

Výsledky pro úplný model

R_0 = 0 Ω, R = 1,25 kΩ

	K_u	K_i	K_p	R_{vst} [kΩ]	$R_{výst}$ [kΩ]
SE	-178,0	203,3	36 217	1,434	22,946
SC	0,994	-204,2	203,2	256,7	0,006 623
SB	178,1	-0,995	177,3	0,006 982	22,946

R_0 = 1 kΩ, R = 1,25 kΩ

	K_u	K_i	K_p	R_{vst} [kΩ]	$R_{výst}$ [kΩ]
SE	-178,09	203,3	36 216	1,434	22,137
SC	0,994	-204,2	203,2	256,797	0,011 24
SB	178,15	-0,995	177,3	0,006 982	1 982,001

Výsledky pro zjednodušený model: y_{bc} = 0, ostatní parametry neupraveny.

R_0 = 0 Ω, R = 1,25 kΩ

	K_u	K_i	K_p	R_{vst} [kΩ]	$R_{výst}$ [kΩ]
SE	-178,01	204,29	36 383	1,435	22,727
SC	0,994 4	-205,24	204,09	258,0	0,006 623
SB	178,06	-0,995 1	177,28	0,006 986	22,727

R_0 = 1 kΩ, R = 1,25 kΩ

	K_u	K_i	K_p	R_{vst} [kΩ]	$R_{výst}$ [kΩ]
SE	-178,01	204,29	36383	1,433	22,727
SC	0,994 4	-205,24	204,09	258,0	0,011 23
SB	178,06	-0,995 1	177,28	0,006 986	2 035,4

Po porovnání výsledků v tabulkách vidíme, že použití zjednodušeného modelu (zanedbání parametru y_{bc}) nemá v oblasti středních kmitočtů podstatný vliv na přesnost vypočtených parametrů zesilovače. Může se však projevit u zapojení se SE na vysokých kmitočtech (Millerův jev).

Z předchozích tabulek vidíme, že velikost napěťového zesílení zesilovačů SE a SB v oblasti středních kmitočtů je přibližně $R{\cdot}y_{bc}$ a v našem případě je $R{\cdot}y_{bc}$ = 187.8 a K_U = 178. Napěťové zesílení emitorového sledovače je o něco menší než jedna.

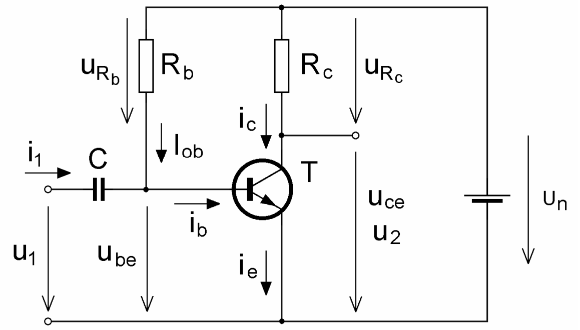
Proudové zesílení je největší v zapojeních SE a SC a je o něco menší než proudový zesilovací činiteli β. V našem případě β = 215,4. V zapojení SB je o něco menší než jedna.

Výkonové zesílení zesilovače SE je o něco menší než součin napěťového zesílení a $\beta{\cdot}K_U$ a je největší ze všech tří zapojení. V našem případě $\beta{\cdot}Ry_{bc}$ = 40 431 a K_p = 36 217. Výkonové zesílení zesilovače v zapojení SC je o něco menší než β a u zesilovače SB je ještě o něco menší.

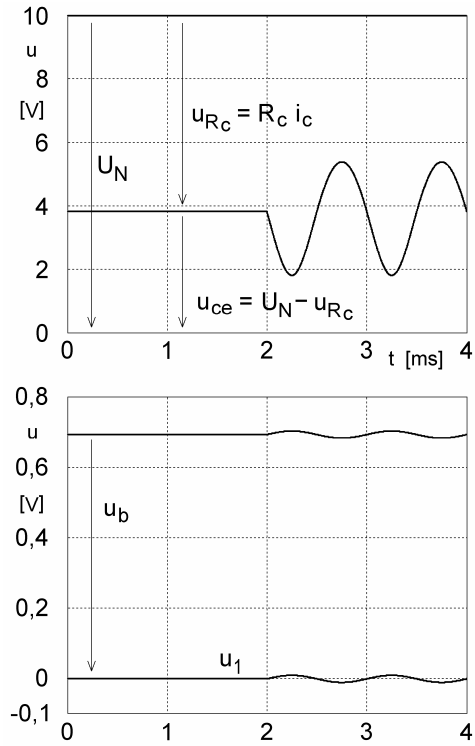
Protože uvažujeme vlastnosti v oblasti středních kmitočtů, budou všechny uvažované impedance reálné, odporové. Velikost vstupního odporu z hlediska vstupní nebo výstupní brány je vhodné posuzovat podle toho, která z elektrod je připojena k živé svorce dané brány. Nejmenší hodnotu vykazují odpory bran, jejichž živou svorkou je emitor. Tento odpor je větší než $1/y_{ee}$ = 6,623 **Ω** a s odporem rezistoru v bázi roste. Největší hodnotu odporu vykazuje brána, jejíž živou svorkou je kolektor a je vždy větší než $1/y_{cc}$. V našem příkladě je $1/y_{cc}$ = 22,9 *k***Ω**. Tento odpor velmi silně roste s odporem zařazeným v emitoru. Střední hodnotu vstupního odporu vykazují brány, jejichž živou svorkou je báze. Tento odpor je vždy větší než $1/y_{bb}$ a velmi silně roste s odporem zařazeným v emitoru. V našem příkladě je $1/y_{bb}$ = 1,434 $k\Omega$.

6.5.2 Zesilovač v zapojení se společným emitorem

Na obr. 6.17a) je zapojení zesilovače v zapojení se společným emitorem. Napájecí napětí U_n se v kolektorovém okruhu rozdělí na napětí U_{Rc} na kolektorovém rezistoru a na napětí U_{ce} mezi kolektorem a emitorem tranzistoru. V obvodu báze se napájecí napětí dělí na napětí U_{Rb} na rezistoru R_b a napětí U_{be} mezi bází a emitorem tranzistoru. Proud I_{ob}, tekoucí do báze, nastavuje jeho pracovní bod.



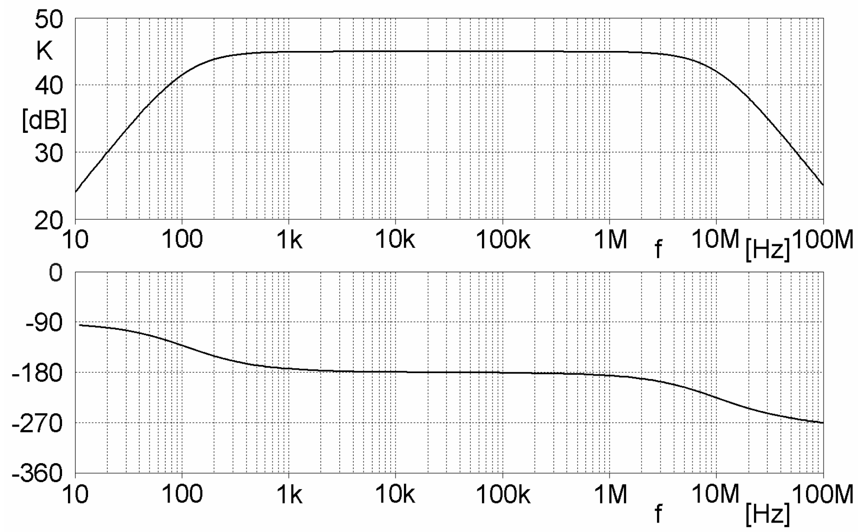
R_C = 1,25 kΩ R_b = 390 kΩ C = 10 μF
U_N = 10 V T = 2N2222
a)



b)

c)

Obr. 6.17: Základní zapojení střídavého zesilovače ve třídě A a průběhy napětí.
a) Zapojení.
b) Průběhy napětí v kolektorovém obvodu.
c) Průběhy napětí v obvodu báze.



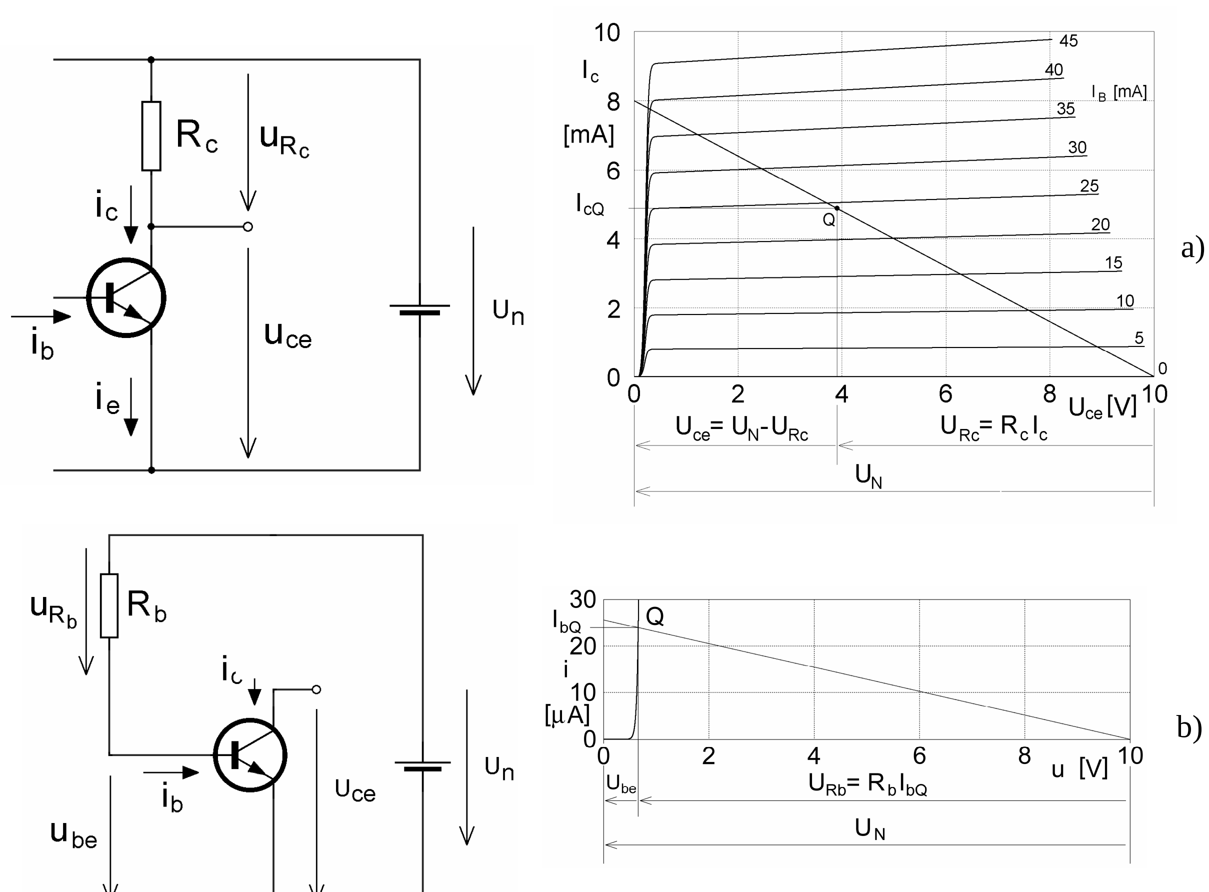
a)

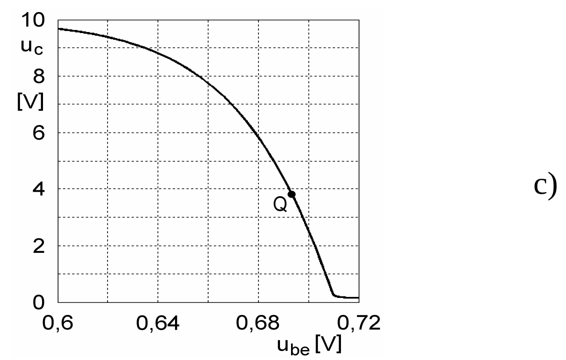
b)

Obr. 6.18: Kmitočtová závislost modulové a fázové charakteristiky zesilovače v zapojení SE.

Vstupní napětí u_1 se přes vazební kondenzátor C dostává na bázi tranzistoru, kde se přičítá ke stejnosměrnému napětí (obr. 6.17 c). Kolísání napětí u_{be} způsobí změnu kolektorového proudu a tím i změnu úbytku napětí na kolektorovém rezistoru *Rc* (obr. 6.17 b). Vzrůst napětí na bázi způsobí vzrůst proudu báze, to způsobí vzrůst kolektorového proudu a to zase způsobí vzrůst úbytku napětí u_{Rc} na kolektorovém rezistoru. V důsledku toho napětí mezi kolektorem a emitorem tranzistoru $u_{ce} = U_n - u_{Rc}$ poklesne. Zvýšení vstupního napětí způsobí snížení výstupního napětí. Zesilovač SE obrací fázi zesilovaného signálu.

Modulová a fázová kmitočtová charakteristika tohoto zesilovače jsou na obr. 6.18. Pokles přenosu v oblasti nízkých kmitočtů je způsoben vazebním kondenzátorem *C*, který se vstupním odporem zesilovače tvoří RC horní propust 1. řádu. V oblasti vysokých kmitočtů je pokles přenosu způsoben kapacitami spojů paralelně k výstupním svorkám tranzistoru a vlastnostmi tranzistoru.





Obr. 6.19: Grafické řešení pracovního bodu zesilovače ve třídě A.

a) Grafické řešení kolektorového okruhu.
b) Grafické řešení okruhu báze.
c) Převodní charakteristika.

Na obr. 6.19 je naznačen postup nastavení pracovního bodu. Pro danou velikost kolektorového rezistoru zakreslíme do sítě kolektorových charakteristik zatěžovací charakteristiku (obr. 6.19 a). Byl použit tranzistor 2N2222 a R_c = 1,25 kΩ. Ze sítě kolektorových charakteristik a zatěžovací přímky zkonstruujeme převodní charakteristiku $u_{ce} = f(u_{be})$ (obr. 6.19 c) a na ní zvolíme vhodný pracovní bod Q. Pracovní bod volíme v lineární části převodní charakteristiky. Zvolený pracovní bod přeneseme do sítě kolektorových charakteristik a odečteme nutný proud báze i_b. Hodnotu tohoto proudu přeneseme do vstupní charakteristiky (bod Q v obr. 6.19b). Nyní z Ohmova zákona vypočteme odpor rezistoru R_b:

$$R_b = \frac{U_{R_b}}{I_{bQ}} = \frac{9{,}3\ \text{V}}{23{,}8\ \mu\text{A}} = 390\ \text{k}\Omega \quad \text{nebo} \quad R_b = \frac{U_n}{I_0} = \frac{10\ \text{V}}{25{,}6\ \mu\text{A}} = 390\ \text{k}\Omega\ .$$

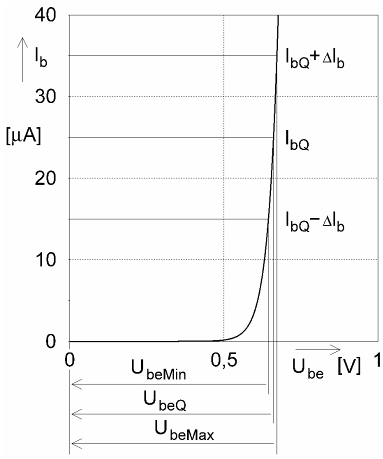
Pro tranzistor tohoto zesilovače byly určeny parametry v pracovním bodě a pro daný kolektorový odpor R_C byl pro oblast středních kmitočtů vypočítán přenos napětí K_U = -178,097, což je decibelech K_u = 45,013 dB.

6.5.3 Zesilovač v zapojení se společným kolektorem (emitorový sledovač)

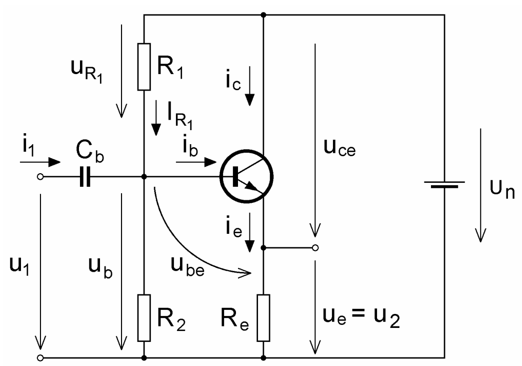
Na emitorový sledovač (obr. 6.21) se můžeme dívat jako na zesilovač se sériovou napěťovou zápornou zpětnou vazbou. Protože velikost přenosu zpětnovazebního článku je 1 a tudíž přenos zpětnovazební smyčky AB >> 1, je přenos napětí blízký jedné, ale je menší než 1. Podle vztahu (6.8) bude pro oblast středních kmitočtů

$$K = \frac{\dot{A}}{1 - \dot{A}\dot{B}} = \frac{1}{\frac{1}{A} - B} = \frac{1}{\varepsilon + 1} \leq 1.$$

V tabulce "Výsledky pro úplný model" také vidíme, že vstupní impedance je vysoká a výstupní nízká.



Obr. 6.20: Charakteristika PN přechodu a vliv změny polohy pracovního bodu na celkové napětí na přechodu.



Obr. 6.21: Zapojení emitorového sledovače.

Na obr. 6.20 je typická vstupní charakteristika křemíkového tranzistoru (PN přechodu). Je vidět, že i při značných změnách proudu báze (a tedy i proudu emitoru) se napětí mezi bází a emitorem příliš nemění. Výstupní napětí

$$u_2 = u_b - u_{be} \approx u_b - konstanta$$

je přibližně rovno vstupnímu, ale jeho stejnosměrná složka je snížena o určitou konstantu (cca 0,65 V). Protože při kladném vrcholu budicího signálu teče tranzistorem větší proud než při záporném, je posun kladného vrcholu větší než posun minima. Z toho vyplývá, že výstupní napětí bude mít rozkmit menší o hodnotu u_{beMax} -u_{beMin}. Napěťové zesílení je menší než jedna.

Zmenšíme-li hodnotu emitorového odporu R_e, zvětší se rozkmit proudu emitorem a také proudu do báze, avšak napětí mezi bází a emitorem se příliš měnit nebude. Bez ohledu na velikost zátěže se výstupní napětí sledovače příliš nemění => emitorový sledovač se vůči zátěži chová jako zdroj napětí, tedy jako zdroj s malým vnitřním odporem.

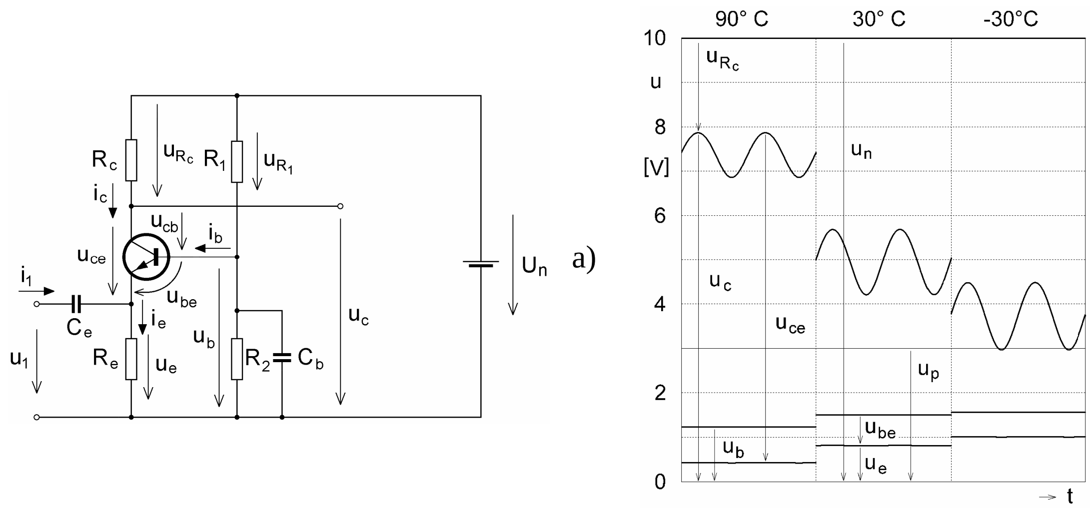
Vstupní odpor emitorového sledovače je dán paralelní kombinací odporu rezistoru R_1 pro nastavení klidového proudu báze a vlastního vstupního odporu sledovače R_{vst} mezi bází a zemí. Tento odpor můžeme přibližně určit i následujícím způsobem:

$$\begin{aligned} R_{vst} &= \frac{du_b}{di_b} = \frac{du_{be} + du_{\mathrm{Re}}}{di_b} = \frac{du_{be}}{di_b} + \frac{di_e R_e}{di_b} = R_{be} + R_e \frac{di_b + di_e}{di_b} = \\ &= R_{be} + R_e\left(1 + \frac{di_c}{di_b}\right) = R_{be} + R_e(1+\beta) \end{aligned} \quad . \qquad (6.13)$$

U emitorového sledovače je zpětná vazba kmitočtově nezávislá, a proto působí i pro pomalé kolísání teploty. Ve své podstatě je shodná s můstkovou stabilizací (viz obr. 6.25).

6.5.4 Zesilovač v zapojení se společnou bází

Schéma střídavého zesilovače v zapojení se SB je na obr. 6.22a), průběhy napětí v jeho jednotlivých bodech na obr. 6.22b). Vstupní signál se přivádí přes kondenzátor C_e na emitor tranzistoru. Báze tranzistoru je pro signál uzemněna kondenzátorem C_b. Vzrůst napětí na emitoru zmenší rozdíl napětí mezi bází a emitorem, což vyvolá zmenšení kolektorového proudu. Menší kolektorový proud zmenší úbytek napětí na kolektorovém rezistoru R_c. To způsobí, že výstupní napětí u_c = U_n - U_{Rc} vzroste. Vzrůstu vstupního napětí odpovídá vzrůst výstupního napětí - zesilovač SB neobrací fázi.



Obr. 6.22: Zesilovač v zapojení SB.
a) Zapojení.
b) Průběhy napětí v důležitých bodech zesilovače pro tři různé teploty.

Porovnáme-li zapojení tohoto zesilovače z hlediska stejnosměrných poměrů se zesilovačem SE, vidíme, že je totožné s můstkovou stabilizací polohy pracovního bodu. Proto i v tomto zapojení SB je zajištěna teplotní stabilizace polohy pracovního bodu.

Vlastnosti zesilovače v zapojení SB

Budeme uvažovat oblast středních kmitočtů, kde se neprojevují vlastnosti reaktančních prvků. Pak všechny impedance jsou čistě odporové.

Vstupní odpor zesilovače SB je malý a blíží se hodnotě $1/y_{cb}$ (vstupní odpor ze strany emitoru). Výstupní odpor je velmi vysoký a je silně ovlivněn vnitřním odporem zdroje signálu (proudová záporná ZV). Napěťové zesílení je vysoké, přibližně $K_u \approx y_{cb} R_c$, proudové zesílení je o něco menší než 1.

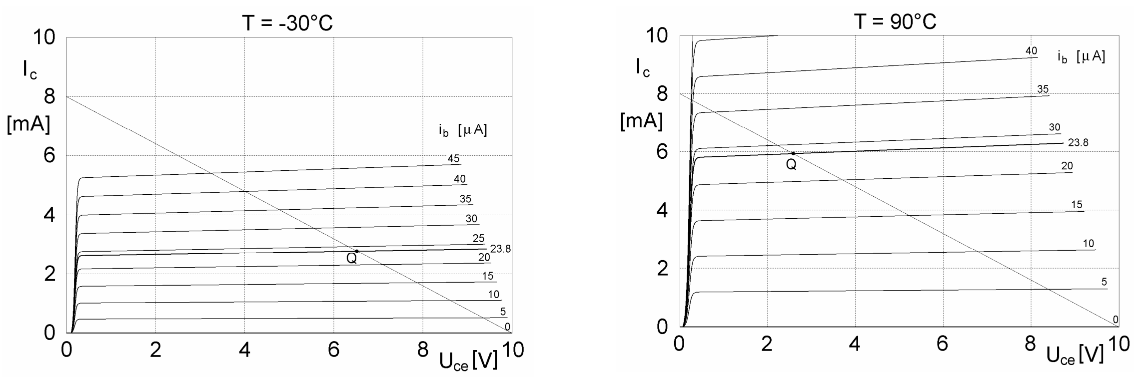
Základní vlastnost, pro kterou se používá tento typ zesilovače (jak s bipolárním tak i s polem řízeným tranzistorem), je velmi vysoká impedance mezi výstupní svorkou (kolektorem) a vstupní svorkou (emitorem). Mezi oběmi elektrodami leží báze, která je v tomto zesilovači spojena s nulovým (střídavým) napětím a dobře od sebe kolektor a emitor odstiňuje. Proto vliv Millerova jevu (vliv paralelní napěťové ZV) je velmi malý a uplatní se až u velmi vysokých kmitočtů. Tento typ zesilovače je tedy vhodný pro zesilování signálů o velmi vysokých kmitočtech.

6.6 Vliv teploty na polohu pracovního bodu

Cíle kapitoly:

- Objasnění, jak závisí parametry bipolárního tranzistoru na teplotě a jaké to může mít důsledky na chování tranzistorových zesilovačů.
- Výklad metod zpětnovazební stabilizace polohy stejnosměrného pracovního bodu různými typy záporných zpětných vazeb.
- Výklad kompenzačních metod stabilizace stejnosměrného pracovního bodu.

Parametry všech prvků jsou teplotně závislé. Největší závislost však projevují polovodičové prvky, v případě zesilovače je to tranzistor. Při konstantním napětí na PN přechodu s rostoucí teplotou roste i proud přechodem. U tranzistoru je to emitorový přechod, který určuje hlavní teplotní chování tranzistoru. V zesilovači na obr. 6.17 změna teploty vyvolá změnu polohy pracovního bodu.

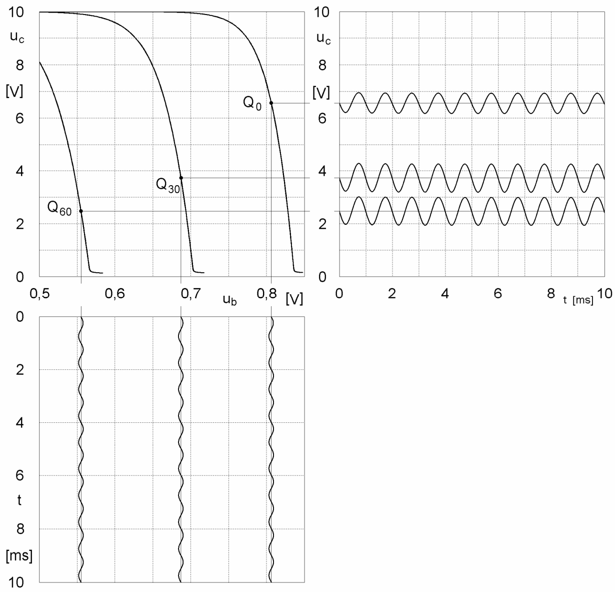


a) Poloha pracovního bodu při teplotě -30° C.   b) Poloha pracovního bodu při teplotě 90° C.

Obr. 6.23: Vliv teploty na polohu pracovního bodu zesilovače z obr. 6.17.

Na obr. 6.23 jsou uvedeny sítě kolektorových charakteristik spolu se zatěžovací charakteristikou tohoto zesilovače pro teploty lišící se o ± 60° C od sítě kolektorových charakteristik v obr. 6.19 a (při teplotě 30°C). Je zřejmé, že změna polohy pracovního bodu má vliv na velikost pracovní oblasti tranzistoru.

Na obr. 6.24 jsou uvedeny převodní charakteristiky tohoto zesilovače spolu s odpovídajícími pracovními body a napětími na vstupu a výstupu zesilovače pro teploty -30°, 30° a 90° C. Je vidět že dochází i ke změně velikosti zesílení. Při větší amplitudě budícího signálu by rovněž docházelo ke zkreslení výstupního signálu. Při nízkých teplotách může být oříznuta dolní část výstupního signálu, při vysokých zase horní. Navíc při vyšších teplotách se dostáváme do zakřivenější části charakteristiky.

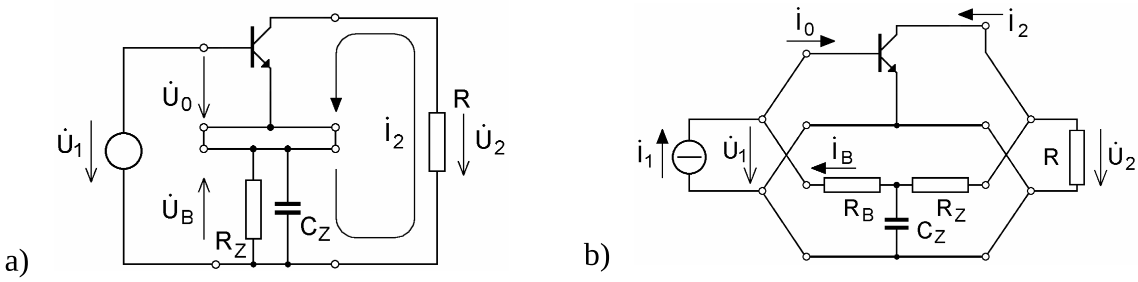


Obr. 6.24: Vliv teploty na polohu pracovního bodu a zesílení zesilovače z obr. 6.19. Režim práce při teplotách -30°, 30° a 90° C.

Stabilizace polohy pracovního bodu

Jak jsme viděli, teplota působí na tranzistor *jako další signál*. Kdyby elektrický vstupní signál byl nulový, pak by výstupní napětí sledovalo pouze změny teploty. Pro potlačení vlivu teploty se používají dvě metody: *metoda kompenzační* a *metoda zpětnovazební*. Kompenzační metoda využívá jiného teplotně závislého prvku (dnes výhradně PN přechodu), který ovlivňuje polohu pracovního bodu tranzistoru zesilovače tak, aby změna jeho polohy byla minimalizována. Tato metoda se používá především uvnitř bipolárních integrovaných obvodů. Zpětnovazební metoda využívá záporné zpětné vazby a má dvě varianty. V jednom případě se využívá toho, že změna teploty integrovaného obvodu probíhá pomaleji, než změny zesilovaného signálu, tj. že složky spektra teplotních změn jsou v oblasti velmi nízkých kmitočtů, nižších než složky spektra zesilovaného signálu (složky obou spekter se nepřekrývají). Pak lze použít kmitočtově závislou zpětnou vazbu, která působí pouze v oblasti velmi nízkých kmitočtů, v oblasti, kde jsou přítomny pouze složky teplotního signálu. Jiný případ nastává u diferenčních zesilovačů, kdy teplota působí jako společný signál, který je diferenčním zesilovačem potlačen a elektrický signál je normálně zesílen (na tento způsob se lze dívat jak z hlediska kompenzační metody, tak z hlediska zpětnovazební metody).

6.6.1 Zpětnovazební metody stabilizace pracovního bodu



Obr. 6.25: Využití kmitočtově závislé záporné zpětné vazby pro teplotní stabilizaci polohy pracovního bodu. a) Sériová proudová ZV, stabilizuje ss kolektorový proud tranzistoru, b) paralelní napěťová ZV, stabilizuje ss výstupní napětí tranzistoru.

Jak v jednostupňových, tak i ve vícestupňových zesilovačích se používají dva typy kmitočtově závislých záporných zpětných vazeb: sériová proudová a paralelní napěťová. Podstata těchto zapojení je naznačena na obr. 6.25.

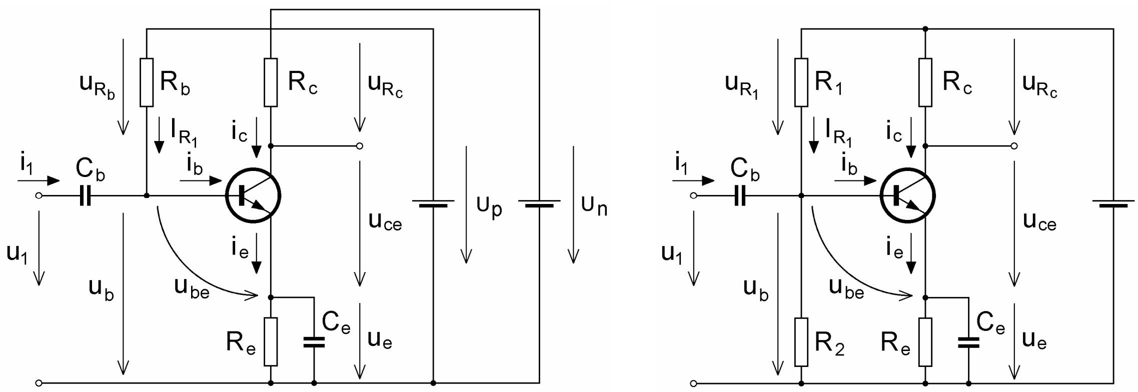
V případě sériové proudové ZV (obr. 6.25a) vzniká zpětnovazební signál na impedanci Z_Z, realizované zpravidla paralelním spojením rezistoru R_Z a kondenzátoru C_Z. Tato kombinace tvoří pro zpětnovazební signál dolní propust. Rychlé změny kolektorového proudu, vyvolané signálem, jsou kondenzátorem C_Z zkratovány a nevytvářejí zpětnovazební signál. Pomalé složky, vyvolané kolísáním teploty, stačí nabíjet a vybíjet kondenzátor a zpětnovazební signál tak vzniká.

V případě paralelní proudové ZV (obr. 6.25b) vzniká zpětnovazební signál na výstupu dolní propusti, která zpravidla bývá realizována integračním článkem R_Z C_Z a oddělovacím členem R_B. Rychlé změny výstupního napětí jsou kondenzátorem C_Z zkratovány, filtr potlačí zpětnovazební signál. Pomalé složky, vyvolané kolísáním teploty, stačí nabíjet a vybíjet kondenzátor, zpětnovazební signál filtrem projde. Oddělovací rezistor R_B zajišťuje, aby vstupní signál nebyl zkratován kondenzátorem C_f.

Stabilizace polohy pracovního bodu sériovou proudovou zpětnou vazbou

Na obr. 6.26b) je tzv. můstkové zapojení a na obr. 6.26a) je jeho ekvivalentní zapojení. Zdroj U_n spolu s rezistory R_1 a R_2 z obr. b) je podle Thévenina v obr. a) nahrazen zdrojem napětí U_p a rezistorem R_b.

$$U_p = U_n \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad \text{a} \qquad R_b = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \,. \tag{6.14}$$



a) Zapojení se dvěma zdroji. b) Zapojení s jedním zdrojem.

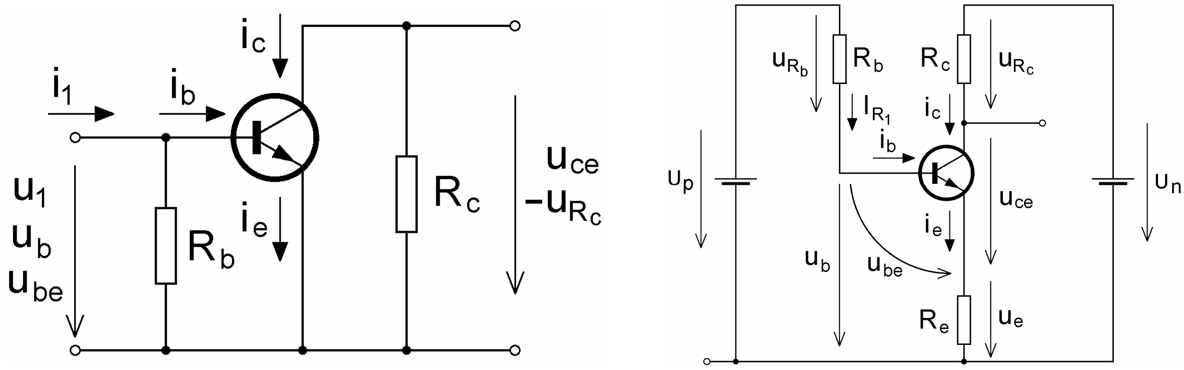
Obr. 6.26: Využití záporné proudové kmitočtově závislé zpětné vazby ke stabilizaci polohy pracovního bodu.

Na obr. 6.27a) je náhradní schéma z hlediska zesilovaného signálu a na obr. 6.27b) z hlediska stabilizace pracovního bodu. Klidový proud I_{bQ} do báze tranzistoru je, jak patrno ze schématu na obr. 6.26.a), 6.27.b) a průběhů napětí v obr. 6.28, určován součtem úbytků napětí na sériové kombinaci rezistoru R_b a emitorovém přechodu tranzistoru *B-E*,

$$U_{pc} = U_{Rb} + U_{be} \,.$$

Na druhé straně je toto napětí určeno rozdílem napětí U_p zdroje předpětí a napětí emitoru $u_e = R_e I_e$.

$$U_{pe} = U_p - R_e \cdot I_e = U_p - U_e \,.$$



a) b)

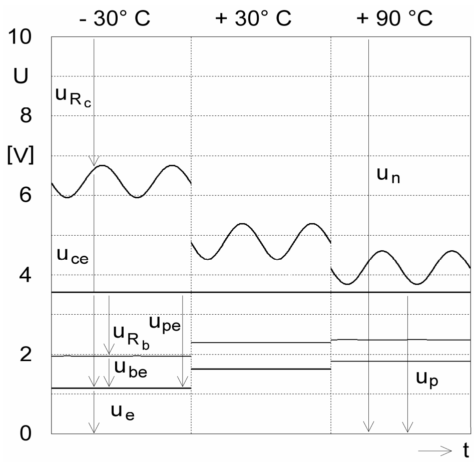
Obr. 6.27: Náhradní zapojení zesilovače v zapojení SE se stabilizací pracovního bodu sériovou proudovou ZV z obr 6.26a).

a) Náhradní zapojení z hlediska signálu; kondenzátory a zdroje napětí představují pro signál zkrat.

b) Náhradní zapojení z hlediska pomalých změn, vyvolaných teplotou.

Vzroste-li teplota tranzistoru, vzroste i jeho emitorový proud. To vyvolá zvýšení napětí na emitoru a tudíž snížení napětí U_{pe}. Snížení napětí U_{pe} vyvolá snížení klidového proudu báze I_{bQ} a to způsobí snížení emitorového proudu tranzistorem. Tak je vliv zvýšené teploty částečně redukován snížením klidového proudu báze. Použijeme-li pro teplotu symbol ϑ, pro vzrůst a pokles hodnoty symboly $\uparrow a \downarrow$, můžeme tento proces zaznamenat následujícím způsobem:

$$\vartheta\uparrow \;\Rightarrow I_e\uparrow \;\Rightarrow R_e\cdot I_e = U_e\uparrow \;\Rightarrow U_{pe} = U_p - U_e\downarrow \;\Rightarrow I_{bQ}\downarrow \;\Rightarrow I_e\downarrow \tag{6.15}$$



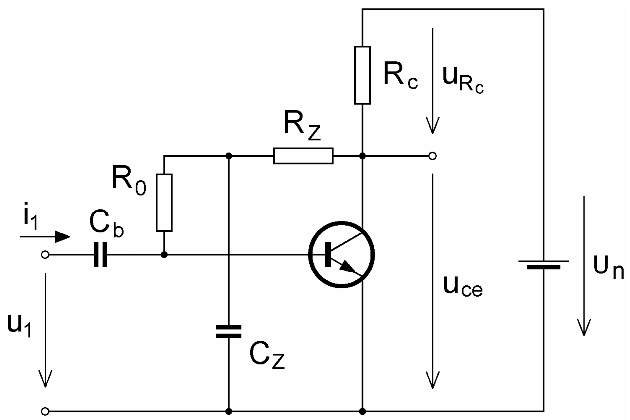
Obr. 6.28: Průběhy napětí v zesilovači SE z obr. 5.26.

Stabilizace pracovního bodu paralelní napěťovou zpětnou vazbou

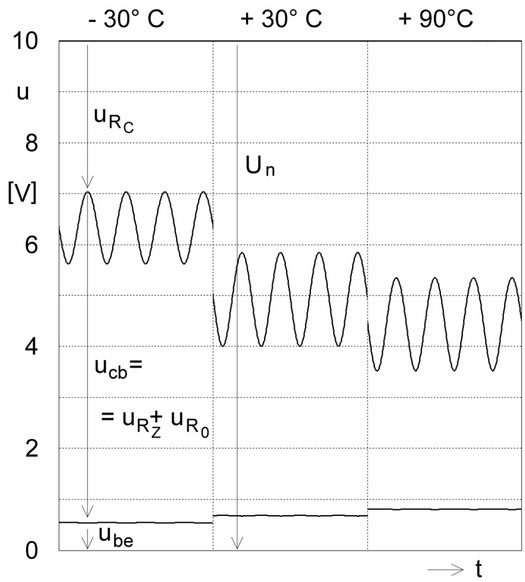
Na obr. 6.29a je úplné zapojení zesilovače s paralelní napěťovou zápornou zpětnou vazbou. Zpětnovazební signál je filtrován dolní propustí R_Z, C_Z a přes R_0 je přiveden ke vstupní svorce zesilovače. Rezistor R_0 odděluje vstup od kondenzátoru C_Z, který by jinak zkratoval vstupní svorky pro signál.

Na obr. 6.30a je náhradní schéma z hlediska zesilovaného signálu, kdy můžeme kondenzátory C_Z a C_b považovat za zkraty. Na obr. 6.30b je náhradní schéma z hlediska stabilizace pracovního bodu, kdy se naopak kondenzátory chovají jako rozpojené obvody. Klidový proud I_{bQ} do báze tranzistoru je, jak patrno ze schématu na obr. 6.29a, 6.30b a průběhů napětí v obr. 6.29b, určován součtem úbytků napětí na sériové kombinaci rezistoru R_Z a R_b a emitorovém přechodu tranzistoru. Toto napětí je však také rovno napětí mezi kolektorem a emitorem tranzistoru.

$$U_{R_Z} + U_{R_b} + U_{be} = U_{ce}.$$



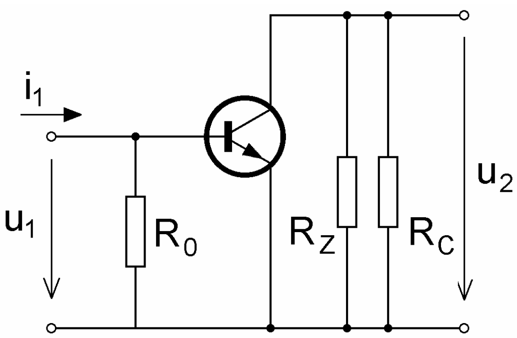
a)



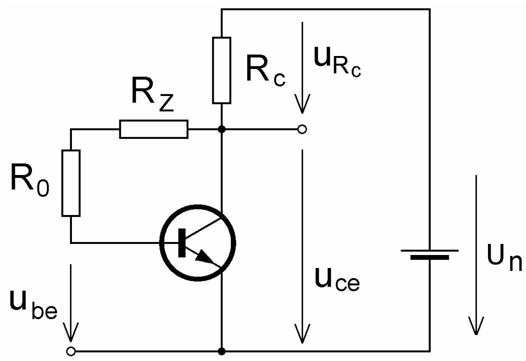
b)

Obr. 6.29: Využití záporné napěťové kmitočtově závislé zpětné vazby ke stabilizaci polohy pracovního bodu.
a) Zapojení.
b) Napětí v jednotlivých bodech zesilovače při třech různých teplotách.

Vzroste-li teplota tranzistoru, vzroste i jeho kolektorový proud. To vyvolá zvětšení úbytku napětí na kolektorovém odporu R_C a tudíž snížení napětí U_{ce} mezi kolektorem a zemí, které však určuje klidový proud do báze. Snížení napětí U_{ce} tak vyvolá snížení klidového proudu báze I_{bQ} a to následně zase způsobí snížení kolektorového proudu tranzistorem. Tak je vliv zvýšené teploty částečně redukován snížením klidového proudu báze.



a)



b)

Obr. 6.30: Náhradní zapojení zesilovače SE se stabilizací pracovního bodu paralelní napěťovou ZV.
a) Náhradní zapojení z hlediska signálu; zdroje napětí a kondenzátory představují pro signál zkrat.
b) Náhradní zapojení z hlediska pomalých změn vyvolaných teplotou.

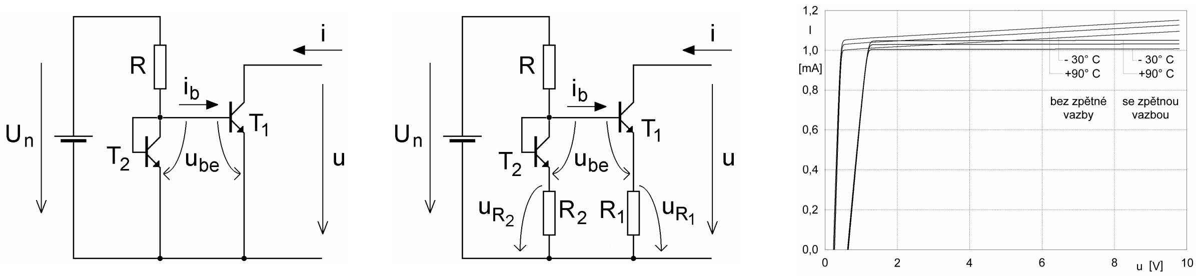
Použijeme-li pro teplotu symbol ϑ, pro vzrůst a pokles hodnoty symboly $\uparrow$ a $\downarrow$, můžeme tento proces zaznamenat následujícím způsobem:

$$\vartheta\uparrow \Rightarrow I_c\uparrow \Rightarrow U_{R_c} = I_c \cdot R_c\uparrow \Rightarrow U_{ce} = U_n - U_{R_c}\downarrow \Rightarrow U_{R_Z} + U_{R_0} + U_{be}\downarrow \Rightarrow I_{bQ}\downarrow \Rightarrow I_c\downarrow \qquad (6.16)$$

Paralelní napěťová zpětná vazba ovlivňuje přenosovou impedanci Z_T, ale neovlivňuje přenos napětí K_U (vstupní napětí je přímo připojeno na vstup tranzistoru). Proto frekvenční charakteristika přenosu napětí zesilovače v obr. 6.29a je v oblasti nízkých kmitočtů ovlivněna vazebním kondenzátorem C_b a v oblasti vysokých kmitočtů pouze vlastnostmi tranzistoru a vedlejších kapacit.

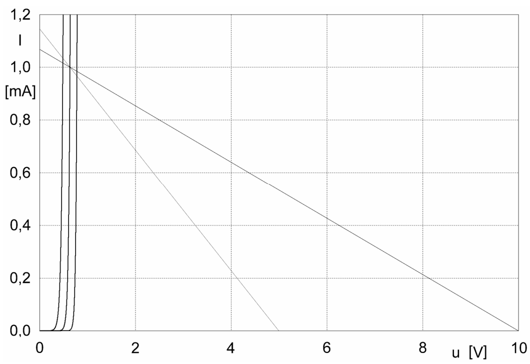
6.6.2 Kompenzační metody stabilizace polohy pracovního bodu

Dalším příkladem využití zesilovače v zapojení SE se stabilizací pracovního bodu je zdroj konstantního proudu, široce používaný v analogových integrovaných obvodech. Na obr. 6.31 je jeho základní zapojení. Zdroj využívá kolektorové charakteristiky tranzistoru T_1 při pevném napětí mezi bází a emitorem (na emitorovém přechodu). Zde v širokém rozsahu napětí mezi kolektorem a emitorem s růstem tohoto napětí narůstá kolektorový proud velmi málo. Jeho teplotní stabilita je však velmi malá (viz charakteristiky v obr. 6.23, s. 151). Proto je nutná teplotní stabilizace. Je použita kompenzační metoda, kdy je jako teplotně závislé čidlo využito emitorového přechodu tranzistoru T_2 (kolektor je spojen s bází). Oba tranzistory, T_1 i T_2 musí být stejné a musí mít stejnou teplotu, což lze v IO poměrně snadno splnit. Protože na emitorových přechodech obou tranzistorů je stejné napětí a protože oba tranzistory jsou shodné, budou stejné i jejich emitorové proudy, bez ohledu na jejich teplotu.



a) Bez zpětné vazby b) Se zpětnou vazbou c) Charakteristiky zdroje konst. I

Obr. 6.31: Zapojení zdroje konstantního proudu s teplotní kompenzací.
a) Základní zapojení, b) zapojení se zápornou proudovou zpětnou vazbou.
c) AV charakteristiky zdrojů konst. proudu z obr a) a b) pro teploty: - 30° C, +30° C a +90° C.



Obr. 6.32: Vliv velikosti napětí U_n a odporu rezistoru R na kolísání proudu PN přechodem T_1 vlivem kolísání teploty (ϑ = -30°, 30° a 90°).

Na obr. 6.32 je vidět, že se změnou teploty se bude měnit i proud PN přechodu tranzistoru T_2 a tedy i tranzistoru T_1. Tyto změny však budou tím menší, čím větší bude napájecí napětí U_n a tomu odpovídající větší odpor rezistoru R.

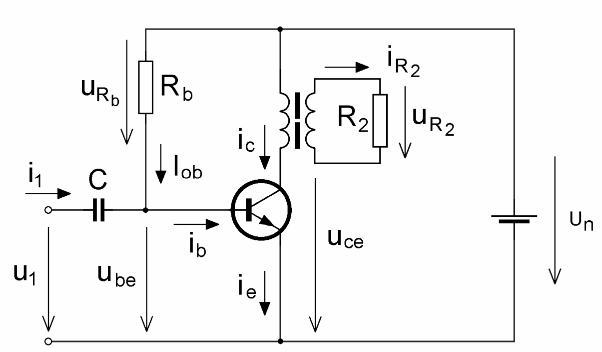
Dalšího zlepšení vlastností tohoto zdroje proudu dosáhneme zavedením záporné proudové zpětné vazby, která, jak víme (kap. 6.3.2. "Vliv zpětné vazby na parametry zesilovačů", tab. 6.2, s. 139), stabilizuje výstupní proud - výstupní proud i bude méně závislý na výstupním napětí u. Tato zpětná vazba je zavedena u tranzistoru T_1 pomocí rezistoru R_1. Aby napětí na emitorech obou tranzistorů zůstala stejná (oběma tranzistory má téci stejný emitorový proud), je třeba zařadit i do emitoru tranzistoru T_2 rezistor R_2 o stejném odporu jako je odpor rezistoru R_1. Vliv této záporné proudové (sériové) zpětné vazby je dobře patrný z výstupních charakteristik tohoto zdroje proudu na obr. 6.31 c).

6.7 VÝKONOVÉ ZESILOVAČE

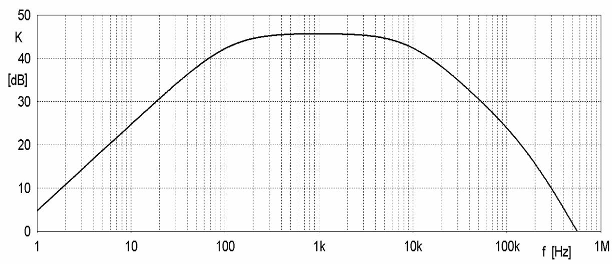
Cíle kapitoly:

- Ukázat konkrétní zapojení výkonových zesilovačů, pracujících v třídách A, B a C.
- Rozborem zapojení ukázat, jak zesilovače fungují a jaké parametry od nich můžeme očekávat.
- Provést rozbor teoretických účinností zesilovačů a ukázat, na jakých faktorech závisí prakticky dosažitelná účinnost.

6.7.1 Výkonové zesilovače ve třídě A



Obr. 6.33: Jednočinný výkonový zesilovač ve třídě A s transformátorem.

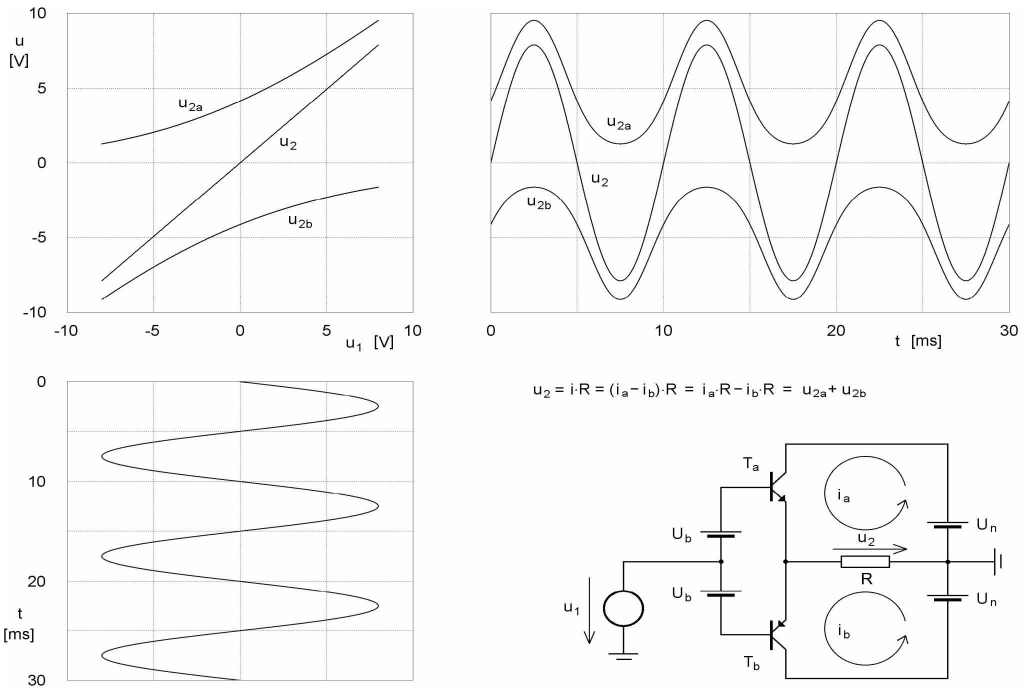


Obr. 6.34: Příklad kmitočtové závislosti modulu přenosu zesilovače s transformátorovou vazbou.

Zesilovače pracující ve třídě A se používají především tam, kde není třeba dodat veliký výkon do zátěže. Jako koncové stupně výkonových zesilovačů se používají zřídka, pouze jsou-li kladeny extrémní požadavky na minimální hodnotu nelineárního zkreslení (Hi-Fi akustické zesilovače).

Jsou možné dvě základní zapojení: jednočinné a dvojčinné. Jednočinný zesilovač (obr. 6.33) potřebuje k oddělení klidového proudu tranzistoru od signálu transformátor. Ten také umožňuje přizpůsobit hodnotu zatěžovacího odporu R_2 režimu tranzistoru. S ohledem na stejnosměrné sycení jádra transformátoru, způsobené stejnosměrnou složkou kolektorového proudu, musí mít transformátor vzduchovou mezeru, což pro dosažení potřebné indukčnosti zvětšuje jeho rozměry (váhu a cenu). Nevýhodou zesilovače s transformátorem je pokles zesílení zesilovače jak na nízkých, tak na vysokých kmitočtech.

Na obr. 6.34 je závislost poměru napětí u_{R2}/u_{b1} zesilovače z obr. 6.33. Pokles zesílení pod kmitočtem 200 Hz se sklonem 20 dB/dekádu je způsoben indukčností primáru transformátoru a pokles zesílení nad 6 kHz se sklonem -20 dB/dekádu je způsoben rozptylovou indukčností transformátoru. Nad kmitočtem 100 kHz se začíná projevovat pokles zesilovacích schopností tranzistoru a sklon charakteristiky se blíží k hodnotě - 40 dB/dekádu.



a) Průběhy napětí. b) Principiální schéma.

Obr. 6.35: Dvojčinný zesilovač ve třídě A.

Dvojčinný zesilovač může pracovat jak s transformátorem, tak bez transformátoru. Je celá řada modifikací dvojčinného zesilovače. Jedna z nich s komplementárními tranzistory bez transformátoru je na obr. 6.35. Pracovní bod obou tranzistorů je nastaven do třídy A (tranzistory vždy teče proud, nikdy nedojde k jejich uzavření) a klidové proudy obou tranzistorů jsou stejně veliké. V klidovém stavu proto neprotéká zátěží R žádný proud, výstupní napětí U_2 je nulové. Kladné vstupní napětí u_1 zvětší proud i_a NPN tranzistoru T_a a zmenší proud i_b PNP tranzistoru T_b. Zátěží R_2 převládá proud od emitorů k zemi. Výstupní napětí u_2 je kladné. Naopak záporné vstupní napětí u_1 zmenší proud i_a a zvětší proud i_b. Proud zátěží nyní teče od země k emitorům tranzistorů, výstupní napětí u_2 je záporné.

Na obr. 6.35a vlevo dole je průběh vstupního harmonického napětí u_1, vlevo nahoře převodní charakteristiky tranzistoru T_a $u_{2a} = f(u_1)$, tranzistoru T_b $u_{2b} = f(u_1)$ a celková charakteristika zesilovače $u_2 = f(u_1)$. Vpravo nahoře je průběh výstupního napětí u_2 a příspěvků u_{2a} a u_{2b}, vyvolaných proudy tranzistorů T_a a T_b. Jak na převodní charakteristice, tak i na průběhu výstupního napětí je vidět, že nelinearity obou tranzistorů se navzájem vykompenzovaly.

Účinnost zesilovače ve třídě A

Pro účinnost zesilovače využijeme zjednodušený vztah (6.2, s. 127) $\eta = P_2 / P_0$, kde P_2 je výkon dodávaný do zátěže a P_0 výkon odebíraný ze zdroje.

Na obr. 6.36 jsou naznačeny poměry v kolektorovém obvodu zesilovače ve třídě A. Uvažujme nejprve zesilovač s rezistorem přímo v kolektorovém obvodu tranzistoru podle obr. 6.17, s. 147. Pak celkový příkon P_0 se v klidu (bez signálu) rozdělí mezi rezistor R_C a tranzistor. Výkon dodaný ze zdroje P_0, příkon P_{0T} dodaný do tranzistoru a příkon P_{0R} dodaný do kolektorového rezistoru jsou

$$P_{0N} = U_n I_Q = P_{0T} + P_{0R} \qquad P_{0C} = U_{ce} I_Q \qquad \text{a} \qquad P_{0R} = U_{Rc} I_Q = (U_n - U_{ce}) I_Q \ .$$

Těmto výkonům odpovídají vyšrafované obdélníky v síti výstupních charakteristik tranzistoru na obr. 6.36. Tyto obdélníky nazýváme obdélníky příkonu. Jejich "plocha" ve voltampérech udává odpovídající příkony. Střídavý výkon, dodaný do kolektorového rezistoru, je v případě harmonického signálu dán součinem efektivních hodnot napětí a proudu:

$$P_2 = \frac{U_2}{\sqrt{2}} \frac{I_2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} U_2 I_2 \,.$$

Tomuto příkonu odpovídá "plocha" vyšrafovaného trojúhelníka P_2. Po dosazení do vztahu pro účinnost dostáváme:

$$\eta = \frac{P_2}{P_0} = \frac{P_2}{P_{0T} + P_{0R}} = \frac{\frac{1}{2} U_2 I_2}{U_{ce} I_Q + \left(U_n - U_{ce}\right) I_Q} = \frac{1}{2} \frac{U_2}{U_n} \frac{I_2}{I_Q} \,. \tag{6.17a}$$

V ideálním případě, kdy pracovní bod je uprostřed zatěžovací přímky a amplituda proudu je rovna klidovému proudu a tudíž amplituda výstupního napětí polovině napájecího napětí, bude

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{\frac{U_n}{2}}{U_n} \frac{I_Q}{I_Q} = \frac{1}{4} \,. \tag{6.17b}$$

V reálném případě to ale bude vždy citelně méně než 25 %.

V případě zesilovače s transformátorem, pokud zanedbáme odpor vinutí transformátoru, bude na kolektoru klidové napětí rovno napájecímu. Pak

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{U_2}{U_n} \frac{I_2}{I_Q} \,.$$

V ideálním případě, kdy zesilovač je plně vybuzen, tj. amplituda proudu je rovna klidové hodnotě proudu zdroje a amplituda výstupního napětí hodnotě napájecího napětí, bude účinnost

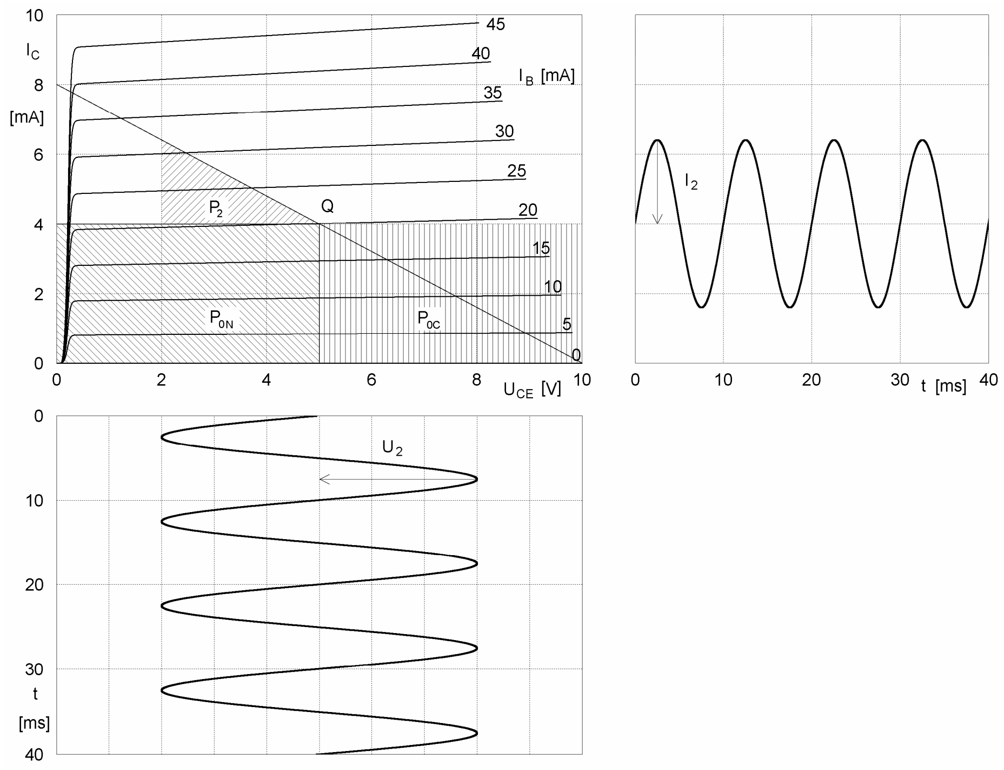
$$\eta = \frac{1}{2} \frac{U_n}{U_n} \frac{I_Q}{I_Q} = \frac{1}{2} \,. \tag{6.17c}$$

Je zřejmé, že v reálném případě bude účinnost vždy menší než ideálních 50 %. Při neúplném vybuzení se účinnost snižuje.

Pokud signál nepůsobí, celý příkon z napájecího zdroje se spotřebuje na ohřívání tranzistoru. Při vybuzení zesilovače se část dodávaného výkonu P_0 mění i na výkon P_2 zesíleného signálu a tranzistor je pak méně zahříván. Kolektorová ztráta

$$P_c = P_n - P_2 \tag{6.18}$$

s vybuzením tranzistoru klesá. Tranzistor je ve třídě A tepelně namáhán nejvíce, je-li zesilovač bez signálu.



Obr. 6.36: Výkonové poměry v tranzistorovém zesilovači.

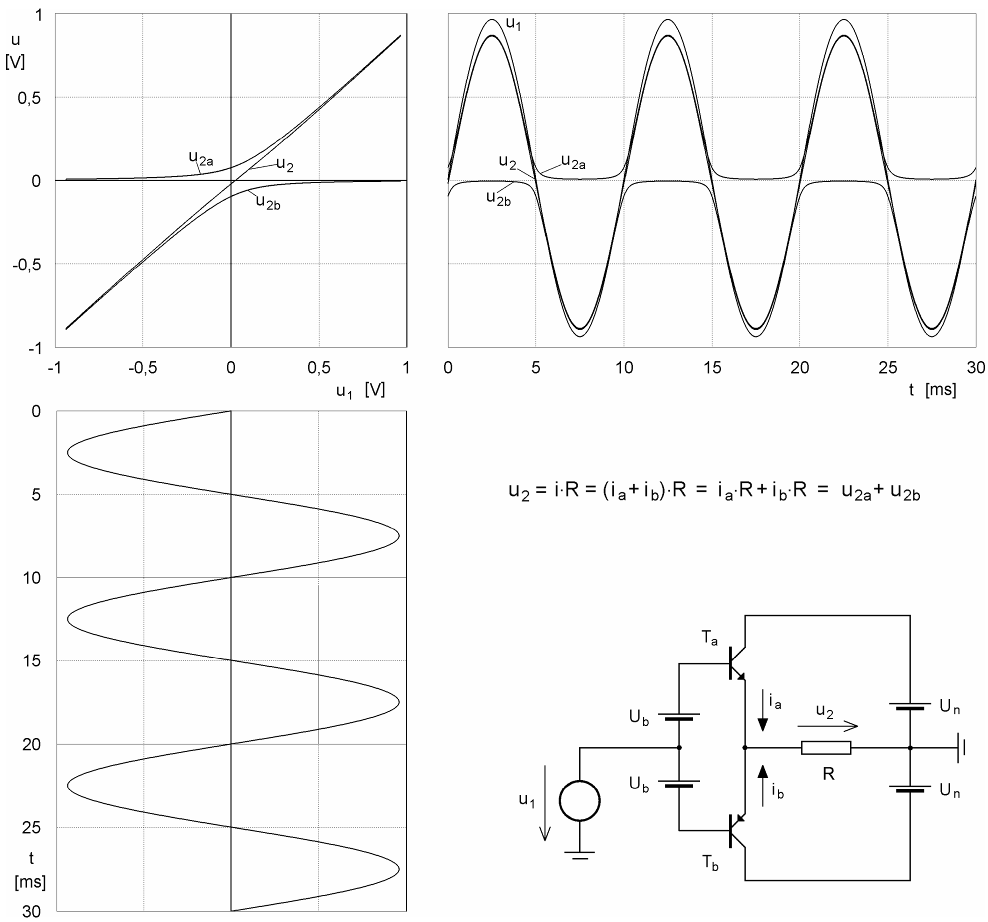
6.7.2 Výkonové zesilovače ve třídě B

Výkonové zesilovače, pracující ve třídě B, se používají jak v nízkofrekvenční (akustické), tak i ve vysokofrekvenční technice (zejména u širokopásmových zesilovačů), prostě všude tam, kde vyžadujeme nízké nelineární zkreslení a přijatelnou energetickou účinnost.

Příklad principiálního dvojčinného zapojení zesilovače je na obr. 6.37b. Zapojení je totožné s dvojčinným zapojením z obr. 6.35, pracujícím ve třídě A, liší se pouze nastavením pracovního bodu. Jde opět o dvojčinný emitorový sledovač (SK).

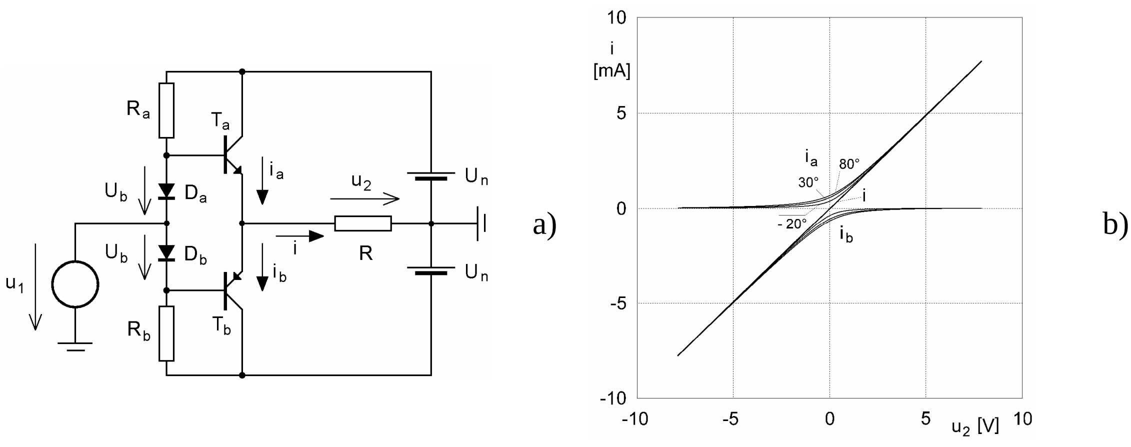
Každý z tranzistorů zpracovává jednu polaritu vstupního signálu. V uvedeném příkladě, kdy vstupním signálem je harmonický signál, zpracovává tranzistor T_a typu NPN kladnou půlperiodu a během (téměř celé) záporné půlperiody je uzavřen, neteče jím (téměř žádný) proud. Obdobně tranzistor T_b typu PNP zpracovává zápornou půlvlnu a při kladné je uzavřen. Emitorové proudy obou tranzistorů protékají zatěžovacím rezistorem R. Protože mají opačný směr, složí se v kompletní harmonický průběh.

Na stabilizaci polohy pracovního bodu se podílí jednak záporná ZV (sériová, napěťová) a jednak je použito kompenzační metody - předpětí tranzistorů je dáno úbytkem napětí na diodách D_a a D_b (PN přechody).



a) Průběhy napětí. b) Principiální schéma.

Obr. 6.37: Dvojčinný emitorový sledovač pracující ve třídě B.



Obr. 6.38: Dvojčinný emitorový sledovač, pracující ve třídě B.
a) Skutečné zapojení.
b) Převodní charakteristiky pro tři různé teploty.

Účinnost dvojčinného zesilovače ve třídě B

Uvažujme ideální případ, kdy je vstupní napětí harmonické, tranzistory jsou střídavě otevírány přesně po dobu půlperiody a impulsy proudu mají tvar poloviny kosinusovky.

Označme I_2 amplitudu výstupního proudu a I_0 střední hodnotu tohoto proudu. Tato střední hodnota kosinového impulsu je v případě polovičního úhlu otevření π/2 rovna

$$I_0 = I_2/\pi \ .$$

Příkon, dodaný z obou baterií, je roven dvojnásobku příkonu jednoho zdroje (jedné baterie):

$$P_0 = 2\,U_n\,I_2/\pi \ . \qquad (6.18a)$$

Výkon dodaný do zátěže je

$$P_2 = \frac{U_2}{\sqrt{2}}\frac{I_2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}U_2 I_2 \qquad (6.18b)$$

a účinnost je

$$\eta = \frac{P_2}{P_0} = \frac{\frac{1}{2}U_2 I_2}{\frac{2\,U_n I_2}{\pi}} = \frac{\pi}{4}\frac{U_2}{U_n} \doteq 0{,}785\frac{U_2}{U_n} \,. \qquad (6.18c)$$

Z posledního vztahu je vidět, že s rostoucím vybuzením zesilovače roste i účinnost. V ideálním případě a při plném vybuzení dosahuje účinnost hodnoty 78,5 %. Této účinnosti ale nelze v praxi dosáhnout, protože vždy existují okamžiky, kdy proud teče oběma tranzistory. Na rozdíl od zesilovače ve třídě A, je-li zesilovač bez buzení (je-li vstupní signál nulový), v ideálním případě neodebírá ze zdrojů energii. Ve skutečném zapojení jistý proud teče, ale je, jak ukazuje obr. 6.37, relativně malý. Oproti zesilovači ve třídě A, který odebírá stále stejný příkon bez ohledu na výkon dodaný do zátěže, zesilovač ve třídě B odebírá příkon, úměrný amplitudě výstupního signálu.

6.7.3 Výkonové zesilovače ve třídě C

Účinnost ve třídě C

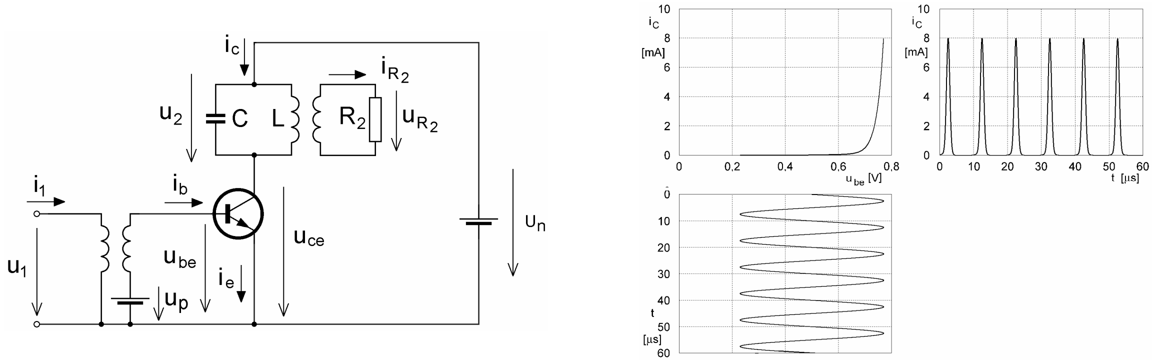
V případě rezonančního zesilovače je střídavý výkon dodán z tranzistoru do kmitavého okruhu a z něj pak do zátěže. V samotném kmitavém okruhu také dochází ke ztrátám. Za účinnost η budeme v tomto případě uvažovat podíl výkonu P_2, dodaného do kmitavého okruhu, k příkonu P_0 ze ss zdroje.

Při odvozování vztahu pro účinnost budeme opět uvažovat ideální tranzistor. Pak odpovídající převodní charakteristika $i_C = f(u_{be})$ bude na rozdíl od obr. 6.39b dána dvěma úsečkami a impulsy kolektorového proudu budou mít tvar kosinových impulsů s polovičním úhlem otevření θ a amplitudou I_{Max} (obr. 6.40). Rezonanční okruh, naladěný na kmitočet budícího signálu, vybere ze spektra pulsů kolektorového proudu první harmonickou složku o amplitudě I_2 a ta vytvoří na kmitavém okruhu napětí o amplitudě U_2 . Pro vyjádření vztahu mezi impulsem proudu a obsahem jeho stejnosměrné složky a první harmonické složky využijeme Schultzovy koeficienty (viz dodatek „Oříznutý harmonický signál a jeho spektrum“). Pak:

$$P_0 = U_N\ I_0 = U_N\ I_{Max}\,\alpha_0(\theta) = U_N\ I_{Max}\ \frac{\sin(\theta) - \theta\cos(\theta)}{\pi\,(1-\cos(\theta))} \ ,$$

a

$$P_2 = U_2\ I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{2}}\ \frac{I_{Max}\alpha_1(\theta)}{\sqrt{2}} = \frac{U_2\ I_{Max}}{2}\ \frac{\theta - \sin(\theta)\cos(\theta)}{\pi(1-\cos(\theta))}\ .$$



a) b)

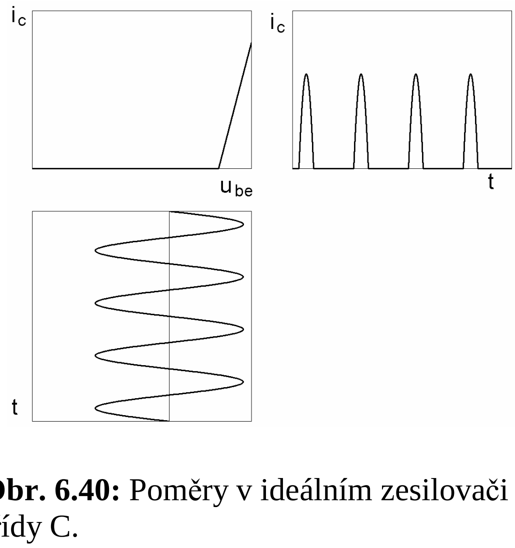
Obr. 6.39: Rezonanční zesilovač ve třídě C:
a) schéma,
b) průběh napětí mezi bází a emitorem, převodní charakteristika a průběh kolektorového proudu.

Po dosazení a úpravách dostáváme:

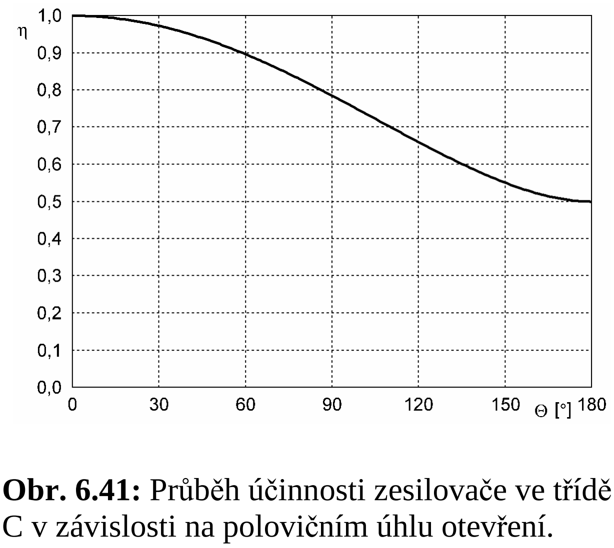
$$\eta = \frac{P_2}{P_0} = \frac{\frac{1}{2}U_2\ I_{Max}\alpha_1(\theta)}{U_n\ I_{Max}\alpha_0(\theta)} = \frac{1}{2}\frac{\alpha_1(\theta)}{\alpha_0(\theta)}\frac{U_2}{U_n} = \frac{1}{2}\frac{\theta - \sin(\theta)\cos(\theta)}{\sin(\theta) - \theta\cos(\theta)}\frac{U_2}{U_n} = \varepsilon(\Theta)\frac{U_2}{U_N}\ . \qquad (6.19a)$$

Budeme-li uvažovat úplné vybuzení zesilovače, pak amplituda výstupního napětí bude rovna napájecímu napětí a účinnost bude dána vztahem

$$\eta = \frac{1}{2}\frac{\theta - \sin(\theta)\cos(\theta)}{\sin(\theta) - \theta\cos(\theta)}\ . \qquad (6.19b)$$



Obr. 6.40: Poměry v ideálním zesilovači třídy C.



Obr. 6.41: Průběh účinnosti zesilovače ve třídě C v závislosti na polovičním úhlu otevření.

Průběh této závislosti je na obr. 6.41. Pro třídu A je poloviční úhel otevření 180° a v grafu tomu odpovídá hodnota η = 50 %. Pro třídu B je poloviční úhel otevření 90° a v grafu tomu odpovídá hodnota η = 78,5 %. Pro třídu C graf udává hodnotu vetší než 78,5 %.

Poznámka k účinnosti

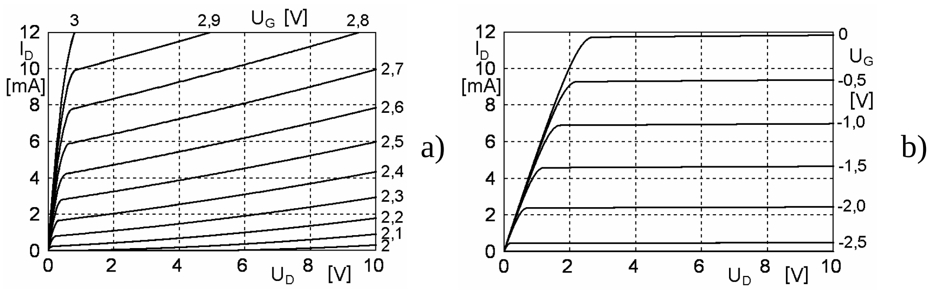
Je třeba zdůraznit, že vztahy 6.17b, c, 6.18.b a 6.19.b pro účinnost byly odvozeny pro ideální aktivní prvek a že v reálných případech nelze nikdy těchto hodnot dosáhnout.

6.8 Polem řízené tranzistory v zesilovačích

Cíle kapitoly:

- Poukázat na rozdíly v parametrech a charakteristikách bipolárních a unipolárních tranzistorů a z toho plynoucí rozdíly v aplikačních zásadách a zapojeních tranzistorových zesilovačů.
- Poukázat na nižší teplotní závislosti parametrů unipolárních tranzistorů oproti bipolárním.
- Uvést příkladů konkrétních obvodových řešení zesilovačů s aktivními prvky MOSFET a JFET.

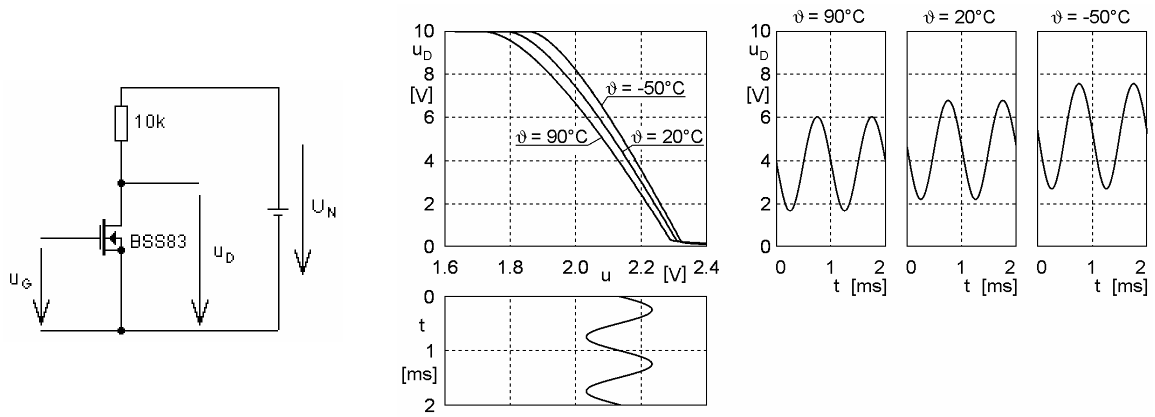
Jedním z rozdílů mezi bipolárními tranzistory a polem řízenými tranzistory je to, že bipolární tranzistory jsou řízeny proudem do báze, kdežto polem řízené tranzistory (FET - Field Effect Transistor) jsou řízeny napětím mezi řídící a zdrojovou elektrodou. Proto parametrem u sítě výstupních charakteristik bipolárních tranzistorů je proud do báze (např. obr. 6.19a nebo 6.36), kdežto u polem řízených tranzistorů je to napětí U_G mezi řídící a zdrojovou elektrodou (obr. 6.42).



Obr. 6.42: Příklad výstupní charakteristiky polem řízených tranzistorů.
a) BSS83 typu N MOS FET, b) 2N3822 typu N J FET.

Polem řízené tranzistory můžeme rozdělit do dvou základních druhů: s kanálem, vytvořeným elektrickým polem kovové elektrody (MOS FET - Metal Oxide Semiconductor, MIS FET - Metal Insulator Semiconductor), a s kanálem, vytvořeným pomocí PN přechodu (J FET - Junction Field Effect Transistor). Způsob vytvoření vodivého kanálu mezi sběrnou a zdrojovou elektrodou ovlivňuje i velikost řídícího napětí FETu. U tranzistorů s kanálem N typu MOS či MIS toto napětí bývá kladné, u tranzistorů s kanálem N typu J FET je záporné (u tranzistorů s kanálem typu P mají tato napětí opačnou polaritu).

Citlivost polem řízených tranzistorů na teplotu je oproti bipolárním tranzistorům menší, což můžeme ilustrovat srovnáním např. převodních charakteristik bipolárních tranzistorů (např. obr. 6.24) s charakteristikami polem řízených tranzistorů (obr. 6.43 a 6.44). U tranzistorů J FET je dokonce vliv teploty v širokém rozsahu, jak ilustruje obrázek 6.44, zanedbatelný.

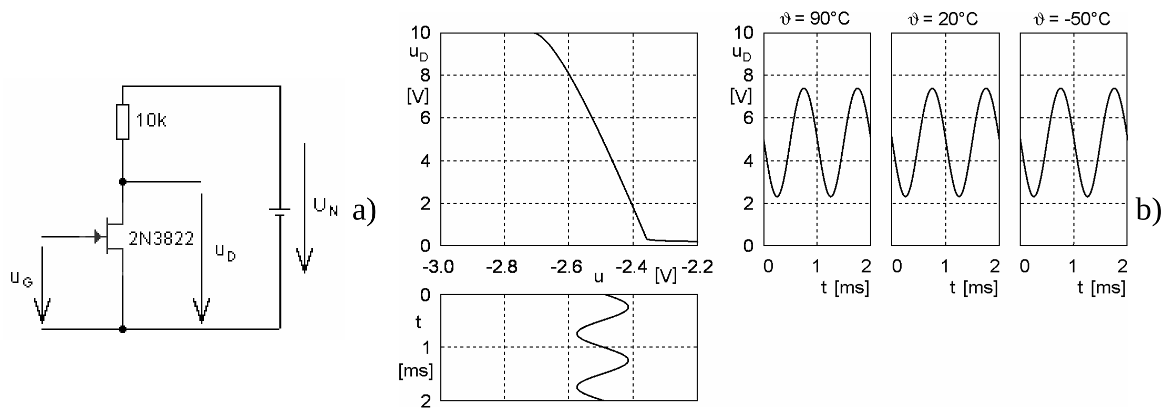


a) b)

Obr. 6.43: K vlastnostem polem řízených tranzistorů typu MOS.

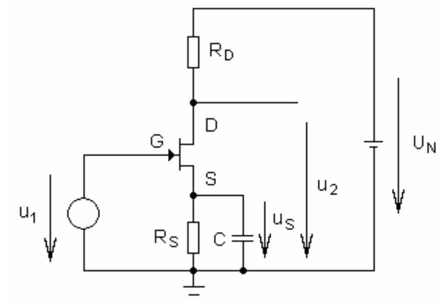
a) Zapojení zesilovače.
b) Dole - vstupní napětí u_G = +2.13 + 0,1 sin (2 π 1000 t) [V, s].
Vlevo nahoře - převodní charakteristiky pro tři různé teploty: 90°C, 20°C a -50°C.
Vpravo nahoře - výstupní napětí u_D zesilovače pro uvedené tři teploty.

Řídící elektroda polem řízeného tranzistoru je od zbývající části tranzistoru oddělena buď dielektrikem (MOS FET), nebo PN přechodem, polarizovaným v závěrném směru (J FET). Proto je vstupní impedance polem řízených tranzistorů dána impedancí kondenzátoru, tvořeného řídící elektrodou a tělem tranzistoru. To je v obr. 6.45 b) ilustrováno frekvenční závislostí fáze vstupní impedance zesilovače na kmitočtu. V pracovním kmitočtovém pásmu je tato fáze rovna 90°, vstupní impedance tranzistoru má čistě kapacitní charakter.

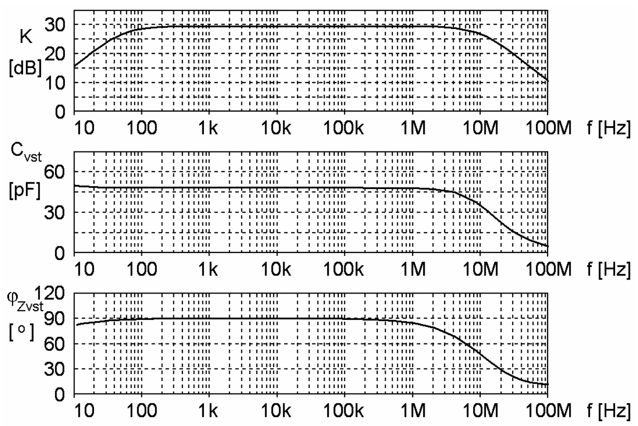


Obr. 6.44: K vlastnostem polem řízených tranzistorů typu J FET.

a) Zapojení zesilovače.
b) Dole - vstupní napětí u_G = -2.5 + 0,08 sin (2 π 1000 t) [V, s].
Vlevo nahoře - převodní charakteristiky pro tři různé teploty: 90°C, 20°C a -50°C.
Vpravo nahoře - Výstupní napětí u_D zesilovače pro uvedené tři teploty.



a)

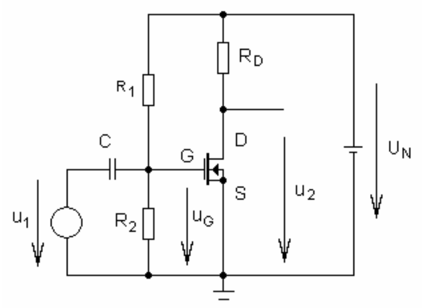


b)

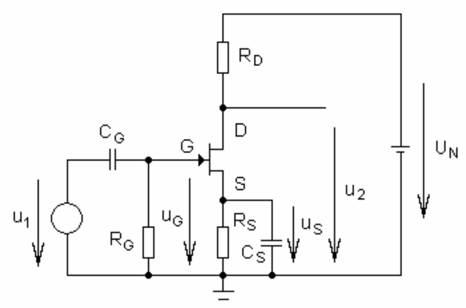
Obr. 6.45. Příklad zesilovače s tranzistorem typu JFET.

a) Zapojení zesilovače.
b) Kmitočtová charakteristika zesilovače, vstupní kapacita a fáze vstupní impedance.

Jak už jsme uvedli, je řídící veličinou polem řízených tranzistorů napětí mezi řídící a zdrojovou elektrodou. To má za následek i poněkud modifikovaný obvod pro nastavení polohy pracovního bodu. Na obr. 6.46 jsou uvedena možná zapojení pro tranzistory s kanálem typu N.



a)



b)

Obr. 6.46: Možné způsoby vytváření předpětí polem řízených tranzistorů.

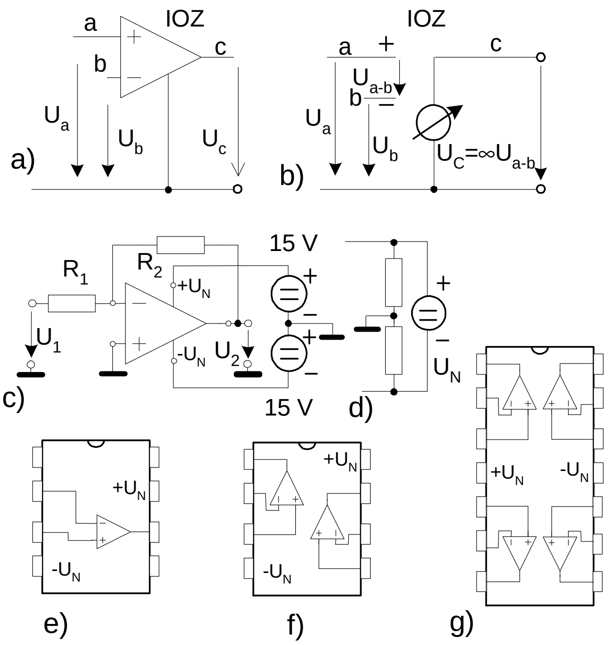
a) Vytvoření kladného předpětí pro MOS FET.
b) Vytvoření záporného předpětí pro J FET.

Pro tranzistor typu MOS lze získat předpětí odporovým děličem R_1 a R_2 (obr. 6.46a). Horní konec R_1 lze připojit ke sběrné elektrodě tranzistoru a zavést tak -ZV pro teplotní stabilizaci polohy pracovního bodu (viz obr. 6.29). Pro tranzistor typu J lze předpětí získat pomocí rezistoru R_S ve zdrojové elektrodě tranzistoru (obr. 6.46b). I u tohoto zapojení je zavedena -ZV, která zde však není využita k teplotní stabilizaci polohy pracovního bodu, protože tento typ tranzistoru s teplotou prakticky nemění své vlastnosti.

6.9 Operační (a další integrované) zesilovače

Cíle kapitoly:

- Vysvětlit princip fungování a základní vlastnosti ideálního operačního zesilovače.
- Objasnit, že integrovaný operační zesilovač je třeba napájet ze zdrojů stejnosměrných napětí, a ukázat způsoby tohoto napájení.
- Provést rozbor dynamických vlastností operačních zesilovačů, plynoucích z jeho lineárních i nelineárních charakteristik.
- Seznámit s šumovými vlastnostmi operačních zesilovačů.
- Poukázat na to, že v dnešní době existuje několik principiálně odlišných druhů operačních zesilovačů a dále zesilovače typu OTA a další.
- Seznámit s typickými lineárními aplikacemi operačních zesilovačů.



Obr. 6.47: a) IOZ, b) jeho model, c) zapojení symetrického napájecího napětí, d) úprava jednoduchého napájecího zdroje na symetrický, e,f,g) standardní zapojení IO s jedním, dvěma a čtyřmi OZ.

Operační zesilovače (OZ) jsou dnes nejpoužívanější skupinou zesilovačů (lze odhadovat asi 95%). Historie jejich vzniku se obvykle datuje od roku 1947 a je spjatá s vývojem analogových počítačů v padesátých a šedesátých letech, kdy byly vyvíjeny co neideálnější diskrétně realizované (elektronky a pak tranzistory) a později integrované zesilovače, umožňující jednoduché modelování základních analogových funkcí (sumace, diference, integrál, derivace apod.). S vývojem integrace OZ se ukázalo ekonomičtější použít tyto relativně předimenzované zesilovače namísto jedno či vícestupňových diskrétně realizovaných tranzistorových zesilovačů i v běžných aplikacích, a tak OZ přetrval, i když éra analogových počítačů víceméně skončila. To umožňovala jejich rapidně klesající cena s vývojem integrované technologie. Pro praxi byla výhodná i zvyšující se kvalita, univerzálnost a jednoduchost použití. Zde lze hledat analogii s nasazením mikroprocesorů, kdy se ukázalo ekonomicky i provozně výhodnější použít relativně složitý mikroprocesor namísto jednodušších logických obvodů, realizovaných skládáním základních diskrétních logických prvků.

6.9.1 Ideální OZ, reálný OZ a jeho základní vlastnosti

Pro vysvětlení funkce OZ je vhodné zavést pojem ideálního operačního zesilovače (IOZ). Schématická značka a základní model IOZ jsou uvedeny na obr. 6.47 a), b). Podstata funkce spočívá v nekonečném zesílení rozdílového napětí $U_{a\text{-}b}$, které vede při použití záporné zpětné vazby z výstupního řízeného zdroje napětí na vstup k podmínce nulové hodnoty rozdílového napětí $U_{a\text{-}b}$. Výhodou tohoto modelu skutečného OZ je jeho názornost a jednoduchost, přičemž pokud nevyžadujeme použití OZ pro vysoké hodnoty kmitočtů či zesílení, je použití tohoto jednoduchého modelu velmi přesné. Proto je daný model v praxi dosti využíván.

Napájení

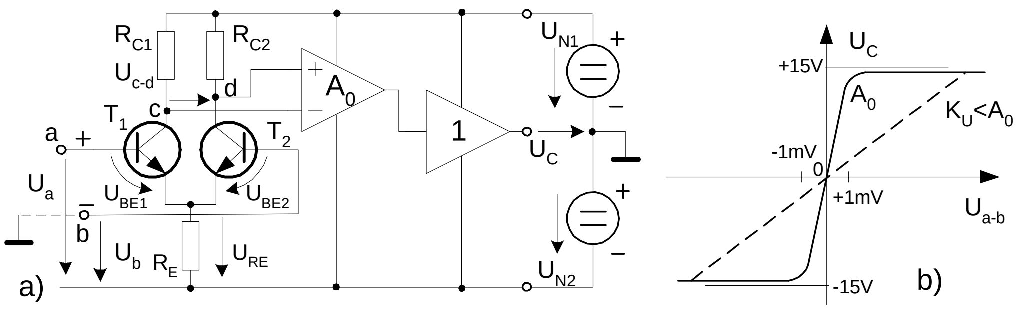
Pro praktické použití OZ je nutné uvažovat i napájecí obvody, jak je to ukázáno na obr. 6.46 c). Zde je zřejmé jednak nejčastěji používané symetrické napájení (obvykle ± 15 V, OZ s vysokým GBW ±5 V, někdy jen +5 V či nižší), a dále skutečnost, že symbolicky vyjádřený výstupní řízený zdroj napětí z obr. 6.47 b) nemá přímo vyvedenou zemnící svorku, ale funguje, jako by byl připojen k zemní svorce, tvořené středem napájecích zdrojů. V případě, že máme k dispozici pouze jeden napájecí zdroj (např. v autě), je možné získat potřebné symetrické napájení OZ vytvořením umělého středu napájení (umělé země) některou z běžných metod, počínaje odporovým děličem (viz obr. 6.46 d), přes použití různých variant stabilizátorů, apod. Důležitý je dostatečně malý vnitřní odpor takto vytvořených zdrojů s ohledem na zatěžovací proudy, odebírané zesilovačem. Dále je nutno si uvědomit, že signálová zem je vztažena k uměle vytvořenému středu napájení a nikoliv ke skutečné zemi napájecího zdroje (např. při použití v autě). Proto se čím dál tím více prosazuje vytvoření druhé napájecí větve nějakým vhodným integrovaným měničem DC-DC, čímž odpadnou problémy rozdílů mezi signálovou a zdrojovou zemí. Též je nutno podotknout, že hodnoty napájecích napětí nemusí být zcela shodné, protože symetrie napájení není nutnou podmínkou funkce. Je ale pravda, že se některé reálné vlastnosti v tomto případě částečně zhoršují.

S uvedeným jednoduchým modelem IOZ vystačíme jen pro nenáročná použití. Se stoupajícími požadavky na hodnoty zesílení, kmitočtového pásma apod. se začínají výrazněji projevovat reálné vlastnosti OZ, takže pro rozbor těchto vlastností potřebujeme podrobnější a přesnější modely skutečného a značně složitého zapojení OZ, vytvořeného z řádově desítek tranzistorů.

Stejnosměrné vlastnosti, ofset, drift

Pro **pochopení stejnosměrné funkce OZ** lze použít zjednodušené schéma z obr. 6.47 a). Vstup OZ je tvořen některou z variant tzv. diferenčního zesilovače z tranzistorů T_1 a T_2. Jeho funkci si lze představit jako dvojramenné váhy. V případě, že napětí U_a a U_b obou bází jsou shodná, jsou při shodných vlastnostech obou tranzistorů shodné i kolektorové proudy a rozdílové napětí $U_{c\text{-}d}$ je také nulové (váhy jsou v rovnováze). V případě, že se např. napětí U_a zvýší, vede to ke zvýšení hodnoty U_{BE1} a tím i I_{C1}. Zvýšení I_{C1} a tím i emitorového proudu vede ke zvýšení napětí na rezistoru R_E (R_E je zjednodušení, ve skutečnosti jde o zdroj proudu), které působí jako záporná zpětná vazba, snižující hodnotu U_{BE1}. Tím se ale sníží i hodnota U_{BE2}, což naopak vede k uzavírání tranzistoru T_2 a snižování I_{C2} (jako druhé rameno vah). Zvýšení I_{C1} a snížení I_{C2} vyvolá na rezistorech R_{C1} a R_{C2} rozdílové napětí $U_{c\text{-}d}$, jehož hodnota je zesílená vzhledem k hodnotě $U_{a\text{-}b}$. Při praktickém použití pak lze připojit jednu bázi k signálové zemi a zesilovač tak funguje jako stejnosměrný s možností kladného i záporného vstupního napětí.

Protože pro stejnosměrný režim a nízké kmitočty lze chápat OZ jako nesetrvačný obvod, definuje jeho přenosové vlastnosti **převodní charakteristika,** viz obr. 6.48 b). Plnou čarou je naznačena převodní charakteristika OZ s plným zesílením bez záporné zpětné vazby. Lze z ní spočítat hodnotu konečného zesílení A_0 pro OZ bez zpětné vazby (zde cca 10 000, tj. 80 dB). Dále jsou zřejmé nelinearita a hodnoty saturačního napětí. Při zapojení záporné zpětné vazby klesne zesílení, sníží se tak adekvátně strmost převodní charakteristiky (čárkovaně) a zvýší se linearita charakteristiky, protože ji více určují lineární rezistory než nelineární zesilovač (viz dále). Případný ofset (bude rovněž vysvětleno později) se projevuje posunem charakteristiky v ose $U_{a\text{-}b}$ o hodnotu tohoto ofsetu.



Obr. 6.48: a) Stejnosměrný model OZ se vstupním diferenčním zesilovačem, b) převodní charakteristika pro přenos A_0 a nižší zesílení.

V porovnání s klasickým jednostupňovým zesilovačem, který neumožňuje stejnosměrné zesílení s ohledem na vliv prahového napětí U_{BE} diody báze-emitor (cca 0,6 V), je toho dosaženo u diferenčního zesilovače tím, že se obě napětí U_{BE1} a U_{BE2} vzájemně kompenzují. Důležitým předpokladem je shodnost vlastností diod BE obou tranzistorů. Proto se tento problém často označuje jako napěťová (a proudová) nesymetrie vstupů. Protože shodnost obou přechodů BE nebude nikdy absolutní, projevuje se rozdíl obou napětí jako chybové napětí, označované jako **napěťový ofset.** To se po průchodu zesilovačem s odpovídajícím zesílením projeví jako stejnosměrná chyba výstupního napětí. Běžná velikost ofsetového napětí je asi 1 mV, takže je zřejmé, že je problematické použít OZ jako stejnosměrný zesilovač se zesílením víc než 100, aby výsledná chyba nepřekročila přijatelnou mez. Potřebujeme-li vyšší stejnosměrné zesílení, musíme použít speciální OZ s malým ofsetem (cca 10 μV), nebo speciální zapojení OZ se spínači, které tento ofset dokáže kompenzovat.

Chybové napětí na výstupu je kromě rozdílných napěťových vlastností vstupních tranzistorů způsobeno i klidovými proudy do jejich bází. Tyto stejnosměrné proudy vyvolávají na rezistorech, připojených k bázím, dodatečná stejnosměrná napětí, která nemusí být shodná a nedochází tak k jejich úplné kompenzaci. Tato neshodnost může být způsobena rozdílem hodnot odporů a rozdílem proudu obou bází. Tomuto efektu se říká **proudový ofset**. Celkové chybové napětí na výstupu je pak dáno součtem těchto dvou efektů.

Model OZ s náhradními zdroji napěťového (U_O) a proudových ofsetů (I_{O+} a I_{O-}) je ukázán pro invertující zesilovač (obr. 6.49 a), kde je použit pomocný kompenzační rezistor R_3 (obvykle je kladný vstup přímo uzemněn, z hlediska střídavého zesílení nemá rezistor R_3 vliv). Do odporu rezistoru R_1 lze zahrnout vnitřní odpor zdroje. Je zřejmé, že toto zapojení není vhodné pro zdroje signálu s velkým vnitřním odporem. Poněkud komplikované řešení lze zjednodušit přepočtem proudových zdrojů na napěťové (U_{IO+} a U_{IO-}, viz obr 6.49 b) podle vztahů

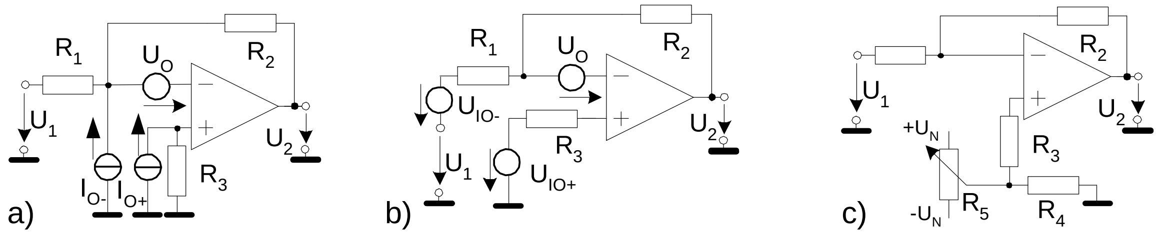
$$U_{IO+} = I_{O+}R_3\,, \qquad (6.20)$$

$$U_{IO-} = I_{O-}R_1\,. \qquad (6.21)$$

Výsledné chybové napětí pak lze vyjádřit rovnicí

$$U_2 = \left(U_O + U_{IO+}\right)\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) - U_{IO-}\frac{R_2}{R_1} = U_O\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) + I_{O+}R_3\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) - I_{O-}R_2\,, \qquad (6.22)$$

kde je zřejmá možnost kompenzace proudových ofsetů volbou hodnoty pomocného odporu $R_3 = R_1//R_2$. Pro velké zesílení, kdy se problém ofsetu prakticky projevuje, lze podmínku zjednodušit bez velké chyby na volbu $R_3=R_1$. Je nutno podotknout, že v případě malého zesílení, malé hodnoty proudového ofsetu či střídavého zesilovače, kdy není potřeba kompenzace proudového ofsetu, je použití odporu R_3 zbytečné a nahrazuje se zkratem. Dále je zřejmé, že prakticky stejné řešení má i neinvertující zesilovač, když jeho zdroj vstupního napětí (U_1 na obr. 6.49 b) je nutno přesunout do větve v kladném vstupu. V tom případě můžeme ztotožnit R_3 s vnitřním odporem zdroje U_1.



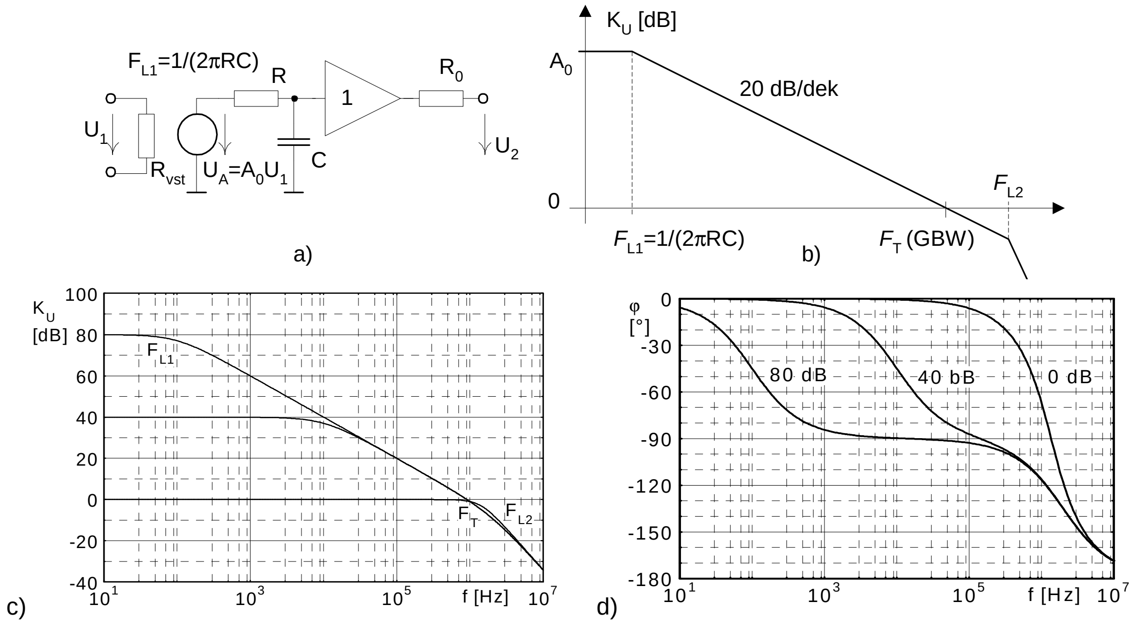
Obr. 6.49: Ofset invertujícího zesilovače: a) model s napěťovým a proudovými zdroji ofsetu, b) model s přepočtenými proudovými zdroji na napěťové, c) možný způsob kompenzace celkového ofsetu.

Z hlediska **návrhu zesilovače s minimalizací ofsetu** je třeba rozlišovat rozdílné vlastnosti vstupního diferenčního zesilovače, realizovaného z bipolárních nebo unipolárních tranzistorů. V případě OZ s unipolárními tranzistory je proudový ofset minimální (cca 1-10 fA), takže se neprojeví ani při použití zdrojů signálu s velkým vnitřním odporem (či rezistorů připojených ke vstupu OZ). Např. při odporu zdroje 1MΩ dostaneme proudový ofset menší, kolem 10^{-8} V. Toto řešení přináší ale vyšší napěťový ofset U_O než u bipolárních diferenčních zesilovačů (cca 5x až 10x). Oproti tomu bipolární vstup OZ má nižší napěťový ofset, ale mnohonásobně vyšší ofsetový proud (cca 1-10 nA). Proto při použití rezistorů s vysokými odpory, připojených ke vstupům OZ, se vytváří větší napěťová chyba než u unipolárních vstupů. Např. při použití odporu zdroje 1 MΩ je vzniklý ofset až 10 mV. Potřebujeme-li stejnosměrný zesilovač s minimálním ofsetem, je nutno znát především vnitřní odpor zdroje signálu (např. R_3 pro neinvertující zesilovač). Je-li vysoký (řádově nad 10 kΩ či 100 kΩ), je výhodnější použít OZ s unipolárním vstupem. Pro menší odpory je výhodnější bipolární OZ, protože vliv proudového ofsetu je nižší než vliv napěťového. Dále je vhodné proudové ofsety do značné míry kompenzovat vhodnou volbou rezistorů ve smyslu diskuse vztahu (6.22).

Napěťový (případně celkový) ofset pak lze kompenzovat také, a to zařazením kompenzačního napětí do vstupního obvodu. Jedna z možných variant je vytvoření kompenzačního napětí ze zdroje napájení přes proměnný dělič s velkým dělícím poměrem (z V na mV), jak je to ukázáno na obr. 6.49 c). Výhodnější interní kompenzace ofsetu umožňují některé OZ s vyvedenými příslušnými svorkami a doporučeným zapojením dostavovacího trimru. Tyto kompenzace nejsou absolutní, protože hodnota ofsetu je závislá i na změně teploty (teplotní závislost ofsetu je vyjadřována jako **drift**), popř. na změně odporů vstupu obvodu (např. při přepínání zesílení).

Střídavé kmitočtové vlastnosti

Pro objasnění střídavých vlastností v kmitočtové oblasti je vhodné použít zjednodušený lineární model na obr. 6.50 a). Tento model vyjadřuje jednak konečný vstupní odpor R_{VST}, konečnou hodnotu zesílení A_0 a dále dominantní RC člen s mezním kmitočtem F_{L1} (obr. 6.50 b), způsobující pokles zesílení s kmitočtem se strmostí kmitočtové charakteristiky 20 dB na dekádu. Protože hodnota F_{L1} závisí i na hodnotě A_0, je vhodnější tento vliv vyjadřovat hodnotou tranzitního kmitočtu F_T (anglicky obvykle GBW), což je maximální kmitočet pro jedničkový přenos (0 dB). Z této hodnoty snadno odvodíme maximální zisk pro požadovanou šířku pásma či naopak, protože každá dekáda kmitočtového rozsahu snižuje zisk 10x (20 dB), viz obr. 6.50 c). Pokud nemáme OZ, který by měl dostatečné zesílení pro námi požadované kmitočtové pásmo, je nutné použít dva zesilovače s OZ v kaskádě. Charakteristika výsledného zesilovače pak bude klesat se strmostí 40dB na dekádu.



Obr. 6.50: a) Střídavý model OZ, b) modulová kmitočtová charakteristika pro přenos A_0, c,d) modulová a fázová charakteristika pro přenosy 80, 40 a 0 dB po aplikaci záporné zpětné vazby – viz obr. 6.56 a).

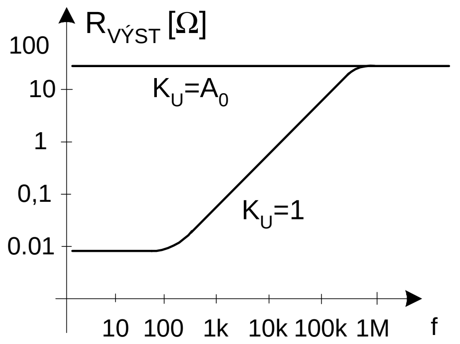
Příklad 6.1: *Návrh zesilovače s daným ziskem a mezním kmitočtem*

Navrhněte realizaci zesilovače se zesílením 60 dB s mezním kmitočtem 100 kHz pomocí OZ s tranzitním kmitočtem F_T=10 MHz.

☑ ***Řešení*:**

Protože každé snížení kmitočtu od F_T o dekádu přidá zesílení 20 dB, jednoduše pro tento OZ vypočteme, že pro 100 kHz lze dosáhnout zesílení 40 dB, což je nedostačující. Proto použijeme dva zesilovače v kaskádě, každý se zesílením 30 dB. Tím každý z nich bude mít šířku pásma asi o půl dekády vyšší (cca 300 kHz) a celý zesilovač o něco nižší vzhledem k tomu, že útlum 3 dB na mezním kmitočtu každého dílčího zesilovače se sčítá a pro 300 kHz to bude 6 dB. Tento výpočet lze samozřejmě provést přesněji, ale orientační řešení je většinou dostačující.

■

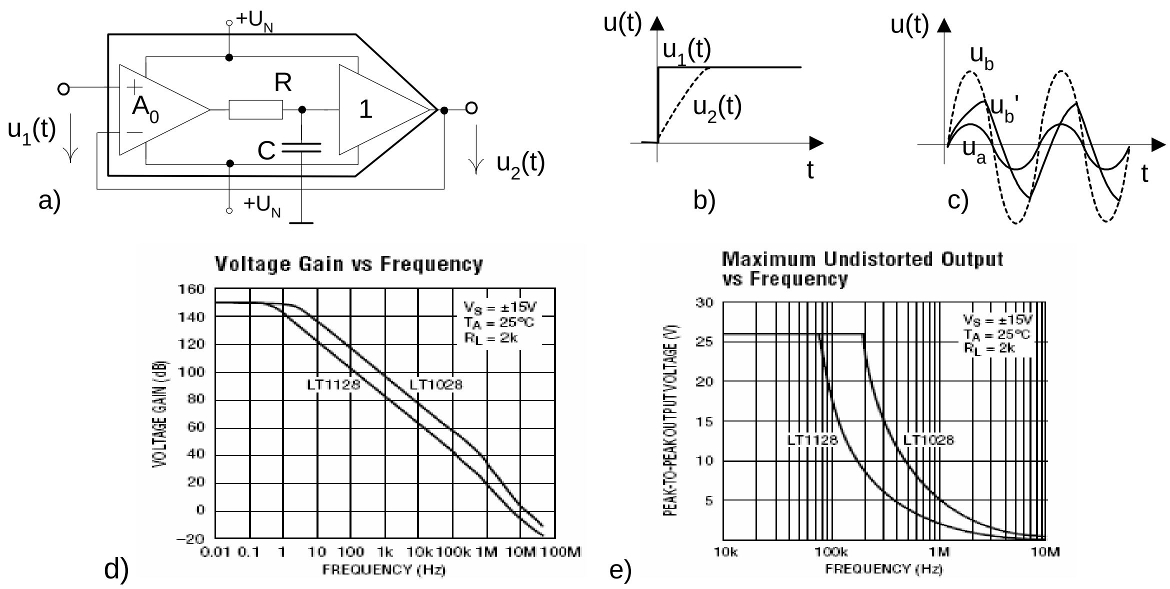


Obr. 6.51: Závislost výstupního odporu na kmitočtu při silné záporné zpětné vazbě.

OZ obsahuje samozřejmě více parazitních kapacit, ale jejich vliv je (díky někdy i záměrně větší hodnotě kapacity dominantního RC členu) více či méně potlačen. Prakticky lze obvykle pozorovat pouze mírný vliv druhé kapacity, označovaný jako tzv. druhý lom s mezní hodnotou F_{L2} (obr. 6.50 b). Ten nemá vliv na praktické přenosové vlastnosti, protože je až za tranzitním kmitočtem. Může však vlivem dalšího posuvu fáze způsobovat nestabilitu v okolí tranzitního kmitočtu.

Pokles zesílení s kmitočtem ovlivňuje samozřejmě i další vlastnosti závislé na zesílení. Jedním z nich je i výstupní odpor. Ten je v oblasti nízkých kmitočtů a malého zesílení díky záporné zpětné vazbě velice malý, prakticky nulový. Ovšem se vzrůstajícím kmitočtem a poklesem zesílení klesá i vliv zpětné vazby a výstupní odpor stoupá až na základní hodnotu R_O v zapojení bez zpětné vazby, viz obr. 6.51 a střídavé náhradní schéma na obr. 6.50 a).

Dosud jsme se zabývali lineárními kmitočtovými vlastnostmi, ale je potřebné se zmínit i o nelineárních. Pro tento rozbor je vhodné použít jednotkový zesilovač s modelem OZ podle obr. 6.52 a). Jde o modifikaci modelu z obr. 6.50 a), kde je uvažována limitace výstupního napětí vstupního zesilovače hodnotou napájecího napětí. Hlavním problémem je rychlost reakce výstupu na rychlou změnu vstupního signálu, např. na jednotkový skok (obr. 6.52 a). Ideální jednotkový zesilovač by měl mít na výstupu shodný signál jako na vstupu. Reálný zesilovač ale musí nabíjet kapacitor C. Funkce záporné zpětné vazby by nutila zvyšovat výstupní napětí vstupního zesilovače až na nekonečnou hodnotu, aby se kapacitor nabil skokově. Protože je však výstupní napětí omezeno napájecím, nabíjení kapacitoru trvá konečnou dobu, po kterou je vstupní zesilovač zasaturován a pracuje v nelineárním režimu.



Obr. 6.52: Rychlost přeběhu: a) střídavý nelineární model OZ pro jednotkové zesílení, b) odezva na jednotkový skok, c) odezva na malý a velký harmonický signál, d) kmitočtová charakteristika pro malé signály, e) kmitočtová závislost omezení velkých signálů vzhledem k rychlosti přeběhu (LT 1028 [I11]).

Rychlost nabíjení kapacitoru a tím i maximální rychlost změny výstupního napětí $\Delta u_2/\Delta t$ se obvykle vyjadřuje jako **rychlost přeběhu** (Slew Rate - SR) a vyjadřuje se v praktických jednotkách V/μs. Je zjevné, že rychlost přeběhu úzce souvisí s hodnotou tranzitního kmitočtu. Dále je běžné, že rychlosti přeběhu v kladném a záporném směru nejsou zcela shodné. Též je zajímavý téměř lineární průběh výstupního signálu při saturaci vstupního zesilovače, kdy se obvody nabíjející kapacitor chovají spíše jako zdroje proudu než jako zdroje napětí.

Praktický dopad, kdy obdélníkový signál bude OZ přenášet jako lichoběžníkový s konečnou dobou náběžných hran, je poměrně známý. Méně často si uživatelé uvědomují, že tento efekt se projevuje i pro pomaleji se měnící signály (např. harmonický signál), pokud rychlost změny tohoto signálu na výstupu OZ překročí danou rychlost přeběhu, jak je to znázorněno na obr. 6.52 c). Tento efekt je obvykle v katalogových listech vyjádřen závislostí maximálního rozkmitu harmonického signálu na kmitočtu, kde plný rozkmit výstupního signálu je omezen kmitočtem cca 10x-100x nižším než je tranzitní kmitočet F_T. To dokumentuje obr. 5.51 d, e) pro OZ typu LT1028 a LT1128, kdy pro tranzitní kmitočty cca 5 MHz, resp. 10 MHz jsou maximální kmitočty s rozkmitem, nelimitovaným rychlostí přeběhu, asi 70 kHz a 200 kHz.

Nelineární zkreslení OZ

Dříve uvedené poznatky o zkreslení plně platí i pro OZ. Lze říci, že klasická **statická nelineární zkreslení OZ** (harmonické, intermodulační) jsou díky používané záporné zpětné vazbě velice nízká (u speciálních OZ i méně než 100 dB). Na druhou stranu je třeba si uvědomit kmitočtovou závislost těchto zkreslení, kdy zhruba od 10 kHz jejich hodnota narůstá vzhledem k poklesu kmitočtově závislé rezervy zesílení. Pro speciální OZ s vysokou hodnotou F_T se tato hranice posouvá až k 1 MHz.

Trochu odlišná situace je u tzv. **dynamických zkreslení** (označovaná např. TIM), způsobených saturací v době překročení **rychlosti přeběhu**, viz obr. 6.52 b,c). V této době efekt záporné zpětné vazby přestává fungovat a zkreslení rapidně narůstá. Z tohoto hlediska je potřeba použít zesilovače s vysokou rychlostí přeběhu. Jednoduchým řešením je omezení maximální rychlosti vstupního signálu pomocí RC dolní propusti 1. řádu tak, aby mezní kmitočet jen mírně překračoval potřebnou maximální šířku přenášeného pásma (u akustického pásma např. asi 30- 40 kHz).

Šumové vlastnosti OZ

Pokud potřebujeme vyšší zesílení, stává se limitujícím faktorem dynamického rozsahu šum OZ (analogicky jako pro stejnosměrný režim ofset). Vysvětlení šumových poměrů a minimalizace šumu je poměrně složitý problém, protože do něho vstupuje hodně faktorů a lze k němu přistupovat různými způsoby. Nejprve je vhodné si uvést základní vztah pro tepelný šum rezistoru:

$$U_n = \sqrt{4kTBR} = 1{,}26 \,.\, 10^{-10}\sqrt{RB} = e_{fn}\sqrt{B}\,. \tag{6.23}$$

Z něj je zřejmé, že šum je určen hodnotou absolutní teploty T, odporu R a šířky pásma B a Boltzmannovou konstantou k. Pro eliminaci jednoho faktoru, šířky pásma B, se vyjadřuje kmitočtově normovaná velikost šumu - **napěťová spektrální hustota** e_n jako $U_n / \sqrt{B}$ v jednotkách V/√Hz či spíše nV/√Hz, což je šum pro šířku pásma 1 Hz. Z ní pak snadno vypočítáme šum pro požadovanou šířku pásma. V případě kmitočtové závislosti šumu pak používáme s výhodou kmitočtovou závislost spektrální hustoty, jak bude ukázáno dále. Je zajímavé, že pro konstantní teplotu (např. 20°C) přímo koresponduje hodnota spektrální napěťové hustoty hodnotě šumu odporu, kterou lze vypočítat vztahem $1{,}26\text{x}10^{-10}\sqrt{R}$. Proto se v některých případech namísto šumové spektrální hustoty OZ používá hodnota odporu s ekvivalentním šumem, viz též obr. 6.54.

Šumový model OZ je ukázán na obr. 6.53. Zde je použito ekvivalentní vyjádření šumu U_{ne} na vstupu OZ. Tím se vyloučí další proměnná ovlivňující šum – a to napěťové zesílení. Výsledný šum pak na výstupu U_{nOUT} získáme prostým vynásobením ekvivalentního vstupního šumu a zesílení. Jak je z obr. 6.53 zřejmé, vstupní ekvivalentní šum OZ je tvořen součtem šumu z různých zdrojů. Jsou to **napěťový šum** U_n, **proudové šumy** I_{n+}, I_{n-} (analogické ke zdrojům ofsetu, viz obr. 6.53 a) a dále tepelné šumy všech připojených rezistorů. Výsledný šum lze vyjádřit vztahem

$$U_{nOUT} = AU_{ne} = A\sqrt{U_n^2 + U_{In+}^2 + U_{In-}^2 + U_{nR1}^2 + U_{nR2}^2 / A^2 + U_{nR3}^2}\ . \tag{6.24}$$

Tepelný šum rezistorů R_1 - R_3 odpovídá vztahu (6.23). Proudové zdroje šumu lze vyjádřit jako napěťové obdobně jako u ofsetu podle rovnic

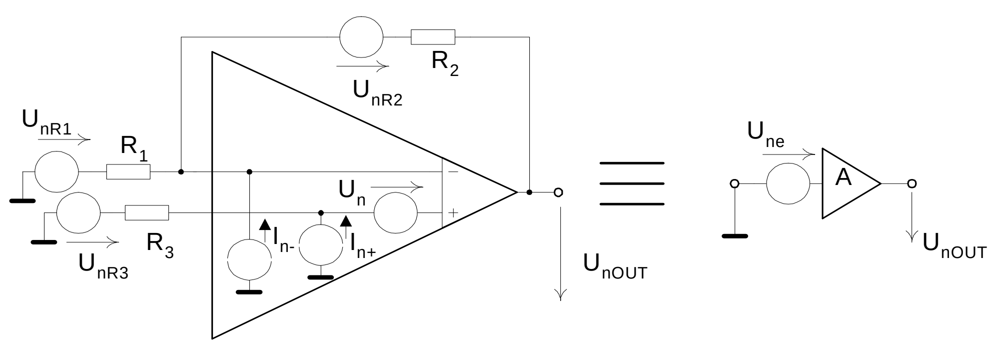
$$U_{In+} = I_{n+}R_3, \qquad U_{In-} = I_{n-}(R_1 // R_2)\,. \tag{6.25}$$

Velmi důležitým faktorem pro velikost šumu je velikost vnitřního odporu zdroje signálu (např. R_3 pro neinvertující zesilovač) popř. velikost dalších odporů na vstupu (R_1, R_2). Ze vztahu (6.25) vyplývá závislost

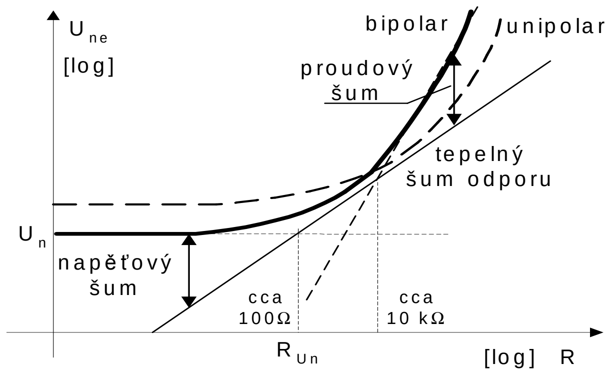
$$U_{ne} \approx \sqrt{(I_{n\pm}R)^2 + 4kTBR}\ , \tag{6.26}$$

kdy ekvivalentní vstupní šum závisí u proudového šumu přímo na hodnotě odporu těchto rezistorů, kdežto tepelný šum roste jen s odmocninou jejich hodnoty:

$$\text{tepelný šum - } U_{ne} \approx \sqrt{R} \qquad \text{proudový šum - } U_{ne} \approx R \qquad (U_{ne} \approx Z\ !!!) \tag{6.27}$$



Obr. 6.53: Šumový model OZ s napěťovým a proudovými zdroji šumu (*U*n, *I*n+, *I*n-).



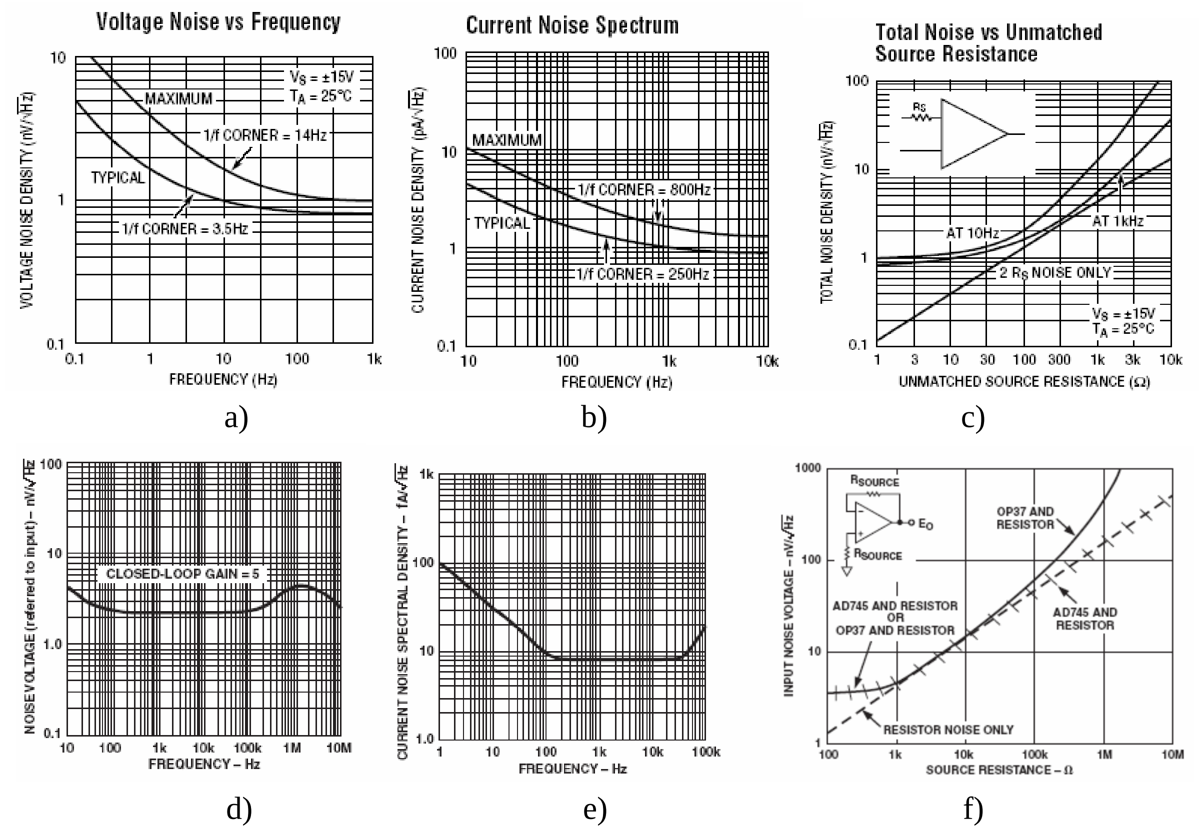
Obr. 6.54: Závislost ekvivalentního šumu na hodnotě odporu zdroje signálu.

Dále je nutno poukázat na použití zdroje signálu s komplexní vnitřní impedancí. Je známo, že kapacitní, resp. induktivní složky této impedance neprodukují tepelný šum. Je ale důležité, že vliv proudového šumu vzrůstá úměrně modulu impedance, takže např. i kapacita některých senzorů (nebo zdrojů signálu s kapacitně oddělenou stejnosměrnou složkou) může zvyšovat pro určité kmitočtové pásmo šum! Efekty vztahů (6.26) s (6.27) názorně ukazují závislost ekvivalentního šumu na hodnotě *R*, viz obr. 6.53. Zde je závislost tepelného šumu samotného odporu podle (6.26) a dále závislosti ekvivalentního šumu pro unipolární a bipolární vstup OZ. Z nich je zřejmé, že pro nízké hodnoty odporu zdroje přidává OZ k tepelnému šumu zdroje převážně napěťový šum, kdežto pro vysoké hodnoty odporu zdroje převažuje lineární nárůst vlivu proudového šumu (6.27). Je zřejmé, že pro nízké hodnoty *R* je výhodné použití OZ s bipolárním vstupem, kdežto pro vysoké hodnoty odporu přidává méně šumu unipolární vstup. V oblasti středních hodnot *R* (cca 10 kΩ) je přidaný šum OZ minimální. Míru přidaného šumu vyjadřuje tzv. **šumové číslo zesilovače** jako poměr celkového ekvivalentního šumu k tepelnému šumu zdroje signálu. Je ale zřejmé, že jeho hodnota je proměnná v závislosti na více faktorech, jako jsou odpor zdroje, kmitočet apod.

Rozbor šumových vlastností je potřebné doplnit také o **kmitočtové závislosti šumových spektrálních hustot.** Ty jsou ukázány na obr. 6.55 pro příklady typických nízkošumových bipolárních a unipolárních OZ – LT1028 a AD745 [I11], [I15]. Na nich je vidět základní vlastnost těchto průběhů, relativně konstantní průběh (bílý šum) pro střední kmitočty a nárůst šumu přibližně se směrnicí 1/f pro nízké kmitočty (blikavý šum). Z tohoto hlediska lze ofset považovat za limitní případ šumu pro nulový kmitočet. U vysokých kmitočtů může u některých OZ dojít k mírnému zvýšení šumu, jako je tomu u AD 747 (obr. 6.55 d). Je též vhodné porovnat hodnoty proudových a napěťových šumů pro oba typy OZ (unipolární a bipolární). Na obr. 6.55 f) výrobce přímo porovnává unipolární AD725 s bipolárním OP37 a ukazuje, že vzhledem k extrémně malému šumovému proudu (cca 10 fA) je nárůst šumu pro vysoké hodnoty odporu prakticky zanedbatelný.

Pro **návrh zesilovače s OZ s ohledem na minimalizaci šumu** lze vyjít z podobných zásad jako při minimalizaci ofsetu. Jako výchozí údaj je nutné vzít vnitřní odpor (nebo i komplexní impedanci!) zdroje signálu. V souladu s diskusí k obr. 6.54 volíme nízkošumový OZ s unipolárním či bipolárním vstupem. Volba dalších odporů (na obr. 6.53 např. R_1 a R_2, pokud R_3 je odpor zdroje signálu) vede na pokud možno nižší hodnotu R_1 než R_3 pro minimalizaci jejich tepelného šumu a případného proudového šumu. Evidentní je, že nelze provést kompenzaci proudového šumu jako u proudového ofsetu vzhledem k náhodnému charakteru šumových signálů.

Výsledný šum pak lze orientačně spočítat následovně. Ze součtu ekvivalentních šumových zdrojů na vstupu podle (6.25) (a to obvykle v normované hodnotě spektrálních hustot) vyjádříme ekvivalentní spektrální hustotu na vstupu a tu vynásobíme zesílením a odmocninou šířky propustného pásma. Pro nízké kmitočty, kde nelze považovat spektrální hustotu za konstantní, je nutno nahradit prostý součin spektrální hustoty a kmitočtu integrací či zjednodušeným výpočtem odpovídající plochy. To má praktický význam jen pro nízkofrekvenční zesilovače s malou šířkou pásma (cca do 1 kHz), protože při větší šířce pásma je příspěvek z nekonstantní části spektrální hustoty k celému šumu zanedbatelný.



Obr. 6.55: Napěťové a proudové spektrální šumové hustoty a závislosti ekvivalentního šumu na odporu pro bipolární OZ (LT1028 a-c) a unipolární OZ (AD745 d-e).

<u>Poznámka</u>: *Je nutno rozlišovat běžnou šířku pásma pro přenos signálu a ekvivalentní* ***šumovou šířku pásma****. Ta odpovídá šířce ideální DP, která přenese stejnou energii šumu. To přináší určité zvýšení šířky v porovnání se signálovou šířkou především pro filtr* 1. *řádu (asi* 1,5*x). U filtrů vyšších řádů je již tento rozdíl minimální (pro* 2. *řád asi* 1,1*x, pro* 3. *řád* 1,05*x).*

Příklad 6.2: *Návrh zesilovače s minimálním šumem*

Navrhněte neinvertující zesilovač (podle zapojení na obr. 6.56) se zesílením 40 dB a šířkou pásma 100 kHz s minimálním šumem pro zdroj signálu v jedné variantě s $R_i = 10\ \Omega$ a v druhé s $R_i = 1\ \mathrm{M\Omega}$. Vypočtěte výsledný dynamický rozsah těchto zesilovačů.

☑ ***Řešení****:*

Pro $R_i = 10\ \Omega$ zvolíme nízkošumový bipolární zesilovač LT1028 (obr. 6.54 a,b), který vyhovuje i z hlediska zesílení a šířky pásma. Pro zesílení 40 dB zvolíme $R_1 = 10\ \Omega$ a $R_2 = 1\ \mathrm{k\Omega}$. Podle (6.24) a (6.25) vypočteme ekvivalentní výstupní napěťovou spektrální hustotu:

$$e_{nOUT} = 100 e_{ne} =$$
$$= 100\sqrt{\left(\mathbf{0{,}8 \times 10^{-9}}\right)^2 + \left(10^{-12} \times 10\right)^2 + \left(10^{-12} \times 10\right)^2 + \left(10^{-12} \times 1000/100\right)^2 + \mathbf{1{,}6 \times 10^{-20}} \times \mathbf{10}} =$$
$$= 100 \times 8{,}9 \times 10^{-10} = 89\ nV/\sqrt{Hz} \quad .$$

Vidíme dominantní vliv podílu napěťového šumu OZ, malý příspěvek odporu zdroje a zanedbatelný příspěvek proudových šumů OZ. Výsledné šumové napětí bude pro B = 100 kHz (šumová šířka je 150 kHz)

$$U_{nOUT} = 8{,}9 \times 10^{-8} \times \sqrt{1{,}5 \times 10^{5}} = 344\ \mu V \quad .$$

Při uvažované maximální výstupní amplitudě 8 V pak dostaneme dynamický rozsah 8V/344μV, což je 23x10^3 (87,3 dB). Dále je zřejmé, že při použití unipolárního OZ by ještě klesl zanedbatelný proudový šum, ale stoupl by dominantní napěťový (a tedy v podstatě výsledný) šum podle typu OZ asi 5x až 10x.

V případě R_i = 1 MΩ zvolíme nízkošumový unipolární zesilovač AD745 (obr. 6.55 d,e). Pro zesílení 40 dB můžeme zvolit i vyšší hodnoty rezistorů (R_1= 100 Ω a R_2= 10 kΩ. Z obr. 6.55 c,d) odhadneme střední napěťovou a proudovou spektrální hustotu a podle (6.24) a (6.25) vypočteme ekvivalentní výstupní napěťovou spektrální hustotu:

$$\begin{aligned} e_{nOUT} &= 100 e_{ne} = \\ &= 100\sqrt{\left(2{,}1\times10^{-9}\right)^2 + \left(\mathbf{10^{-14}}\times\mathbf{10^{6}}\right)^2 + \left(10^{-14}\times10^{2}\right)^2 + \left(10^{-14}\times10^{4}/10^{2}\right)^2 + \mathbf{1{,}6}\times\mathbf{10^{-20}}\times\mathbf{10^{6}}} = \\ &= 100\times1{,}27\times10^{-7} \cong 13\ \mu V/\sqrt{Hz} \quad . \end{aligned}$$

Zde je dominantní vliv tepelného šumu vnitřního odporu zdroje, velmi malý příspěvek proudového šumu OZ na odporu zdroje a zanedbatelný příspěvek napěťového šumu OZ. Výsledné šumové napětí bude pro šumovou šířku pásma 150 kHz

$$U_{nOUT} = 13\times10^{-6}\times\sqrt{1{,}5\times10^{5}} \cong 5\ mV \ .$$

Při uvažované maximální výstupní amplitudě 8 V pak dostaneme dynamický rozsah 8V/5mV, což je 1600 (64 dB). Při použití bipolárního OZ by ještě klesl zanedbatelný napěťový šum, ale stoupl by dominantní proudový (a tedy v podstatě výsledný) šum. Pro LT1028 by pak byla celková spektrální hustota šumového napětí

$$\begin{aligned} e_{nOUT} &= 100 e_{ne} = \\ &= 100\sqrt{\left(0{,}8\times10^{-9}\right)^2 + \left(\mathbf{10^{-12}}\times\mathbf{10^{6}}\right)^2 + \left(10^{-12}\times10^{2}\right)^2 + \left(10^{-12}\times10^{4}/10^{2}\right)^2 + 1{,}6\times10^{-20}\times10^{6}} = \\ &= 100\times10^{-6} = 100\ \mu V/\sqrt{Hz} \quad . \end{aligned}$$

Celkové šumové napětí pro uvažovanou šířku pásma je pak 38 mV, což odpovídá dynamickému rozsahu asi 46 dB. Toto podstatné zhoršení dynamického rozsahu má za následek radikální vzrůst proudového šumu na odporu zdroje. ■

Kromě uvedených reálných vlastností OZ lze najít v katalogových listech i řadu dalších parametrů, jako např. potlačení souhlasného signálu na vstupu, potlačení rušivých signálů z napájecích zdrojů, teplotní vlastnosti apod. Velmi často uvádí výrobci výběr těchto reálných vlastností s ohledem na jejich důležitost podle typu (a tím předpokládané aplikace) OZ (rychlý, přístrojový, nízkošumový, nízkopříkonový atd.), jak bude vysvětleno dále.

6.9.2 Typy OZ a jejich základní zapojení

Typy OZ

Největší část OZ produkuje několik hlavních firem ve světě. Lze uvést např. Analog Devices, Fairchild, Linear Technology, National Semiconductor, Texas Instruments. Přitom jsou v jejich sortimentu uváděny řádově stovky typů OZ. Je to zdánlivě zvláštní, chápeme-li OZ jako univerzální zesilovač. Avšak se snahou o dosažení maximálních reálných parametrů jsou vyvíjeny OZ s určitým speciálním zaměřením, protože jednotlivé požadavky vedou často k protichůdným technologiím výroby (i když pokroky v technologii se dokáží s některými z problémů vypořádat). Výrobci běžně třídí OZ do různých skupin, jako např.:

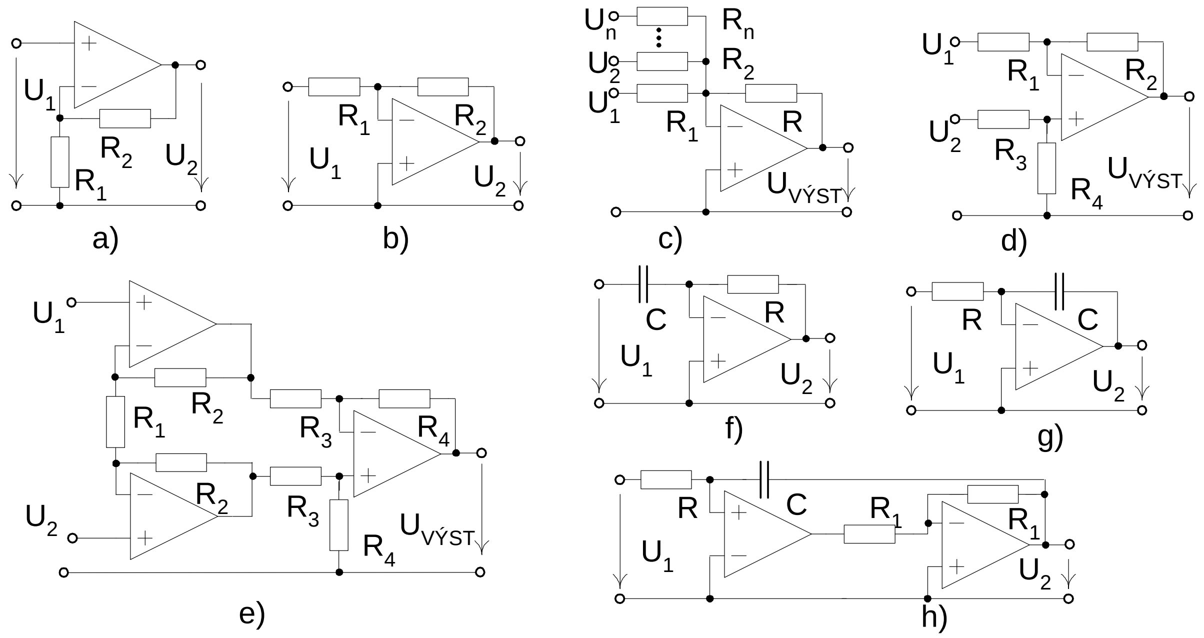
- univerzální (levné, pro běžné méně náročné aplikace, dříve μA741, pak řada TL O8X apod.),
- rychlé OZ (s GBW nad 10 MHz, některé až do 1 GHz a s velkou rychlostí přeběhu),
- přesné a přístrojové (velké A_0, nízký ofset, šum a zkreslení),
- nízkopříkonové (tj. i s nízkým napájecím napětím, např. pro bateriové napájení),
- rail-to-rail (s minimálním rozdílem mezi napájecím a saturačním napětím, výstup a někdy i vstup pracují v plném rozsahu napájecího napětí, potřebné obzvláště pro malá napájecí napětí),
- výkonové OZ (pro velký výstupní proud, někdy používány i jako výkonové akustické zesilovače).

Proto konstruktér musí při návrhu aplikace vybrat typ OZ s ohledem na požadované vlastnosti. Dále mimo standardní OZ s různými reálnými vlastnostmi a tzv. **napěťovou zpětnou vazbou** pak byly v průběhu let vyvíjeny i **jiné typy integrovaných zesilovačů**:

- Jednak jde o zesilovače založené na jiné konstrukci či odlišné funkci (např. OZ s **proudovou ZV**, zesilovač OTA, Nortonův zesilovač, zesilovače s proudovými výstupy - budou uvedeny dále).
- Dále jsou to zesilovače se speciálním určením (např. tzv. čopované zesilovače s potlačením ofsetu pomocí spínání, zesilovače s řízeným ziskem – napěťově, číslicově, oddělovací s galvanickou izolací, integrované zesilovače pro vf - 100 MHz až jednotky GHz, zesilovače pro optoelektronické vysílače a přijímače a pod), či složitější analogové integrované obvody jako aplikace OZ (logaritmické zesilovače, analogové násobičky, obvody pro získání efektivní hodnoty, integrované filtry ARC – aktivní filtry s RC členy, či ASC – aktivní filtry se spínanými kapacitory, a pod).

Základní zapojení obvodů s OZ

OZ se nejčastěji využívají jako nejjednodušší **neinvertující či invertující zesilovače** (obr. 6.56 a,b), jejichž vztahy pro zesílení jsou známé a řešené mj. v kapitole o analýze. Za připomenutí stojí teoreticky nekonečný vstupní odpor neinvertujícího a konečný vstupní odpor s hodnotou R_1 u invertujícího zesilovače. V případě potřeby sumace (s inverzí) více signálů se využívá zapojení z obr. 6.56 c), jehož základem je invertující zesilovač. **Sumace** se zde dosahuje vlivem efektu nulového rozdílového napětí na vstupu OZ, kdy proudy rezistorů R_1-R_3 odpovídají vstupním napětím a jsou sečteny do proudu rezistoru R. Napětí na něm pak odpovídá záporně vzatému součtu vstupních napětí, násobených koeficienty R/R_n. Pro případ odečítání dvou signálů se používá nejjednodušší **rozdílový zesilovač** z obr. 6.56 d), který je spojením invertujícího zesilovače (vstup U_1) a neinvertujícího zesilovače se vstupním pasivním odporovým děličem R_3-R_4. Obvykle se volí shodné hodnoty odporů R_1=R_3 a R_2=R_4, kdy poměr R_2/R_1 určuje hodnotu zesílení rozdílového signálu. Je nutno podotknout, že nejsou shodné vstupní odpory pro oba vstupy.



Obr. 6.56: Aplikační příklady zapojení OZ: a, b) neinvertující a invertující zesilovač, c, d) invertující sumační a diferenční zesilovač, e) „přístrojový“ diferenční zesilovač, f, g) invertující diferenciátor a integrátor, h) neinvertující integrátor s dvěma OZ.

V některých případech potřebujeme diferenční zesilovač s velkým (nekonečným) vstupním odporem. Je známo více zapojení, ale nejvíce se využívá tzv. **přístrojový zesilovač** podle obr. 6.56 e). Zde je před klasický diferenční zesilovač (často se zesílením 1) umístěna dvojice neinvertujících zesilovačů se spojeným rezistorem R_1. Zesílení je pak

$$U_{VÝST} / (U_1 - U_2) = (1+2R_2 / R_1)\,(R_4 / R_3). \tag{6.28}$$

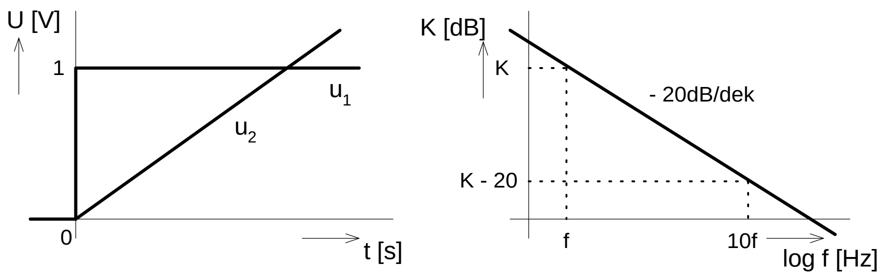
Těmito zapojeními se nejčastěji realizují nejjednodušší matematické operace, sčítání, odčítání a násobení konstantou. OZ ale už v době svého vzniku byl určen pro realizaci složitějších operací v analogových počítačích. Nejčastěji se využívá principu invertujícího zesilovače, kde dochází k převodu vstupního napětí na proud přes R_1 a zpětný převod proudu na výstupní napětí přes R_2. Převodními vztahy pro rezistory je Ohmův zákon. Ovšem použijeme-li prvky s jinými vztahy mezi proudem a napětím, můžeme obdržet jiné funkce. Typickým příkladem je **diferenciátor a integrátor** (obr. f, g), kde se využívá integrálního (či diferenciálního) vztahu mezi napětím a proudem na kapacitoru, což pro invertující integrátor vyjadřuje vztah pro výstupní napětí

$$u_2(t) = -u_C(t) = -\frac{1}{C}\int_{t=0}^{t} i_c(t)dt - U_{C0} = -\frac{1}{C}\int_{t=0}^{t} i_R(t)dt - U_{C0} = -\frac{1}{CR}\int_{t=0}^{t} u_1(t)dt + U_{20}\;. \tag{6.29}$$

V Fourierově oblasti má jeho přenosová funkce tvar

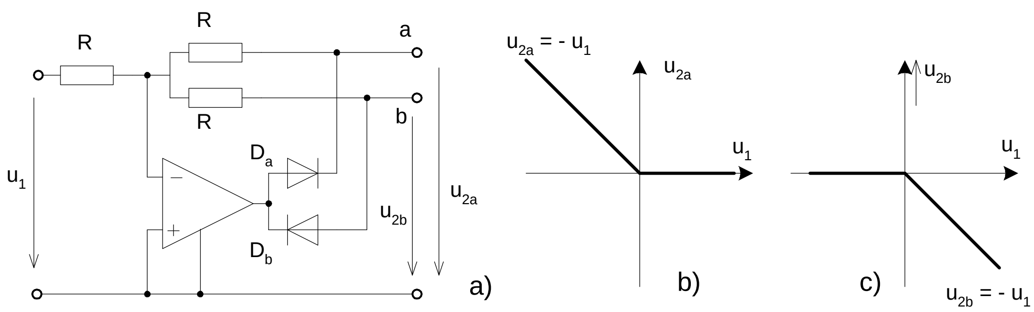
$$\frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{1}{j\omega T} = \frac{K_i}{j\omega}, \tag{6.30}$$

kde K_i = 1/T =1/(RC), T je integrační konstanta. Ideální přechodová (nulové počáteční podmínky) a frekvenční charakteristika jsou na obr. 6.57. Z nich je zřejmé, že pro nízké kmitočty a stejnosměrný režim je integrátor nestabilní a je proto využíván v rámci složitějších zapojení, která jeho stabilitu zabezpečují, jako jsou např. filtry ARC [14] či různé generátory signálů (pilového signálu či RC). Potřebujeme-li neinvertující integrátor, používá se kromě poněkud citlivého zapojení s jedním OZ spíše zapojení s dvěma OZ, kde jsou integrátor a invertor v kaskádě. Protože toto zapojení má zhoršené vlastnosti pro vysoké kmitočty, je výhodnější zapojení podle obr. 6.56 h). Obdobné úvahy a vztahy lze vyjádřit pro diferenciátor. Jeho použití je ale částečně omezeno špatnou stabilitou pro vysoké kmitočty.



Obr. 6.57: Přechodová a frekvenční charakteristika ideálního (neinvertujícího) integrátoru.

Další potřebné matematické operace jsou nelineární. Často je využíván obvod absolutní hodnoty, známý pod názvem **dvojcestný operační usměrňovač**. Základním cílem tohoto zapojení je eliminace prahového napětí obyčejného usměrňovače, které značně omezuje jeho dynamický rozsah. Operační usměrňovač (viz obr. 6.58 a) tohoto cíle dosahuje již zmíněným principem eliminace výstupního odporu (diskuse k obr. 6.51). Jeho zpětnovazební smyčka je rozdělena na dvě s dvěma výstupními svorkami (a,b), když každá pracuje pro jednu polaritu napětí výstupu (dáno polaritou diod). Podstatou funkce je, že i při velmi malé hodnotě vstupního signálu (např. +1 mV) bude při shodnosti odporů *R* na výstupu *b* hodnota napětí U_{2b}= – 1mV, protože záporná zpětná vazba zabezpečí na výstupu OZ takové napětí (cca -0,601V), aby napětí diody bylo kompenzováno, neboť jen v tom případě bude na vstupu OZ nulové napětí (což je i princip, který kompenzuje i výstupní odpor zesilovače). V případě změny polarity vstupního napětí bude na výstupu *b* nulové napětí, protože zpětnovazební proud poteče druhou smyčkou a odpovídající invertované napětí bude na výstupu *a*.



Obr. 6.58: Operační usměrňovač: a) schéma, b, c) převodní charakteristiky.

Toto zapojení nám tedy realizuje dva jednocestné operační usměrňovače s poměrně velkým výstupním odporem. Proto se v praxi obvykle využívá některého z více známých zapojení s dvěma OZ, kdy druhý OZ funguje např. jako diferenční. Odečtením obou charakteristik z obr. b) a c) tak dostaneme charakteristiku dvojcestného usměrňovače (absolutní hodnoty). Různá zapojení lze prakticky hodnotit především podle jejich základní chyby (minimální hodnoty usměrněného napětí, viz např. vliv ofsetu) a podle toho, jak se tato chyba zvyšuje s kmitočtem (analogicky s poklesem kompenzace vnitřního odporu OZ s kmitočtem podle obr. 6.51). Navíc se zde projevují nelineární parazitní efekty, kdy při změně polarity musí výstup OZ změnit skokově polaritu kompenzačních napětí diod. Pro tuto skokovou změnu se již projevuje omezená rychlost přeběhu a fakt, že diody mají také své parazitní kapacity. Proto je problém realizovat dobrý operační usměrňovač pro oblast vysokých kmitočtů nad 1 MHz a prosazují se zde spíše aplikace s proudovými zesilovači.

Mezi další nelineární obvody, realizované na základě OZ, lze zařadit např. **logaritmický a exponenciální zesilovač**. Jejich základní myšlenka je shodná jako u integrátoru, a to využití prvku s vhodným vztahem mezi napětím a proudem na místo jednoho z odporů invertujícího zesilovače. V tomto případě se nabízí použití diody, jejíž vztah mezi proudem i_d a napětím u_d lze uvažovat jako exponenciální:

$$i_d = I_0.(e^{u_d/U_T} - 1)\,. \tag{6.31}$$

Postupem, analogickým s (6.29), bychom dospěli k logaritmickému převodu napětí. Je ale pravdou, že reálné vlastnosti (především dynamický rozsah a teplotní stabilita) takového zapojení nejsou příliš dobré. Proto se používají složitější zapojení v integrované podobě (lepší teplotní kompenzace). Obdobné poznatky platí i pro realizaci dalších složitějších matematických funkcí, jako jsou např. analogové násobení a dělení, obvod převodu na efektivní hodnotu apod. Proto se tyto obvody dnes již téměř výhradně používají jako speciální integrované obvody a nabízí je většina výrobců analogových obvodů.

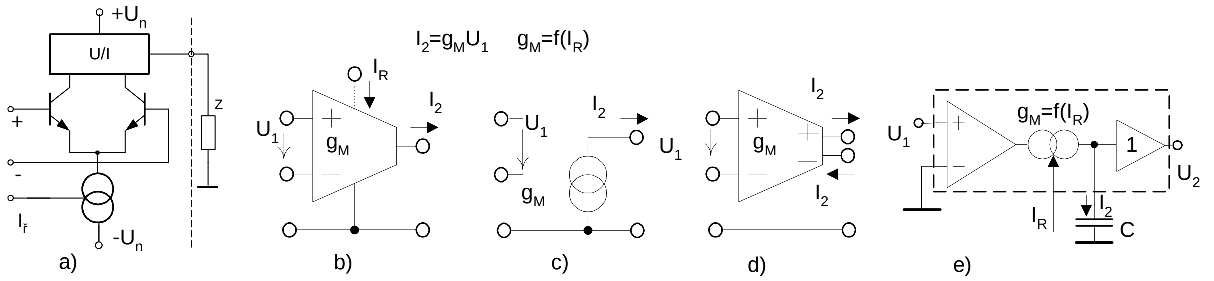
Mimo tyto klasické aplikace OZ ,jako jsou různé formy zesilovačů či speciálních obvodů, se setkáváme s další širokou škálou aplikací v rámci různých elektronických obvodů. Zde lze uvést alespoň pro přehled např. filtry ARC, různé typy oscilátorů a generátorů signálů, převodníků (*U-I*, *I-U*, *U*-f, f-*U*) atd.

6.9.3 Integrované zesilovače s řízenými proudovými zdroji

Jak již bylo naznačeno v předchozím textu, klasický OZ s napěťovou zpětnou vazbou obvykle chápeme a modelujeme jako napětím řízený zdroj napětí s nulovým výstupním odporem. V rámci hledání zesilovacích obvodových struktur, jež by zlepšily vlastnosti klasických OZ, byly v průběhu doby vytvořeny jiné typy integrovaných zesilovačů, které mají charakter spíše **proudových zdrojů.** Jsou to především

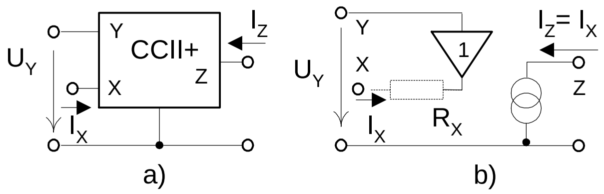
- transkonduktanční zesilovače (OTA, např. LM 13700),
- speciální bloky (např. proudové konvejory – především CCII),
- operační zesilovače s proudovou zpětnou vazbou (nové typy OZ pro oblasti vysokých kmitočtů, některé označované jako transimpedanční, např. AD844).

Nejjednodušším aktivním prvkem, který můžeme uvažovat jako napětím či proudem řízený zdroj proudu, je jednostupňový tranzistorový zesilovač. Obvykle jej však zapojujeme jako zesilovač napětí, který můžeme chápat jako zesilovač s podstatně horšími vlastnostmi než OZ. Výhodnějším integrovaným zesilovačem, který je již řadu let dostupný a používaný, je **transkonduktanční zesilovač** (**OTA**). Je to vlastně ideální zdroj proudu řízený napětím. Obvodově je realizován se vstupním diferenčním zesilovačem (obr. 6.59 a, obdobně jako OZ na obr. 6.48 a), ale navazující stupeň je výstupní a lze jej chápat jako zdroj proudu řízený napětím s konečnou hodnotou převodní strmosti (transkonduktancí) g_M s rozměrem vodivosti, kterou je možno řídit vnějším proudem I_R (či napětím). Schématická značka a model varianty s uzemněným výstupem jsou na obr. 6.59 b, c), varianta s plovoucím (diferenčním) výstupem (BOTA) je na obr. 6.59 d). Jako příklad lze uvést populární obvod LM 13700 (OTA s výstupním napěťovým sledovačem), který je využitelný např. pro realizaci napětím řízených (laděných) zesilovačů, filtrů ARC a pod. Na obr. 6.59 e) je v zapojení řízeného neinvertujícího integrátoru. Výhoda možnosti řízení g_M v širším rozmezí je zaplacena určitým omezením dynamického rozsahu přenosu (zvyšuje se zkreslení a šum). V posledních letech jsou používány integrované OTA-C filtry pro pásma vysokých kmitočtů, ovšem jejich určitou nevýhodou je omezený dynamický rozsah vstupního napětí.



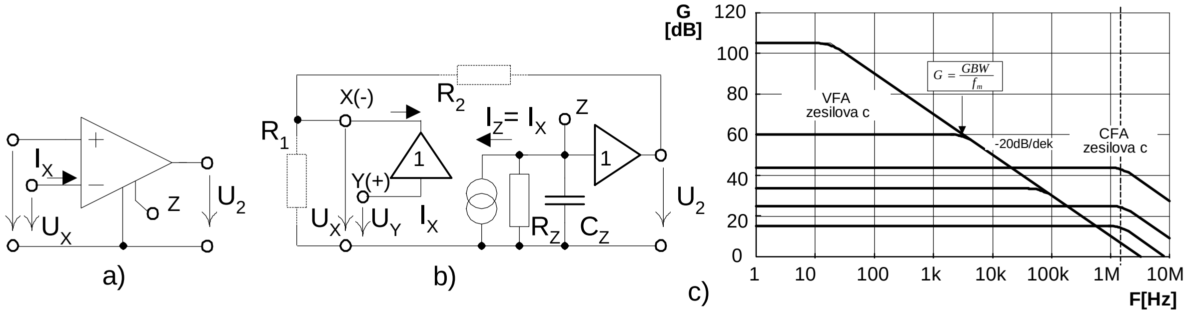
Obr. 6.59: Transkonduktanční (OTA) zesilovač: a) obvodový princip, b) OTA s uzemněným výstupem, c) jeho model, d) s plovoucím výstupem, d) řízený OTA zesilovač s oddělovacím zesilovačem (LM 13700) v zapojení jako neinvertující integrátor.

Řízený zdroj proudu obsahují i **proudové konvejory** (používaná je anglická zkratka – CC) . Jsou to speciální trojbrany s řídícím proudem I_X. V současnosti existuje větší počet jejich **obvodových variant, které se rozlišují podle generací (1 až 3 podle funkce svorky Y) a polarity** výstupního proudu I_Z. Nejvíce se dnes využívá pozitivní proudový konvejor 2. generace (CCII+). Ten byl zkušebně vyráběn, ale v praxi se samostatně příliš neprosadil. Na obr. 6.60 je schématická značka a model CCII+, který je vytvořen z ideálního jednotkového zesilovače a proudového sledovače. Z něj je zřejmá funkce, kdy jednotkový zesilovač udržuje nulové napětí mezi vstupními svorkami (za předpokladu nulového výstupního odporu R_X, ve skutečnosti je jeho reálná hodnota nenulová) a výstupní proud sleduje s koeficientem 1 proud svorky X. Lze si jej představit také jako jednu z variant ideálního tranzistoru (Y – báze, X – emitor, Z – kolektor). Metody popisu a analýzy jsou uvedeny např. v [3].



Obr. 6.60: Proudový konvejor 2. generace CCII+: a) schématická značka, b) model.

Z koncepce CCII+ vychází většina **transimpedančních zesilovačů** (**TIA,** chápe se jako zdroj napětí řízený proudem, proto transimpedance). Jeho model je uveden na obr. 6.61. V podstatě je to CCII+ doplněný o napěťový sledovač. S použitím obvyklých zpětnovazebních odporů se chová obdobně jako klasický operační zesilovač. Vyrábí se buď ve variantě s vyvedenou svorkou Z, která umožňuje připojením kapacitoru realizaci bezeztrátového integrátoru (např. AD 844 [I15]), nebo ve variantě bez vyvedené této svorky. Důvodem vynechání svorky Z je snaha o minimalizaci parazitní kapacity C_Z. Hlavním motivem výrobců byla možnost realizace **OZ s proudovou zpětnou vazbou**, který se označuje též jako **CFA** – Current Feedback Amplifier (oproti běžnému OZ s napěťovou ZV, označovanému jako **VFA)**. Obvodová realizace umožňuje použít proudové zdroje (nabíjející kapacitu C_Z), které dosahují podstatně větších proudů než u klasických OZ a tudíž mají podstatně **vyšší rychlost přeběhu** než běžné OZ s napěťovou zpětnou vazbou. Proudová ZV pak umožňuje dosáhnout širší přenosové pásmo. To je ukázáno na obr. 6.61 c), kde je porovnání modulových kmitočtových charakteristik. Poněkud překvapivě u CFA (v porovnání s VFA) nedochází k poklesu mezního kmitočtu se zvyšováním nastaveného zesílení.



Obr. 6.61: Transimpedanční zesilovač: a) schématická značka, b) model s rezistory R_1 a R_2 jako neinvertující zesilovač (U_1=U_X), c) porovnání kmitočtových charakteristik s klasickým OZ (VFA). CFA = transimpedanční OZ bez vyvedené svorky Z.

Tento jev lze objasnit analýzou přenosu napětí obou typů OZ. Provedeme-li analýzu přenosu neinvertujícího zesilovače s CFA podle obr. 6.61 b), dostaneme vztah pro dolní propust 1. řádu

$$K_U = \frac{\frac{1}{C_Z}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}{p+\frac{1}{C_Z}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_Z}\right)}, \tag{6.32}$$

kde je zřejmé, že mezní kmitočet kromě C_Z ovlivňují R_2 a R_Z. Přenos tak lze ovlivňovat volbou hodnoty R_1 beze změny mezního kmitočtu, což odpovídá průběhům pro CFA na obr. 6.61 c). Oproti tomu analýzou klasického VFA (model podle obr. 6.50 a), když uvažujeme realizaci neinvertujícího zesilovače s odpory R_1 a R_2 obdobně jako u CFA, dostaneme přenosovou funkci ve tvaru

$$K_U = \frac{\frac{1}{CR}}{p+\frac{R_1}{CR(R_1+R_2)}}. \tag{6.33}$$

Zde je zřejmé, že pomocí volby hodnot rezistorů R_1 nebo R_2 nelze měnit hodnotu přenosu pro nízké kmitočty beze změny hodnoty mezního kmitočtu, což odpovídá poznatkům o přenosu VFA.

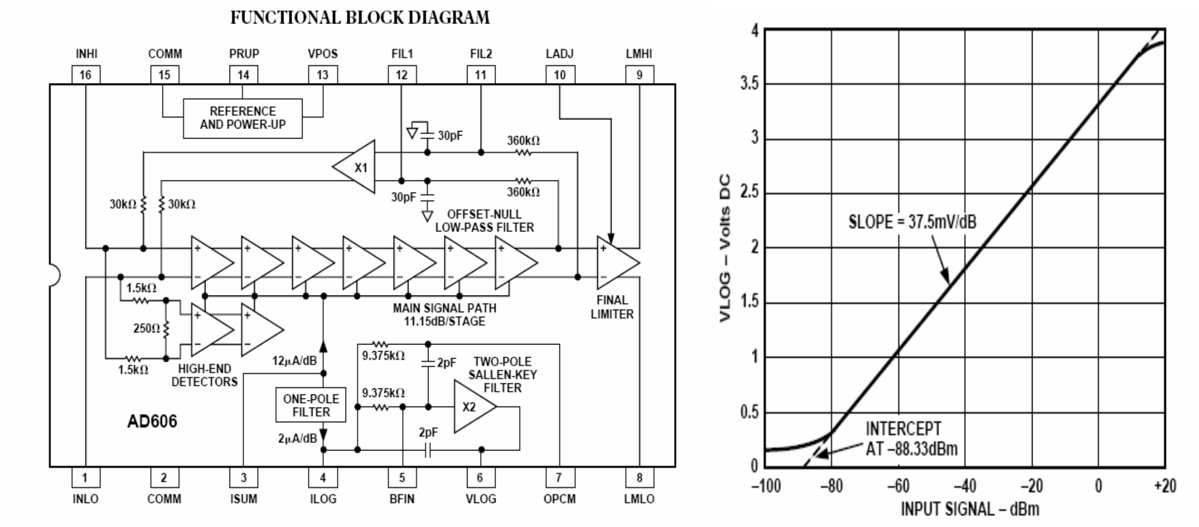
Uvedené závěry je nutno doplnit dalšími poznatky. Jednak zmíněná kmitočtová nezávislost nastavení přenosu u CFA vyplývá z proudové zpětné vazby (R_2 ovlivňuje přímo vstup proudově řízeného zdroje proudu). Dále poznamenejme, že u reálných CFA se projevuje nenulový výstupní odpor R_X vstupního napěťového sledovače (obr. 6.60 b) částečným snižováním mezního kmitočtu pro vyšší zisk zesilovače. Volba hodnoty R_2 dosti ovlivňuje stabilitu zesilovače a jeho hodnota je obvykle výrobcem doporučena. *K* omezujícím vlastnostem patří i nižší stabilita zesilovače pro kapacitní zátěž (proto nejsou obvykle příliš vhodné např. pro realizaci aktivních filtrů RC) a větší proudový šum.

6.9.4 Speciální integrované zesilovače a obvody s OZ

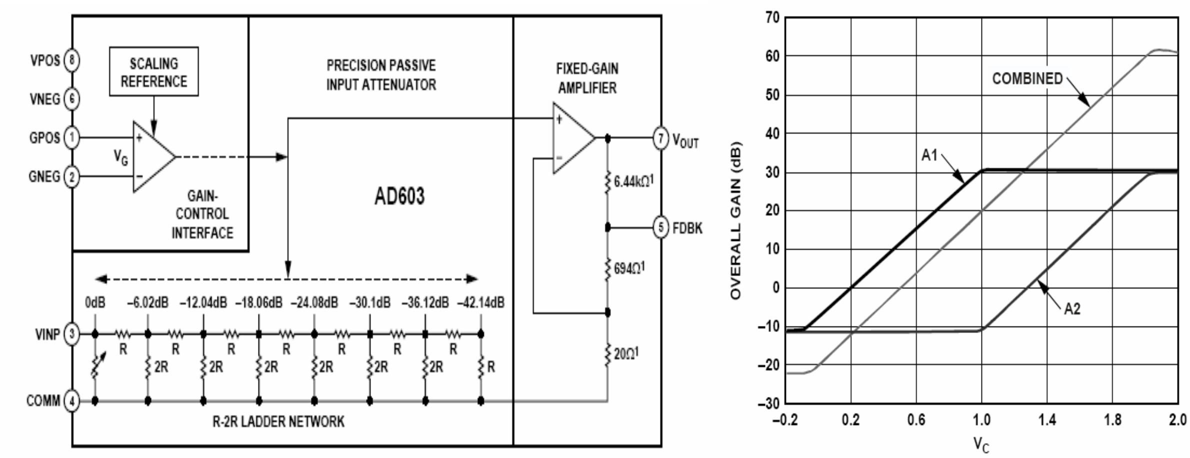
V předchozím textu byla též zmíněna další skupina integrovaných zesilovačů, u nichž je většinou požadována nějaká speciálnější funkce než běžné zesílení signálu. Jde o případy s tak často požadovanou variantou, kde se vyplatí integrovaná výroba. Ta přináší obvykle i vyšší kvalitu než obdobná realizace s diskrétních prvků.

Jedním z takových příkladů jsou **logaritmické zesilovače** s velkou šířkou pásma a velkým dynamickým rozsahem. Toho nelze dosáhnout klasickým přístupem s použitím diody ve zpětné vazbě (viz diskuse ke vztahu 6.31), a proto výrobci nabízí jiná řešení, viz např. obvod AD606 [I15] s šířkou pásma 50 MHz a dynamickým rozsahem 90 dB, viz obr. 6.61 a), kde je využita tzv. 9-tistupňová postupná detekční technika. Dosažená převodní charakteristika je ukázána na obr. 6.62 b).

Dalším příkladem jsou **zesilovače s napěťově řízeným ziskem**. Cesta přes využití řízených OTA zesilovačů (viz předchozí kapitola) vede na poměrně omezený dynamický rozsah signálu. Oproti tomu obvod AD603 [I15] (obr. 6.63) dosahuje rozsahu řízení 40 dB či v kaskádě 80 dB pro pásmo do 90 MHz s chybou řízení 0,5 dB pro kmitočet 10 MHz, šumovou spektrální hustotu napětí 1,3 nV√Hz a maximální výstupní napětí ± 3 V, což je nesrovnatelně vyšší dynamický rozsah, než jakého se dosahuje pro OTA zesilovače.



Obr. 6.62: Logaritmický zesilovač AD606: a) blokové schéma, b) převodní charakteristika.



Obr. 6.63: Napěťově řízený zesilovač AD603: a) blokové schéma, b) řídící charakteristika.

V popisu reálných vlastností byl popsán problém ofsetu pro stejnosměrné zesilovače s větším ziskem. To řeší výrobci konstrukcí speciálního **OZ s automatickým nulováním ofsetu** pomocí běžné techniky automatického nulování či tzv. chopper-techniky. Jejich princip spočívá v použití přepínačů, kdy v jedné fázi sepnutí snímají pouze chybový ofset a v druhé fázi odečítají tento chybový signál od zesíleného užitečného signálu s chybou ofsetu. Jejich nevýhodou je zvýšení šumu pro pásmo, odpovídající kmitočtu spínání, či omezení pásma pod tento spínací kmitočet. Tento problém řeší zesilovač AD8571, který dosahuje eliminaci ofsetu na úroveň 1 μV při možnosti použití plné šířky pásma (GBW=1 MHz) technikou rozprostření spínaného šumu do celého kmitočtového spektra. Funkce tohoto OZ pro obě spínací fáze je ukázána na obr. 6.64. Pro vysvětlení je nutno uvést, že jsou zde použity dva stejné zesilovače se základním zesílením $A_A = A_B$ a pomocným vstupem se zesílením $B_A = B_B$. V nulovací fázi je na výstupu zesilovače A jeho ofsetové napětí potlačeno přenosem B_A:

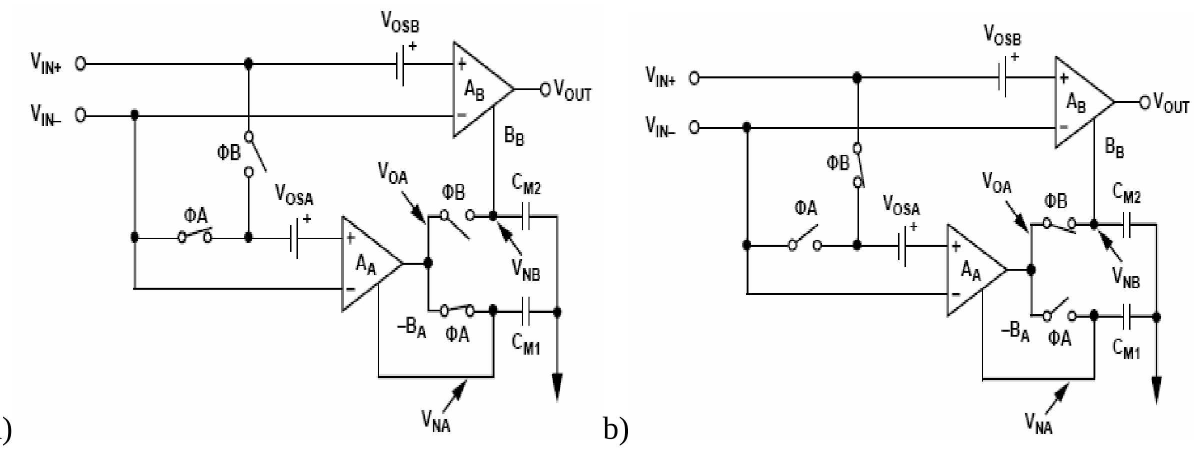
$$V_{OA} = \frac{A_A V_{OSA}}{1 + B_A} \,. \tag{6.34}$$

V druhé fázi je na jeho výstupu zesílené vstupní napětí sníženo o potlačení jeho ofsetového napětí (zapamatované kompenzační napětí na C_{M1}) (6.35). Na výstupu celého zesilovače je pak výstupní napětí podle (6.36). To lze po vhodných úpravách a za předpokladu $A_A = A_B = A$ a $B_A = B_B = B$ upravit do tvaru (6.37), kdy ofsetové napětí obou zesilovačů je zesíleno Bkrát méně než vstupní signál.

$$V_{OA} = A_A \left(V_{IN} + \frac{V_{OSA}}{1 + B_A} \right), \tag{6.35}$$

$$V_{OUT} = A_B (V_{IN} + V_{OSB}) + B_B V_{OA} \,, \tag{6.36}$$

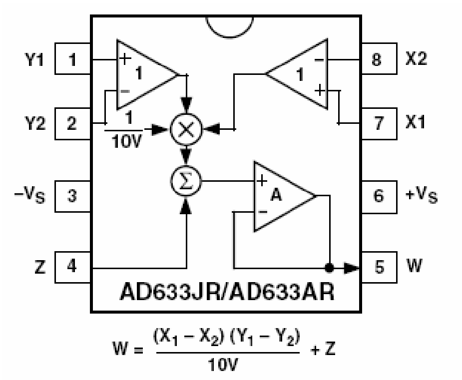
$$V_{OUT} = V_{IN} AB + A(V_{OSA} + V_{OSB}) \,. \tag{6.37}$$



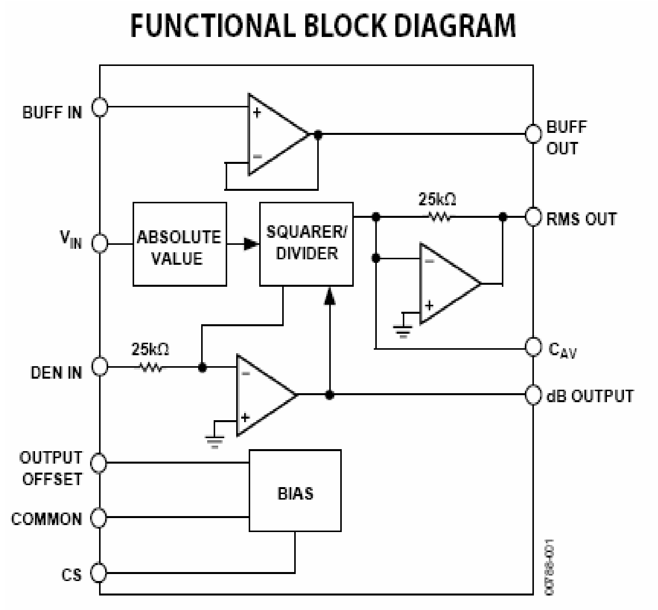
a) b)

Obr. 6.64: OZ s potlačeným ofsetem AD8571: a) fáze nulování, b) fáze zesílení.

Příkladem složitějších funkcí jsou tzv. analogové násobičky. Na obr. 6.65 a) je blokové schéma obvodu AD633 i s odpovídajícím matematickým vztahem vstupních veličin X, Y, Z a výstupní veličiny W pro čtyřkvadrantové násobení. Obdobný obvod AD637 (obr. 6.65 b) umožňuje získat skutečnou efektivní hodnotu vstupního signálu pomocí zapojení pro druhou odmocninu (např. pro měření neharmonických veličin).



a)



b)

Obr. 6.65: a) Analogová čtyřkvadrantová násobička AD633, b) obvod efektivní hodnoty AD637.

Mimo uvedené příklady lze uvést mnohé další speciální obvody, nabízené výrobci. Jsou to např. různé číslicově řízené zesilovače, oddělovací zesilovače s galvanickou izolací, transimpedanční operační zesilovače pro optoelektronické vysílače a přijímače (též se označují jako TIA), či složitější analogové integrované aplikace OZ, jako například integrované filtry ARC či ASC (aktivní filtry se spínanými kapacitory) a pod.

7 OSCILÁTORY

7.1 Klasifikace a vlastnosti generátorů signálů a oscilátorů

Cíle kapitoly:

- Uvedení základní klasifikace generátorů signálů.
- Představení oscilátoru jako speciálního případu generátoru harmonických kmitů.
- Podání přehledu důležitých vlastností generátorů.
- Vysvětlení různých způsobů, jak lze obvodově realizovat oscilátor.

Před vlastním rozborem principu a vlastností oscilátorů je vhodné se zorientovat v celé problematice generátorů signálů. Podle **typů generovaných signálů** je lze klasifikovat následovně:

- generátory harmonických signálů (oscilátory),
- generátory neharmonických signálů (obecný obdélníkový signál, pilový signál, lichoběžníkové signály a pod.),
- generátory se speciálními průběhy (šumové, s libovolně definovanými průběhy),
- generátory číslicových signálů (obdélníkové signály s velikostí impulsů, odpovídající logickým obvodům, a případnými speciálními průběhy – např. konečné sekvence impulsů, odpovídající požadovaným binárním číslům).

Základní vlastnosti většiny typů generátorů signálů lze shrnout do těchto skupin:

<u>Kmitočtové vlastnosti</u>:

- kmitočtové pásmo a nastavitelnost kmitočtu (nf, vf, širokopásmové, úzkopásmové, neladitelné, laditelné – spojitě či diskrétně),
- stabilita kmitočtu $\Delta f_0/f_0$ (okamžitá, dlouhodobá...) a její teplotní závislosti.

<u>Amplitudové a impedanční vlastnosti:</u>

- velikost a nastavitelnost amplitudy,
- stabilita amplitudy,
- výstupní impedance a výkon.

<u>Kvalita tvaru výstupního signálu:</u>

- u harmonického signálu harmonické zkreslení a čistota spektra, u obdélníkových signálů doby náběžných hran, u pilového signálu linearita a pod.

<u>Oscilátory</u> jako zdroje harmonického signálu lze **realizovat více způsoby**. O výběru rozhodují především tato hlediska: kmitočtové pásmo, laditelnost (spojitá, diskrétní), stabilita kmitočtu, čistota spektra a harmonické zkreslení, popř. možnost přímých modulací generovaného harmonického signálu. Tyto vlastnosti jsou obvykle nejvýrazněji ovlivněny vlastnostmi zpětnovazebního článku **B** (obr. 7.3a). S ohledem na tato kritéria a způsoby realizace zpětnovazebních článků se nejvíce používají tyto **typy realizací oscilátorů**:

- klasické **zpětnovazební RC** (dobře laditelné v kmitočtovém pásmu cca 10 Hz – 10 MHz, stabilita kmitočtu cca 10^{-3} až 10^{-4}, zkreslení 1% až 0,001%),

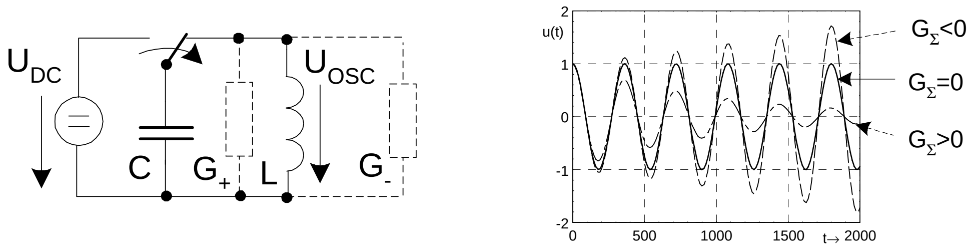
- klasické **zpětnovazební LC** (dobře laditelné v kmitočtovém pásmu 100 kHz – 300 MHz, při mikrovlnné realizaci i jednotky GHz, stabilita kmitočtu cca 10^{-3} až 10^{-4}, zkreslení 1% až 0,1%),
- klasické **zpětnovazební krystalové** (prakticky neladitelné, vyráběné v odpovídajících kmitočtových pásmech od 10 kHz do 100 MHz, stabilita kmitočtu cca 10^{-6} i lepší, zkreslení 1% až 0,1%,
- **tvarové generátory** pilového signálu s převodem na harmonický signál (dobře laditelné v kmitočtovém pásmu cca 0,01 Hz – 10 MHz, stabilita cca 10^{-3}, zkreslení 1%),
- oscilátory **s fázovým závěsem** (diskrétně laditelné, použitelné v kmitočtových pásmech cca 1 k Hz – 1GHz, stabilita kmitočtu cca 10^{-6}, zkreslení 1% až 0,1%),
- **přímá digitální syntéza** DDS (diskrétně laditelné s velmi jemným krokem v kmitočtovém pásmu cca 0,001 Hz – 100 MHz), stabilita kmitočtu cca 10^{-6}, zkreslení dáno počtem bitů převodníku AD (10 – 14 bitů, asi 0,3% až 0,01%).

7.2 Princip funkce oscilátoru se záporným odporem

Cíle kapitoly:

- Vysvětlení principu fungování oscilátoru s tunelovou diodou.
- Objasnění důležitého mechanismu automatické stabilizace amplitudy nelineárním prvkem v oscilátoru.

V současnosti je tento princip aplikován pro návrh a konstrukci oscilátorů výjimečně, je však názorný z hlediska pochopení energetické funkce oscilátoru. Vycházíme ze základních vlastností rezonačního obvodu LC, který po vhodném vybuzení (např. nabitý kapacitor připojíme k induktoru, viz obr. 7.1) vytváří napěťovou a proudovou odezvu ve formě harmonických signálů jakožto obecného řešení diferenciální rovnice 2. řádu, viz kapitola 5 a učební látka předmětu Teoretická elektrotechnika.



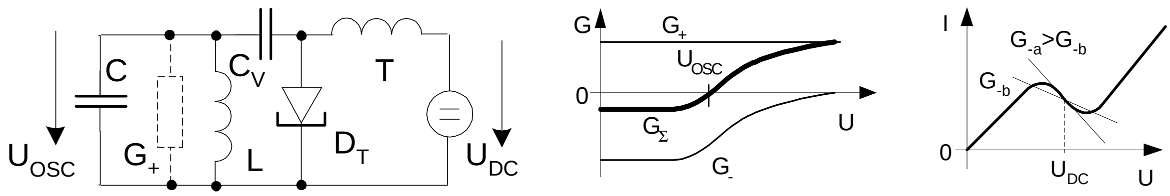
a) b)

Obr. 7.1: Základní princip harmonického oscilátoru: a) zapojení, b) časové průběhy pro celkové $G_\Sigma<0$ (rostoucí), $G_\Sigma=0$ (ustálený) a $G_\Sigma>0$ (tlumený).

Důležitým předpokladem netlumené odezvy s čistým harmonickým průběhem jsou **nulové ztráty** v rezonančním obvodu (nulová hodnota G_+ v obr. 7.1). Reálné rezonační obvody jsou vždy ztrátové, což způsobují jak samotné ztráty v reálných prvcích L a C, tak i vnější tlumení, vzniklé připojením oscilátoru jako zdroje signálu k další obvodům. Všechny tyto ztráty, reprezentované ve schématu ztrátovou vodivostí G_+, způsobují vznik tlumené harmonické odezvy.

Pro vznik netlumené odezvy musíme energeticky vykompenzovat reálné ztráty, což je možné díky použití připojení vodivosti G_- se zápornou hodnotou. Ta vždy reprezentuje zdroj energie. Pro správnou funkci oscilátoru je vždy nutné, aby absolutní hodnoty obou vodivostí byly přesně shodné, protože jen v tom případě bude odezvou obvodu ustálený harmonický signál.

Uvedenou **podmínku absolutní shody hodnot G_+ a G_-** ($G_\Sigma = G_+ + G_- = 0$) nelze v praxi zabezpečit jiným způsobem než automatickým regulačním procesem, který stabilizuje určitou hodnotu výstupního napětí. Ukažme si to na realizaci oscilátoru s tunelovou diodou, která byla v historii často využívána. Dioda je z hlediska střídavého signálu připojena paralelně k rezonančnímu obvodu. C_V je oddělovací kondenzátor pro zamezení stejnosměrného zkratu diody cívkou, který má pro oscilační kmitočet minimální impedanci. Aby dioda představovala pro rezonanční obvod zápornou vodivost, je zabezpečen stejnosměrným zdrojem vhodný pracovní bod diody a tlumivkou T je zamezen střídavý zkrat rezonančního obvodu napájecím zdrojem.



a) b) c)

Obr. 7.2: Oscilátor s tunelovou diodou: a) zapojení, b) závislost G_+, G_- a G_Σ na velikosti napětí, c) A-V charakteristika tunelové diody a ekvivalentní záporná vodivost pro malý signál (G_{-a}) a pro velký signál (G_{-b}).

Automatická regulace a stabilizace amplitudy výstupního napětí je zabezpečena následovně. Pro malý signál je ekvivalentní záporná vodivost tunelové diody v absolutní hodnotě větší než tlumící vodivost obvodu LC. Díky tomu se rozběhnou oscilace jako odtlumený harmonický děj s narůstající amplitudou. Poté, co amplituda harmonického napětí na diodě překročení meze lineární záporné části AV charakteristiky, dojde k omezení a zkreslení proudu. Vzhledem k selektivitě obvodu se projeví jen první harmonická složka proudu, která se též zmenší. Tím dojde k poklesu hodnoty ekvivalentní záporné vodivosti pro 1. harmonickou složku a amplituda harmonického průběhu se ustálí pro takové napětí U_{OSC}, kdy bude ekvivalentní záporná vodivost přesně kompenzovat tlumící kladnou vodivost. Při každém narušení tohoto stavu, například snížením amplitudy, se zase adekvátně zvýší hodnota záporné vodivosti, což povede ke zvýšení amplitudy na rovnovážný stav. Analogický děj proběhne při nějakém vybuzení vyšší amplitudy nad rovnovážný stav.

Dále je možno poznamenat, že záporná vodivost je energetickým zdrojem, který v tomto případě funguje na úkor energie stejnosměrného napájecího obvodu. Existuje i mnoho dalších způsobů realizace záporného odporu (obvykle jako zapojení s tranzistory či OZ), kde je energetická bilance zabezpečena stejnosměrným napájecím zdrojem. Všechny tyto realizace záporné vodivosti či odporu jsou ohraničené (obvykle napájecím napětím), kdy AV charakteristika pro vyšší napětí či proud přechází v kladnou směrnici a vytváří tak nelinearitu typu S či N. Dále je možno konstatovat, že tyto záporné vodivosti či odpory lze nalézt i v jiných zapojeních oscilátorů, které jsou navrhovány např. jako zpětnovazební.

7.3 Princip funkce zpětnovazebního oscilátoru

Cíle kapitoly:

- Vysvětlení principu fungování oscilátoru s fyzicky realizovanou kladnou zpětnou vazbou.
- Popis amplitudové a fázové oscilační podmínky.
- Objasnění mechanismu automatického zabezpečení amplitudové oscilační podmínky.

Teorie zpětnovazebních oscilátorů vychází z poznatků o zpětné vazbě v zesilovačích (kap. 6.3), kde při uspořádání zesilovače (přenos **A)** se zpětnovazebním obvodem (přenosem **B)** v kladné zpětné vazbě se celkový obvod za podmínky

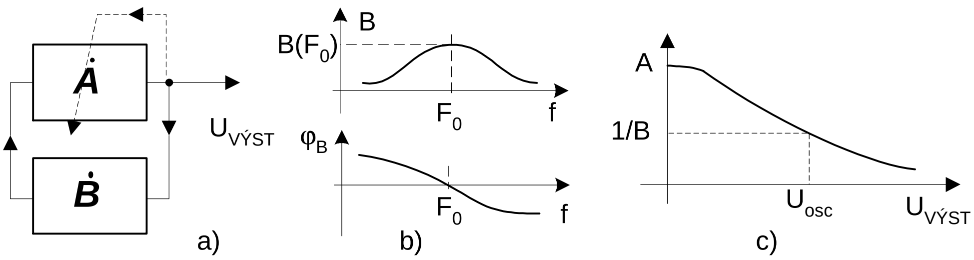
$$\dot{A}.\dot{B} = 1 \qquad (7.1)$$

dostane na mez stability. Má-li zpětnovazební obvod přenosovou funkci minimálně 2. řádu, může mez stability reprezentovat ustálený harmonický signál. Uvedenou komplexní podmínku kladné zpětné vazby (7.1) je vhodné rozložit na část „amplitudovou" a „fázovou":

$$A.B = 1, \qquad (7.2)$$

$$\varphi_A + \varphi_B = 0 + k\,.\,2\pi. \qquad (7.3)$$

Nyní můžeme diskutovat možnosti a dopady splnění těchto rovnic. Jednodušší je diskuse splnění **fázové podmínky** (7.3). V případě $\varphi_A=0$ (neinvertující širokopásmový zesilovač) musí být pro zpětnovazební obvod splněna podmínka $\varphi_B=0$ pouze pro jediný kmitočet. Ze základních filtrů 2. řádu tuto podmínku splňuje pouze filtr typu pásmová propust, a to pro rezonanční kmitočet F_0. Proto je na základě této fázové podmínky určen oscilační kmitočet, který je roven kmitočtu F_0 zpětnovazebního článku.



Obr. 7.3: Zpětnovazební oscilátor: a) blokové schéma, b) modulová a fázová charakteristika selektivního bloku B, c) závislost modulu přenosu A na velikosti napětí (splnění amplitudové podmínky).

V případě použití invertujícího zesilovače je nutno použít další invertor (realizovaný např. pomocí transformátoru), nebo filtr vyššího (např. třetího) řádu, popř. fázovací obvod 2. řádu, které definují fázový posuv o 180^0 pro jediný kmitočet.

Složitější je **zabezpečení amplitudové podmínky** (7.2) modulů přenosů A a B pro oscilační kmitočet F_0. Vzhledem k jednoduššímu nastavování přenosu zesilovačů je vhodné vyjít z přenosu zpětnovazebního článku $B(F_0)$ a vypočítat požadovanou hodnotu přenosu zesilovače:

$$A = 1/\,B(F_0) \qquad (7.4)$$

Tuto hodnotu lze pak u zesilovače nastavit. Obtížné je ale **zabezpečení absolutní přesnosti amplitudové podmínky**, která je nutná pro dosažení ustáleného harmonického stavu. Jde tu o analogický problém s výše diskutovaným problémem absolutně shodných velikostí záporné a kladné vodivosti. Obdobné je i řešení tohoto problému, kdy splnění amplitudové podmínky je nutno zabezpečit automatickou regulací závislosti zesílení na amplitudě (obr. 7.3b). Zpočátku je pro malou amplitudu signálu zesílení A větší než požadovaná hodnota 1/B. Amplitudová podmínka je překročena, a proto dochází k nárůstu amplitudy napětí až do té meze, které odpovídá zesílení o hodnotě A=1/B. Zde se nárůst napětí zastaví a oscilátor pracuje s ustáleným harmonickým signálem. Jakékoliv vychýlení z této rovnovážné hodnoty, např. vnějším zásahem, je automaticky opět dorovnáno do stavu přesného splnění amplitudové podmínky.

Důležitým problémem je způsob realizace řízení zesílení zesilovače v závislosti na výstupním napětí. Konkrétní realizace může být různá, ale v podstatě bude záviset na obvodovém řešení zpětnovazebního článku (RC, LC popř. ARC), jak bude ukázáno dále.

Lze tedy říci, že fázová podmínka (7.3) určuje kmitočet oscilací a amplitudová podmínka (7.2) spolu s regulačním obvodem určuje amplitudu výstupního napětí oscilátoru.

7.4 Oscilátory RC

Cíle kapitoly:

- Vysvětlení obecného blokového zapojení RC oscilátoru se setrvačným řízením amplitudy.
- Ukázka několika typů RC oscilátorů jako konkrétní realizace obecného principu.

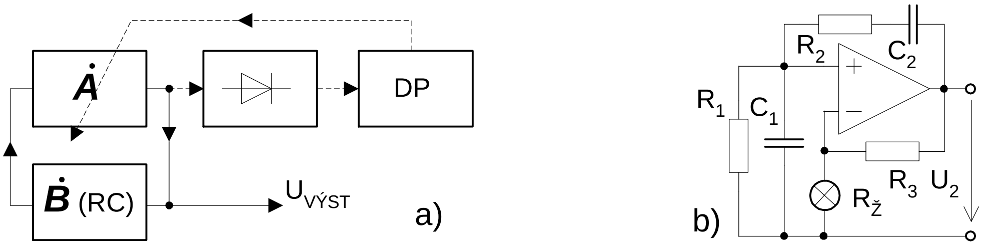
Základní princip oscilátorů RC vychází z obecného zpětnovazebního schématu podle obr. 7.3a. Princip jeho funkce lze vysvětlit pomocí upřesněného blokového schématu z obr. 7.4a. Blok s komplexním přenosem **A** je obvykle realizován jako řízený zesilovač (lineární, kmitočtově nezávislý, neinvertující s fázovým posuvem 0° nebo invertující s fází 180°). Pro druhý blok s komplexním přenosem **B** se obvykle používá pásmová propust RC. Tyto dva bloky po spojení do smyčky splňují **komplexní oscilační podmínku** ve tvaru $\hat{A}.\hat{B} = 1$, kterou lze rozložit na amplitudovou a fázovou podmínku.

Specifický je způsob **zabezpečení amplitudové podmínky**, kde je nutno použít detektor amplitudy a filtr typu DP, jehož výstupní signál (úměrný amplitudě oscilací) řídí přenos zesilovače pro splnění amplitudové podmínky (A . B = 1). Filtr typu DP, z jehož výstupu jde regulační signál, musí mít velmi nízký mezní kmitočet (asi 100 x nižší než F_0), aby zesilovač byl řízený „pomalu“ a choval se z hlediska periody oscilačního signálu **jako lineární**. Zkreslení signálu v případě jeho nelineární funkce totiž nelze podstatně snížit filtrací v selektivním bloku B, protože filtr RC má malou hodnotu Q a tudíž malou selektivitu. Nízký mezní kmitočet DP neumožňuje použití běžných oscilátorů RC pro kmitočtové pásmo pod 10 Hz, protože potřebné snížení mezního kmitočtu filtru DP by neúnosně prodloužilo dobu ustálení amplitudy.

Jednoduchým příkladem je často používaný oscilátor RC s Wienovým článkem (viz obr. 7.4b). Přenos filtru typu PP s Wienovým článkem lze určit běžnou analýzou:

$$\dot{B} = \frac{p\dfrac{1}{R_2C_1}}{p^2 + p\dfrac{R_1C_1 + R_1C_2 + R_2C_2}{R_1R_2C_1C_2} + \dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2}}, \quad \dot{B}(F_0) = \frac{1}{3}\bigg|_{R1=R2,C1=C2}, \quad \varphi(F_0) = 0 \qquad (7.5)$$

Potřebné zesílení zesilovače pak vyjádříme podle (7.4): A = 1/B(F_0) = 3. Klasický způsob zabezpečení amplitudové podmínky je realizován žárovkou. Ta funguje jako blok regulace: - detekuje amplitudu (podle velikosti amplitudy se žhaví), funguje jako DP (je setrvačná) a řídí zesílení (změna odporu žárovky $R_Ž$ mění zesílení zesilovače). Pro nenažhavenou žárovku musí být nastaven odpor R_3 tak, aby zesílení bylo vyšší než 3 a pak s růstem amplitudy (a odpovídajícím růstem odporu žárovky) klesalo zesílení. Amplituda se pak ustálí podle obr.7.3c.



Obr. 7.4: Oscilátor RC: a) základní blokové zapojení, b) příklad zapojení s Wienovým článkem.

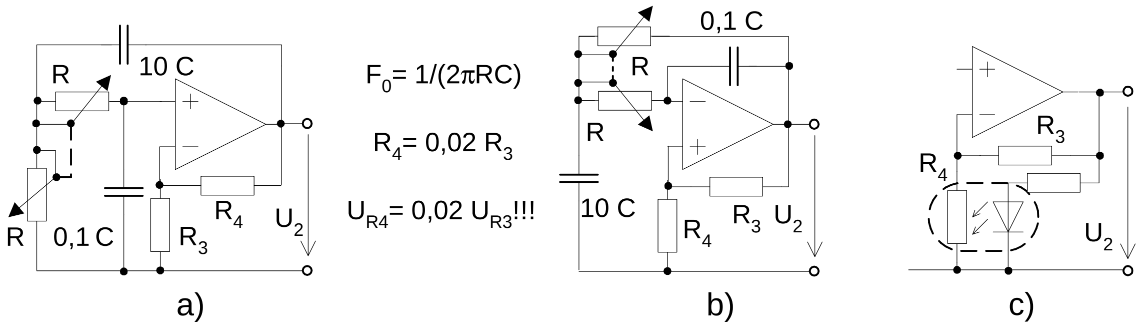
Základní vlastnosti RC oscilátorů jsou určeny hlavně **způsobem realizace článku RC**. Ukazuje se, že přemostěný článek T (viz obr. 7.5) s vhodnou volbou poměrů hodnot prvků má výhodnější vlastnosti než často používaný Wienův článek. Vyplývá to i z rozboru vlastností ARC filtrů 2. řádu s jedním OZ [14]. Obvod s Wienovým článkem má podstatně vyšší citlivosti činitele jakosti S^Q_x na změnu hodnot poměru prvků [14] (např. nedokonalý souběh hodnot ladících prvků), což vede k nutnosti větší regulace zesílení a vyššího zkreslení. Oproti tomu je oscilátor s přemostěným článkem T méně citlivý např. na zmíněný souběh hodnot ladících prvků.

Použití přemostěného článku T přináší také výhodu v potřebě menšího zesílení (A$\rightarrow$1) a tím také menšího napětí na regulačním nelineárním prvku, což vede k menšímu zkreslení a lepším šumovým poměrům. Např. oscilátor s Wienovým článkem vyžaduje zesílení A_0 = 3, oscilátor s přemostěným článkem T při vhodném poměru prvků (možno volit např. v rozmezí 10 <C_2/C_1< 1000, optimum je asi 100) vyžaduje zesílení asi A_0 = 1,001 až 1,1. Mimo uvedené dva typy zapojení bývá využíván i dvojitý článek T, u kterého je ovšem problematické použití z hlediska ladění.

Důležitým problémem je způsob realizace **obvodu pro stabilizaci amplitudy kmitů** (zabezpečení amplitudové oscilační podmínky). Nejjednodušším způsobem stabilizace amplitudy je využití nelineární charakteristiky samotného zesilovače (limitace výstupního napětí) bez detektoru amplitudy a filtru DP. Tato cesta stabilizace amplitudy nelineárním zesilovačem ale obvykle vede k vysokým hodnotám zkreslení. Proto je uvedený princip využíván především u oscilátorů LC, kde je možné zkreslení snížit díky použití selektivního filtru LC. U kvalitnějších oscilátorů s malým zkreslením se využívají pro stabilizaci amplitudy doplňkové obvody pro řízení zesílení zesilovače. Nejznámější realizací těchto obvodů pro regulaci amplitudy je žárovka (viz obr. 7.4b), která splňuje (i když ne ideálně) všechny uvedené regulační funkce (detekce amplitudy, filtrace, řízení zesílení). Snaha o snížení zkreslení vedla k použití nových regulačních prvků (termistor, fotoodpor řízený LED, FET tranzistor, integrované řízené zdroje proudu – OTA a pod.) a k vývoji nových typů obvodů pro regulaci amplitudy, jako jsou např. dvě regulační smyčky (první rychlejší a hrubější s druhou pomalejší a jemnější), nebo vzorkovací princip s rychlou stabilizací pro snižování zkreslení v oblasti nízkých kmitočtů. Nové způsoby potlačení zkreslení v oblasti nízkých kmitočtů vlivem obtížné filtrace usměrněného signálu jsou ukázány v kap.7.5.

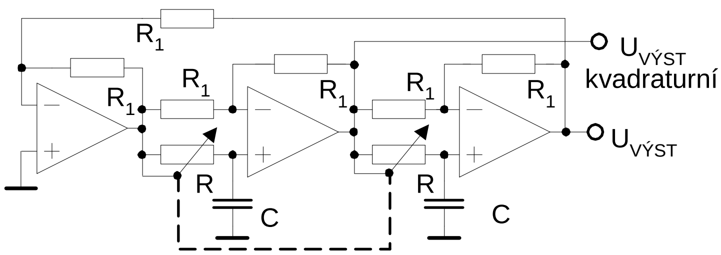
Jako nejjednodušší a přitom široce využitelné praktické zapojení lze uvést RC oscilátor s širokou možností přeladění při poměrně malé citlivosti na souběh hodnot ladících odporů (dvě možné varianty zapojení jsou na obr. 7.5). Malé citlivosti je dosaženo volbou dostatečného poměru hodnot kapacit. Předností zapojení, korespondující s poznatky z diskuse k obr. 7.3, dokumentuje následující fakt. Nepřelaďovaná verze tohoto oscilátoru umožňuje nastavit stabilní oscilace na mezi limitace OZ se zkreslením pod 0,1 %, a to i bez obvodu stabilizace amplitudy vhodnou (nepříliš citlivou) volbou hodnoty odporu R_3 nebo R_4. Pro případ přeladitelného oscilátoru je samozřejmě nutno použít stabilizaci amplitudy vzhledem k nestabilitě poměru hodnot ladících prvků.

Pro praktické použití je vhodnější volit zapojení oscilátoru z obr. 7.5 b) vzhledem k tomu, že výstup OZ zde není zatížený velkou kapacitou a má tudíž lepší a stabilnější vlastnosti pro vyšší kmitočty. Pro přeladění v celém akustickém pásmu 20 Hz až 20 kHz bez přepínání je nutno použít logaritmický či exponenciální tandemový potenciometr 500 kΩ se sériovými omezovacími odpory asi 390 Ω. Pro dosažení požadovaného ladícího rozsahu lze vypočítat základní kapacitu (asi 18 nF). Vzhledem k potřebnému poměru hodnot kondenzátorů volíme hodnoty 180 nF a 1,8 nF. Pro stabilizaci amplitudy je možné použít různé metody, díky malé hodnotě napětí na R_4 lze na tomto místě použít FET tranzistor s odpovídajícím usměrňovačem napětí z výstupu OZ a RC filtrem pro získání vyhlazeného řídícího napětí. Tak lze snadno dosáhnout zkreslení THD< 1 %. Ještě menšího zkreslení (menšího než 0,03 %) lze dosáhnout použitím regulačního obvodu s optočlenem (fotoodpor se svítivou diodou), viz obr. 7.5 c). V obou případech musíme zvolit adekvátní hodnotu R_3, aby regulovaný odpor R_4 mohl zabezpečit odpovídající přenos 1/B. Pro další snížení zkreslení je vhodné použít oddělovací zesilovač, kterým oddělujeme nelineární zátěž svítivé diody od výstupu a případnou změnou zesílení zesilovače jednoduše nastavujeme amplitudu oscilačního napětí. Zmenšení zkreslení pro nízké kmitočty (oblast *a* na obr. 7.24) dosáhneme použitím dvojcestného usměrnění, což je u optočlenu vcelku jednoduše realizovatelné antiparalelním zapojením dvou svítivých diod.



Obr. 7.5: Zapojení laditelných oscilátorů RC s jedním OZ: a) varianta zapojení s neinvertujícím zesilovačem, b) varianta zapojení s invertujícím zesilovačem, c) varianta zapojení regulačního obvodu s optočlenem (fotoodpor – LED).

Další zkvalitnění oscilátorů RC přineslo **zapojení s dvěma fázovacími články** (popř. integrátory). Toto zapojení s třemi OZ (viz obr. 7.6) realizuje blok A jako invertující zesilovač s fázovým posuvem 180°. Další potřebný posuv 180° realizují dva fázovací články pro kmitočet f = F_0 (možno použít i zapojení se zaměněnými R a C). Zde je oproti předchozím realizacím s jedním OZ výhodou především nízká citlivost na tolerance hodnot ladících prvků a minimální závislost amplitudy přenosu při ladění pro splnění amplitudové podmínky. Ta je opět zabezpečena řízením přenosu invertujícího zesilovače, např. termistorem ve zpětné vazbě invertoru nebo již uvedeným optočlenem s fotoodporem. Další výhodou je možnost kvadraturního výstupu (signál posunutý o 90°) na prvním fázovacím článku.



Obr. 7.6: Příklad zapojení oscilátoru se dvěma fázovacími články RC 1. řádu.

7.5 Oscilátory ARC (s automatickou následnou filtrací)

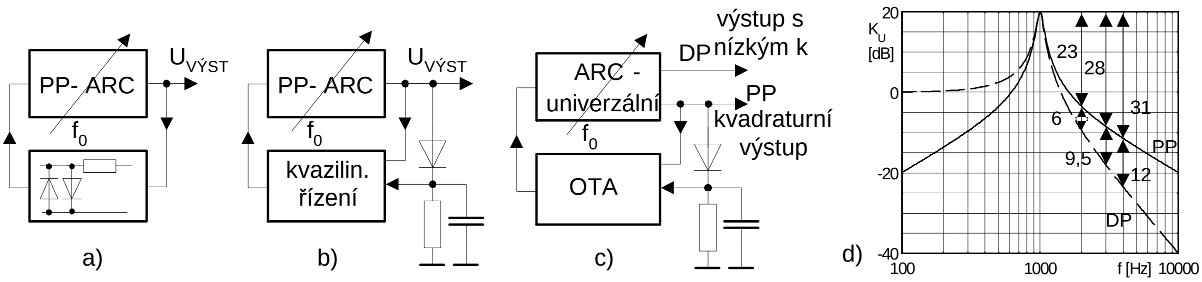
Cíle kapitoly:

- Podání přehledové informace o poměrně novém principu oscilátorů, které využívají kvalitních aktivních filtrů ARC k dosažení velmi malých zkreslení generovaných signálů.

V oblasti nízkofrekvenčních oscilátorů jsou poměrně novým principem oscilátory ARC [14]. Tyto obvody se na první pohled příliš neliší od oscilátorů RC, jejich princip funkce je ale částečně odlišný. Jedna z možností jejich realizace je naznačena na blokovém schématu na obr. 7.27 a). Základním rozdílem je použití filtru ARC s vyšším činitelem jakosti a selektivitou, než má filtr RC u klasických oscilátorů RC. Vzhledem k výkonovému zisku filtru ARC může být druhý blok realizován jako pasivní obvod pro nesetrvačnou stabilizaci amplitudy. Podstatný je efekt **snížení zkreslení** výstupního signálu $U_{VÝST}$ oproti výstupnímu signálu z obvodu pro stabilizaci amplitudy, a to **pomocí filtrace selektivní pásmovou propustí**. Ukazuje to obr. 7.7 d), kde je zřejmé snížení přenosu pro vyšší harmonické složky oproti základní harmonické složce, a to v závislosti na hodnotě Q (zde uvažováno Q=10). Tímto typem oscilátoru lze dosáhnout zkreslení THD<0,1 %, ale výhodou je jeho funkce s okamžitou stabilizací amplitudy (nulová doba ustálení) i pro kmitočty řádově 0,01 Hz, což je dáno nesetrvačnou stabilizací amplitudy (minimální kmitočet omezují pouze možnosti realizace filtru ARC).

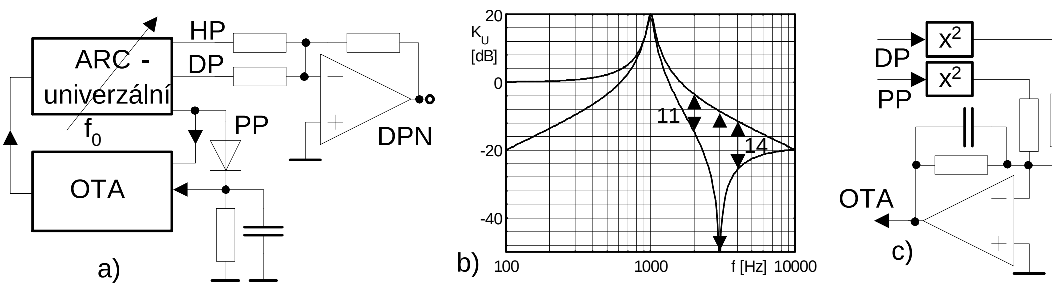
U výše uvedeného výchozího zapojení lze dále snižovat harmonické zkreslení. Jedna cesta využívá klasické setrvačné stabilizace amplitudy s kvazilineárním řízením (obr. 7.7 b), které má nižší základní zkreslení, než předchozí nesetrvačný nelineární stabilizátor.

Druhý způsob snižování zkreslení využívá zlepšení filtrace a tudíž většího potlačení vyšších harmonických složek při použití univerzálního filtru ARC 2. řádu s výstupem DP (obr. 7.7 c). Zvýšení útlumu přenosu pro vyšší harmonické složky v porovnání s výstupem PP je zřejmé na obr. 7.7 d). Touto cestou se zvýší útlum pro druhou harmonickou složku asi o 6 dB a pro třetí harmonickou asi o 9,5 dB. Výhodou je také možnost využít výstupu PP pro získání kvadraturního signálu.



Obr. 7.7: Základní typy zapojení oscilátoru ARC: a) pro velmi nízké kmitočty s nesetrvačnou stabilizací amplitudy, b) pro nízká zkreslení se setrvačnou kvazilineární stabilizací amplitudy, c) s větším potlačením vyšších harmonických složek filtrem typu DP a kvadraturním výstupem, d) porovnání útlumů vyšších harmonických složek pro výstup PP a DP (Q=10).

Další možnosti snížení harmonického zkreslení přináší realizace filtru s nulou přenosu (DPN), jak je to zřejmé z obr. 7.8 a). Zde je možno volit kmitočet nuly přenosu v závislosti na tom, která z vyšších harmonických složek na výstupu zpětnovazebního stabilizačního členu (např. řízený OTA zesilovač) převládá. Typické použití pro potlačení třetí harmonické složky zvyšuje útlum proti základnímu výstupu na pásmové propusti pro druhou harmonickou složku asi o 11 dB a pro čtvrtou asi o 14 dB (viz obr. 7.8 b).



Obr. 7.8: Zapojení oscilátoru ARC: a) pro velmi nízké zkreslení s maximálním potlačením 3. harmonické, b) porovnání útlumů vyšších harmonických složek pro výstup PP a DPN (Q=10), c) zapojení pro kvadraturní stabilizaci amplitudy (kvazilineární a přitom nesetrvačná).

V předchozím textu byl naznačen problém růstu zkreslení pro nízké kmitočty, způsobené detektorem amplitudy při setrvačné stabilizaci amplitudy. Snížení tohoto zkreslení lze dosáhnout využitím kvadraturního nesetrvačného detektoru amplitudy (obr. 7.8 c), který využívá známého vztahu

$$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = \cos^2(\alpha) + \cos^2(\alpha + 90°) = 1\,. \tag{7.5}$$

Z něj vyplývá, že součet kvadrátů složek, posunutých o 90°, je konstantní a časově nezávislý. Tímto způsobem je možno potlačit zvlnění, typické pro normální amplitudové detektory, které zvyšuje zkreslení stabilizátoru amplitudy. Teoreticky pak není potřebné používat filtr typu dolní propust pro potlačování tohoto zvlnění. V praxi je však obtížné dosáhnout u reálných signálů absolutně přesně uvedené funkce. Proto nemusí být zvlnění zcela nulové a pro jeho minimalizaci je možné použít pomocný filtr, jak je naznačeno na obr. 7.8 c). Levnější náhradou tohoto řešení je použití 4-fázového dvojcestného usměrnění, kdy dvě fáze jsou dány kvadraturními výstupy a další dvě fáze (45^o a 135^o) lze získat součtem z kvadraturních výstupů. Při vhodné volbě hodnoty zatěžovacího odporu pro usměrňovací diody lze dosáhnout prakticky stejnosměrného průběhu i bez filtračního kapacitoru.

Zvýšení zkreslení v oblasti vysokých kmitočtů je dáno především kmitočtovými a nelineárními vlastnostmi zesilovačů. Pro optimální návrh oscilátorů v tomto kmitočtovém pásmu je proto potřebné volit vhodné zapojení a vhodné typy zesilovačů.

V současné době je při použití nízkofrekvenčních oscilátorů často požadována možnost jejich **elektronického ladění**. Pro realizaci řízených ladících prvků lze využít některé z možností (např. řízené fotoodpory, řízené zesilovače OTA, spínané obvody, převodníky D-A apod.). Optimální výběr metody závisí na celé řadě hledisek (typu řídícího signálu, rozsahu ladění, kmitočtové stabilitě, harmonickém zkreslení). Použití zesilovačů OTA může přinášet pro širší kmitočtový rozsah poněkud větší harmonické zkreslení. Jako perspektivní se ukazují číslicově řiditelné převodníky A-D, zapojené jako řízený odpor.

Důležitou otázkou při návrhu oscilátorů je i volba typu **zapojení univerzálního filtru ARC**. Pro kmitočtové pásmo f <100 kHz se jako nejjednodušší ukazuje volba známého zapojení filtru ARC s dvěma integrátory a invertorem [14]. V tomto obvodu lze vzhledem k virtuálnímu uzemnění invertujících vstupů OZ jednoduše použít všechny uvedené řízené odporové prvky. Vhodné je toto řízení realizovat např. v rámci jedné dekády a dekády přepínat pomocí změny kondenzátorů. Pro vyšší kmitočtová pásma je nutno minimalizovat silný parazitní vliv OZ.

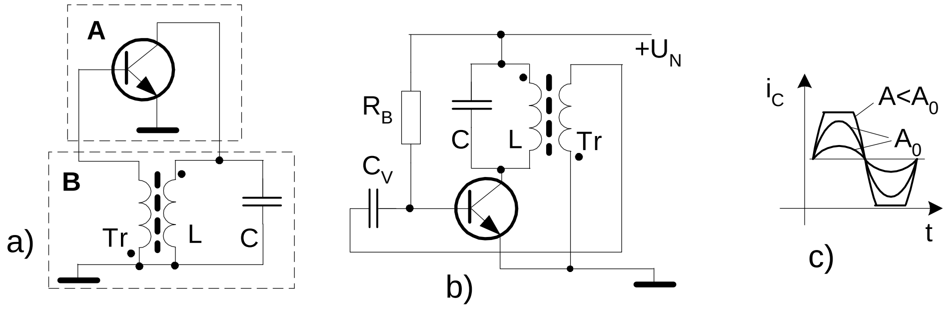
7.6 Oscilátory LC a krystalové

Cíle kapitoly:

- Vysvětlení funkce klasických LC oscilátorů s transformátorovou zpětnou vazbou a v tzv. tříbodovém zapojení. Odvození a analýza oscilačních podmínek.
- Představení krystalových oscilátorů a jejich základních výhod i omezení.

Tento typ oscilátorů rovněž vychází ze základního blokového uspořádání zpětnovazebních oscilátorů (obr. 7.3). Oproti oscilátorům RC je zde několik rozdílů. Vzhledem k tomu, že se obvykle používá pro oblast vysokých kmitočtů jako aktivní prvek zesilovače tranzistor, a to jeho varianta s největším výkonovým zesílením – se společným emitorem, jde o invertující zesilovač (φ_A =180^o). Proto je relativně obtížnější nalézt jednoduchý zpětnovazební článek s přenosem 180^o pro splnění fázové podmínky. Dále má tranzistorový zesilovač oproti zesilovači s OZ poměrně nízký vstupní a vysoký výstupní odpor (lze ho spíše chápat jako řízený zdroj proudu). Proto pro řešení oscilátoru se obtížně oddělují přenosy bloků **A** a **B**, protože tyto přenosy jsou ovlivněny jejich výstupními odpory a zátěží následného vstupního odporu. Odlišný je také i způsob realizace automatického řízení zesílení pro splnění amplitudové podmínky.

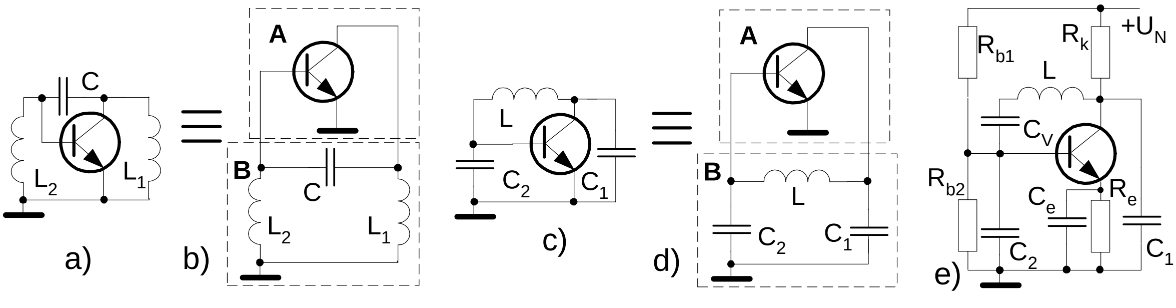
Základní příklad realizace oscilátoru RC s jedním tranzistorem je na obr. 7.9. Zpěnovazební princip je zřejmý z obr. 7.9a, kde k invertujícímu zesilovači je připojena pásmová propust LC s nulovým fázovým posuvem, a proto je doplněna transformátorem pro otočení polarity signálu. Tím je zabezpečena **fázová podmínka** (7.3). Na obr. 7.9b je uvedeno úplné schéma oscilátoru i s pomocnými prvky. Tranzistor je napájen ze zdroje U_N a pracovní bod má zabezpečen stejnosměrným proudem do báze přes odpor R_B. Kapacitor C_V slouží pro oddělení stejnosměrného zkratu báze proti zemi přes sekundární vinutí transformátoru. Z hlediska střídavého signálu ale musí mít C_V minimální impedanci, a proto musí mít dostatečnou, ale ne příliš velkou kapacitu (hrozí nebezpečí vzniku superreakčních kmitů vzhledem k nabíjení C_V přes diodu BE tranzistoru).



Obr. 7.9: Zapojení oscilátoru LC s transformátorem: a) principiální střídavé náhradní schéma, b) skutečné zapojení, c) průběhy proudu kolektoru bez saturace (přenos A_0) a se saturací (přenos $A<A_0$).

Princip zabezpečení **amplitudové podmínky** je odlišný od oscilátorů RC. Vede k tomu hlavní důvod v dostatečné selektivitě filtru LC, takže nejjednodušším řešením je využití nelineární saturace proudu kolektoru (viz obr. 7.9c). Pro začátek oscilací a dostatečně malý signál není proud kolektoru saturován a zesílení A_0 je vyšší, než vyžaduje amplitudová podmínka. Proto amplituda roste, až dojde k saturaci a zkreslení proudu. Filtr LC vybírá z vzniklého spektra první harmonickou složku, takže celý zesilovač i s pásmovou propustí se chová jako lineární zesilovač, ovšem s nižší hodnotou zesílení A (vstupní napětí se zvýšilo, výstupní zůstalo prakticky konstantní). Tím dosáhneme závislosti přenosu pro první harmonickou složku podle základní charakteristiky z obr. 7.3c.

Nevýhoda komplikovanější realizace transformátoru vedla k použití tzv. **tříbodových oscilátorů**. Dvě základní varianty, Hartleyova a Colpittsova, jsou ukázány na obr. 7.10a,c. Snazší pochopení jejich funkce umožňují schémata se zpětnovazebním uspořádáním (obr. 7.10b,d), kde je zřejmý blok invertujícího zesilovače **A** a blok **B** s filtry typu HP resp. DP 3. řádu. Tyto filtry mají při rezonanci posuv fáze o 180^o, což umožňuje splnění fázové podmínky bez použití transformátoru. Současně rozdělení jedné reaktance rezonančního obvodu (L na L_1 a L_2 u Hartleyova a C na C_1 a C_2 u Colpittsova oscilátoru) umožní nejen fázový posuv o 180^o, ale i impedanční přizpůsobení vstupní a výstupní impedance tranzistorového zesilovače (obdobně jako odbočky transformátoru).



Obr. 7.10: Střídavé náhradní schéma tříbodových oscilátorů LC: a), b) základní a zpětnovazební schéma Hartleyova oscilátoru, c), d) základní a zpětnovazební schéma Colpittsova oscilátoru, e) úplné zapojení Colpittsova oscilátoru.

Příklad skutečného zapojení s napájením je na obr. 7.10e. Rezistory R_{b1}, R_{bE} a R_e zabezpečují pracovní bod, R_k je zatěžovacím rezistorem a C_V zabezpečuje stejnosměrné oddělení báze a kolektoru. **Analýza a návrh těchto oscilátorů** je poněkud komplikovanější než u oscilátorů RC. Vzhledem k tomu, že zesilovač nemá nekonečný vstupní a nulový výstupní odpor, dochází k vzájemnému ovlivňování přenosů **A** a **B**, nemluvě o tom, že je problém rozdělit jednoznačně oba bloky. Proto je vhodnější řešit obvod oscilátoru jako celek, kdy pro autonomní soustavu platí, že determinant její admitanční matice má nulovou hodnotu. Jako příklad si můžeme uvést analýzu Colpittsova oscilátoru z obr. 7.10c. Pokud bázový uzel označíme jedničkou a kolektorový dvojkou a uvažujeme hodnotu y_{12e} za nulovou a ostatní prvky admitanční matice tranzistoru za reálné, lze admitanční matici celého oscilátoru v operátorovém tvaru vyjádřit takto:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{vmatrix} y_{11e} + pC_2 + \frac{1}{pL} & -\frac{1}{pL} \\ y_{12e} - \frac{1}{pL} & y_{22e} + pC_1 + \frac{1}{pL} \end{vmatrix} = 0 \qquad (7.6)$$

Determinant má pak tvar

$$p^2 C_1 C_2 + p(C_1 y_{11e} + C_2 y_{22e}) + \frac{C_1 + C_2}{L} + y_{11e} y_{22e} + \frac{1}{pL}(y_{11e} + y_{21e} + y_{22e}) = 0 \ . \qquad (7.7)$$

Přejdeme-li do Fourierovského vyjádření (p=jω), můžeme rozdělit komplexní rovnici na rovnici pro reálnou a imaginární část. Reálnou část lze zapsat takto:

$$-\omega^2 C_1 C_2 + \frac{C_1 + C_2}{L} + y_{11e} y_{22e} = 0 \ . \qquad (7.8)$$

Z ní lze vyjádřit vztah pro ω_0. Rovnice tak vyjadřuje **fázovou oscilační podmínku**:

$$\Omega_0^2 = \frac{C_1 + C_2}{LC_1C_2} + \frac{y_{11e} y_{22e}}{C_1 C_2} = \frac{1}{LC_S} + \frac{y_{11e} y_{22e}}{C_1 C_2} \ . \qquad (7.9)$$

Je zřejmé, že při nulové hodnotě y_{11e} nebo y_{22e} přechází vztah (7.9) v klasický Thomsonův vztah pro rezonanční obvod s ekvivalentní kapacitou C_S, která odpovídá sériovému spojení C_1 a C_2. Na druhou stranu vidíme, že nenulové vodivosti y_{11e} a y_{22e} tranzistoru ovlivňují rezonanční kmitočet a prakticky snižují stabilitu oscilačního kmitočtu.

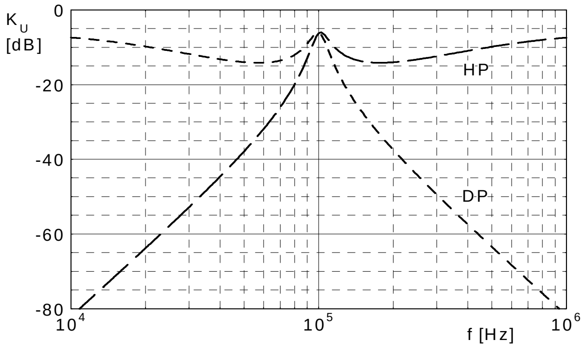
Imaginární část komplexní rovnice (7.7) lze vyjádřit vztahem

$$j\omega(C_1 y_{11e} + C_2 y_{22e}) + \frac{1}{j\omega L}(y_{11e} + y_{21e} + y_{22e}) = 0 \ , \qquad (7.10)$$

z něhož lze po zjednodušeních (zanedbáme y_{22e} v první části a y_{11e} a y_{22e} v druhém členu) vyjádřit rovnici

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{y_{21e}}{y_{11e}} - 1 . \qquad (7.11)$$

Ta odráží **amplitudovou podmínku oscilací**, když vyjadřuje potřebný poměr hodnot C_1/C_2 vhledem k míře zesílení (y_{21e}) a ztrát (y_{11e}). Ve skutečném případě by bylo nutno uvažovat i ztráty v pomocných rezistorech R_b a především R_k a také ztráty ve vnější zátěži. Vzhledem k diskutovanému principu stabilizace a větší míře ztrát musí být ve skutečnosti zesílení větší, aby došlo k náběhu kmitů a po dosažení saturace proudu k poklesu zesílení na hodnotu, odpovídající skutečné amplitudové podmínce. Navíc při ladění oscilátoru jedním prvkem se oscilační podmínka mění a je třeba mít ještě větší rezervu zesílení.



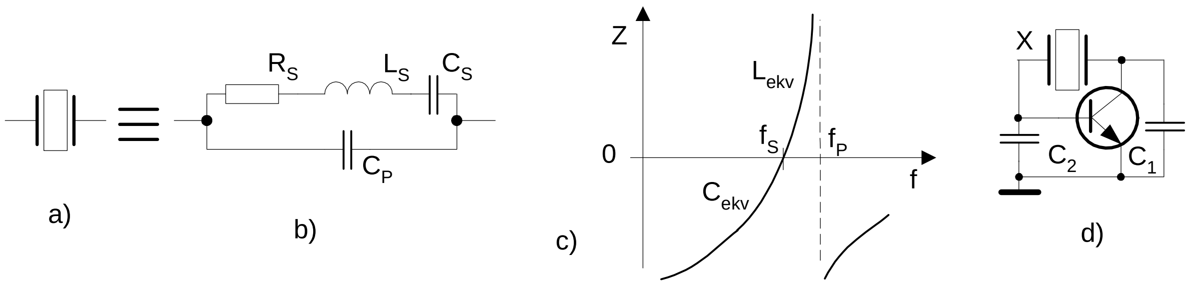
Obr. 7.11: Přenosy filtrů typu DP a HP 3. řádu (bloky B na obr. 7.10).

Výhody a nevýhody obou variant zapojení z obr. 7.10 lze porovnat z různých hledisek. Např. z hlediska laditelnosti jedním prvkem je výhodnější Hartleyův oscilátor, protože umožňuje ladění proměnným kondenzátorem. Z hlediska čistoty spektra generovaného harmonického signálu je naopak výhodnější Colpittsovo zapojení, protože filtr typu DP má podstatně vyšší potlačení harmonických složek než HP u druhé varianty, jak je to zřejmé z obr. 7.11.

Mimo uvedené dvě varianty tříbodových oscilátorů existuje několik jejich variant, které se různým způsobem snaží minimalizovat reálné vlivy tranzistoru (především vliv na stabilitu kmitočtu, ale i vliv přelaďování, zapojení tranzistoru SB apod.) a různým způsobem řeší zapojení stejnosměrných obvodů a napájení. Jsou známy např. pod názvy Clappův, Pierceův, Vackářův atd.

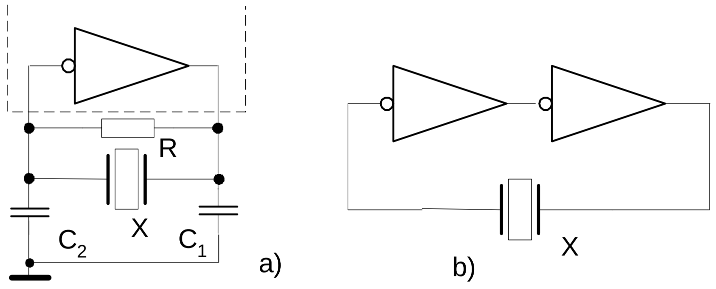
Krystalové oscilátory jsou zvláštní variantou oscilátorů LC, kde je využíván krystal jako rezonanční dvojpól. Hlavní důvod je ve vysoké stabilitě rezonančního kmitočtu krystalu, což pak určuje vysokou stabilitu kmitočtu celého oscilátoru. Náhradní schéma krystalu je uvedeno obr. 7.12b. Vzhledem k složitější struktuře se projevuje nejen sériová rezonance rezonančního obvodu C_S, L_S a R_S s kmitočtem f_S, ale i paralelní rezonance na kmitočtu f_P, způsobená připojenou paralelní kapacitou C_P ke zbytku obvodu. Ekvivalentní hodnoty náhradních prvků mají takové hodnoty, že hodnota paralelní kapacity má jen minimální vliv na rezonanční kmitočty f_S a f_P (které jsou velice blízko sebe), a proto je tento rezonátor jen minimálně citlivý na externí změnu paralelní kapacity.

Pro oscilátory je krystal používán ve dvou režimech. V prvním případě nahrazuje indukčnost v Colpittsově oscilátoru (obr. 7.12d). Rezonanční kmitočet se ustálí mezi kmitočty f_S a f_P, kde má krystal induktivní impedanci, aby byla splněna fázová podmínka. Tato varianta se též nejčastěji používá i v generátorech „hodinového“ signálu v číslicových obvodech (mikroprocesorech apod.), kde je jako invertující zesilovač použito logické hradlo (obr. 7.13a). Běžně používaná hodnota kapacit C_1 a C_2 je pro kmitočty 1-20 MHz asi 10-30 pF. Rezistor R o hodnotě cca 1 MΩ zabezpečuje stejnosměrný režim hradla jako analogového zesilovače. Stabilizace amplitudy se obvykle neřeší, naopak, invertor pracuje s velkým zesílením, takže na výstupu je saturovaný obdélníkový signál.



Obr. 7.12: Krystal: a) symbol, b) náhradní elektrické schéma, c) kmitočtová závislost impedance, d) střídavé náhradní schéma Colpittsova oscilátoru s krystalem.

Druhá varianta zapojení (obr. 7.13b) využívá sériové rezonance (pásmová propust s nulovým posuvem fáze). Z tohoto důvodu musí být zesilovač neinvertující (dva invertory v kaskádě). V případě potřeby získání harmonického signálu jsou používány tranzistorové zesilovače s adekvátním nastavením pracovních bodů a vhodným režimem stabilizace amplitudy.



Obr. 7.13: Zapojení krystalových oscilátorů s logickými hradly: a) Colpittsova varianta, b) se sériovou rezonancí a nulovým fázovým posuvem.

7.7 Stabilní oscilátory s nastavitelným kmitočtem

Cíle kapitoly:

- Vysvětlení funkce stabilních oscilátorů, pracujících na principu fázového závěsu (PLL).
- Popis principu přímé digitální syntézy (DDS).

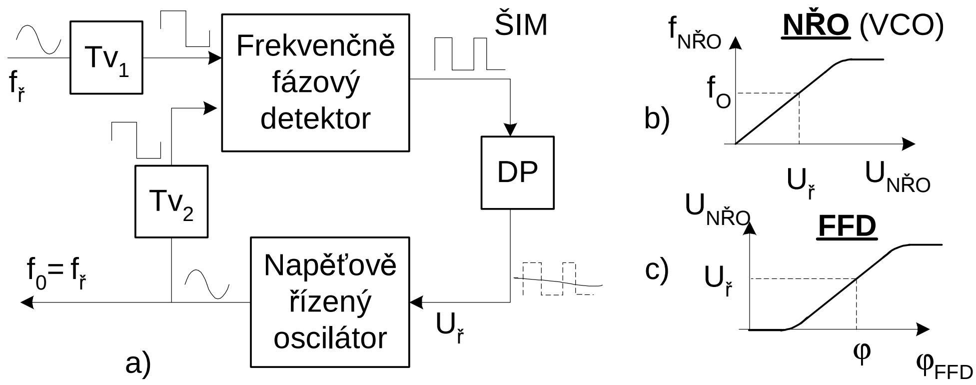
Je zřejmé, že je možné běžně realiyovat oscilátor RC či LC s plynule či skokově nastavitelným kmitočtem a relativně nízkou stabilitou kmitočtu (asi $\Delta f_0/f_0=10^{-4}$) nebo naopak krystalový s pevným neladitelným kmitočtem a vysokou stabilitou kmitočtu (lepší než $\Delta f_0/f_0=10^{-6}$). Pro některé účely (např. oscilátory v různých typech přijímačů, obzvláště pak v leteckých přijímačích) potřebujeme oscilátory s nastavitelným kmitočtem a vysokou stabilitou. Řešení se historicky vyvíjelo od různých typů syntezátorů či směšovacích systémů (ve starších leteckých či vojenských radiostanicích) až po modernější způsoby s fázovými závěsy (PLL) či nový přístup s přímou digitální syntézou (DDS). Protože směšovací systémy mají problémy s dostatečnou filtrací parazitních směšovacích složek a neposkytují dostatečně čisté spektrum, dnes se již nepoužívají.

Oscilátory s fázovým závěsem vycházejí z obecnějšího principu fázového závěsu (anglicky Phase Lock Loop – PLL), který se používá i v mnoha jiných typech aplikací. Základní princip fázového závěsu je uveden na obr. 7.14. Tvoří jej základní smyčka tří bloků, frekvenčně fázového detektoru (FFD), filtru typu dolní propust (DP) a napěťově řízeného oscilátoru (NŘO, anglicky Voltage Controlled Oscillator – VCO). Pomocné bloky tvarovačů (Tv_1 a Tv_2) tvarují harmonické signály na obdélníkové (pokud řídící signál a signál z VCO není přímo obdélníkový). Je to z toho důvodu, že většina FFD pracuje v impulzním režimu.

Blok FFD, často označovaný jen jako fázový detektor, má za úkol porovnat fázi obou přiváděných signálů a řídit výstupní napětí podle velikosti tohoto fázového rozdílu, jak to ukazuje obr. 7.14c. Fázový rozdíl lze ale definovat pouze pro dva signály se shodným kmitočtem. V obecném případě ale mají oba signály rozdílný kmitočet, a proto je požadavek, aby detektor detekoval i rozdílnost kmitočtů (proto frekvenčně fázový detektor). Optimální je, aby v případě neshody obou kmitočtů měl detektor na výstupu minimální, resp. maximální napětí. Způsobů realizace FFD je více, obvykle v impulsním režimu, kdy základním výstupním signálem FFD je impulsní signál s šířkovou modulací (ŠIM, anglicky PWM), kde šířka impulsu odpovídá fázovému rozdílu. Jedním z takových obvodů je např. logický obvod EX-OR s výstupní úrovní 1 při shodnosti a 0 při neshodnosti vstupních signálů. Při fázovém posuvu 90^o je pak poměr impuls/mezera výstupního signálu 1:1.

Protože řídící napětí pro VCO musí být spojité, je nutno za samotný blok FFD zařadit filtr typu DP, který ze signálu ŠIM filtruje jeho střední hodnotu, úměrnou relativní šířce impulsu. Mezní kmitočet tohoto filtru musí být značně nižší, než je kmitočet vstupních signálů. Na druhou stranu tento mezní kmitočet určuje rychlost regulace celé smyčky a musí splňovat podmínky pro stabilitu celé smyčky. Je zřejmé, že hodnota tohoto kmitočtu se volí jako určitý kompromis mezi potřebnou rychlostí reakce smyčky a kvalitou řídícího signálu pro VCO. Obvykle se volí filtr RC 1. řádu, popř. 2. řádu s nutnou kontrolou stability smyčky.

Třetím důležitým blokem je napěťově řízený oscilátor (VCO), jehož kmitočet závisí na řídícím napětí např. podle charakteristiky z obr. 7.14b. Jeho provedení může být také různé. Jednoduché provedení spočívá např. v použití LC oscilátoru, kde jako rezonanční kapacitor použijeme varikap, jehož kapacita bude záviset na řídícím napětí. Nepotřebujeme-li harmonický výstupní signál, lze použít různé varianty napěťově řízených impulsních generátorů.



Obr. 7.14: Fázový závěs: a) principiální blokové schéma, b) převodní charakteristika VCO, c) převodní charakteristika FFD.

Funkce fázového závěsu má dva režimy. Nejprve je kmitočet VCO f_0 odlišný od kmitočtu $f_ř$ řídícího signálu. V tom případě je řídící napětí $U_ř$ buď nízké anebo vysoké a způsobuje zvyšování, resp. snižování kmitočtu VCO směrem ke kmitočtu $f_ř$. Jakmile je kmitočet shodný, tj.

$$f_0 = f_ř\,, \tag{7.12}$$

nastane druhá fáze, kdy VCO pracuje synchronně s řídícím signálem (tzv. v závěsu), kdy se funkce smyčky ustálí nejen na shodnosti kmitočtů, ale i na určité hodnotě fázového rozdílu φ tak, aby tato hodnota byla převedena na takové řídící napětí, pro které kmitočet VCO odpovídá kmitočtu $f_ř$. Smyčka pracuje v režimu záporné zpětné vazby, takže každá změna, narušující rovnováhu smyčky (šum řídícího napětí, změna řídícího kmitočtu apod.), která je kratší než časová konstanta DP, je okamžitě plynule kompenzována bez porušení rovnováhy. Pokud je změna rychlejší, synchronizmus se rozpadne a kmitočet oscilátoru je postupně do synchronizmu dostavován. Dále lze podotknout, že rozsah zachycení a udržení synchronizmu při pomalých změnách nemusí být vždy v plném rozsahu 0-Fmax, ale může být i záměrně omezován jak konstrukcí FFD, tak VCO v definovaných mezích. Např. tak může fungovat jako speciální typ filtru pro proměnné monochromatické signály apod.

Lze tedy říci, že **fázový závěs vyrábí signál o shodném kmitočtu jako je kmitočet řídícího signálu**, což se na první pohled jeví jako zbytečné. Ovšem při zakombinování do složitějších systémů (modulátory, demodulátory, generátory kmitočtů i zmíněný filtr) jde o velmi praktický a využívaný obvod. Samotný fázový závěs je též vyráběn jako integrovaný obvod. Neznámějším a již mnoho let využívaným typem v technologii CMOS je obvod 4047 či jeho rychlejší varianty.

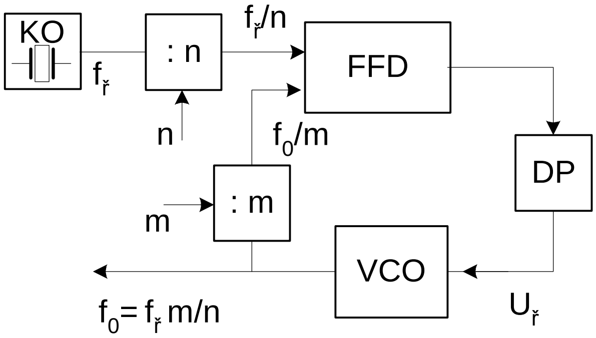
Při použití fázového závěsu jako nastavitelného generátoru jej můžeme využít podle obr. 7.15. Proti původnímu zapojení z obr. 7.14a je obvod rozšířen o číslicové děličky kmitočtu, které dělí vstupní kmitočet celočíselným poměrem ***n*** a kmitočet VCO poměrem ***m***. FFD tedy porovnává a dostavuje do shody nikoliv původní kmitočty, ale jejich podělené hodnoty, takže platí

$$\frac{f_ř}{n} = \frac{f_0}{m}. \tag{7.13}$$

Z toho lze odvodit vztah pro výsledný kmitočet VCO

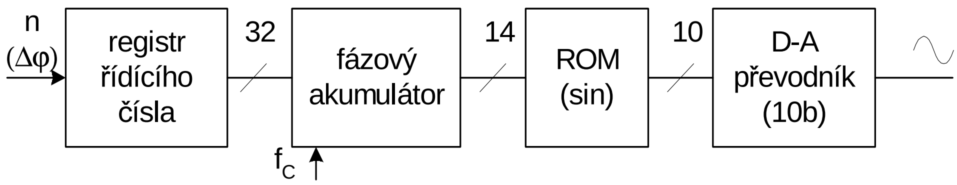
$$f_0 = f_ř \frac{m}{n} = m \frac{f_ř}{n}. \tag{7.14}$$

Tento vztah lze interpretovat dvěma způsoby, kdy výsledný kmitočet je dán násobkem neceločíselné hodnoty poměru m/n, nebo lépe, kdy máme základní kmitočtový skok $f_ř/n$ a výsledný kmitočet je ***m***-násobek tohoto kmitočtového skoku. V přijímačích FM s laděním PPL je tento skok obvykle 50 kHz a ladí se změnou celočíselné hodnoty *m*. Při použití krystalového oscilátoru KO jako zdroje referenčního kmitočtu získáme generátor s vysokou stabilitou kmitočtu a možností jeho nastavení podle vztahu (7.14).



Obr. 7.15: Použití fázového závěsu pro realizaci oscilátoru s nastavitelným kmitočtem a vysokou stabilitou tohoto kmitočtu.

Druhá, novější a modernější cesta využívá digitální techniku s DA převodníkem a obvykle je uváděna pod názvem **Direct Digital Synthesis – DDS**. Její základní myšlenka spočívá ve vytváření digitálního vyjádření harmonického (či jiného) signálu a jeho převod na analogový signál převodníkem D-A. Podrobněji je tento princip vyjádřen blokovým schématem na obr. 7.16. V bloku paměti ROM jsou číslicové hodnoty vzorků harmonického (či jiného) signálu. Výsledný kmitočet je určen rychlostí, s jakou jsou tyto vzorky převáděny do D-A převodníku, neboli na kolik dílů bude rozdělena perioda vytvářeného signálu při konstantním časování.



Obr. 7.16: Principiální blokové schéma nastavitelného a stabilního oscilátoru technikou DDS.

K určení kmitočtu je využit fázový akumulátor a registr řídícího čísla, které přivedeme do obvodu. Vychází se ze základního řídícího („hodinového“) kmitočtu f_c, který je dán krystalovým oscilátorem. Základní myšlenka vychází z rozdělení celé periody signálu na definovaný počet úseků tak, že jeden úsek o hodnotě $\Delta\varphi$ můžeme definovat pomocí časového intervalu Δt vztahem

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \,. \tag{7.15}$$

Z toho pak vyjádříme úhlový kmitočet ω

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 2\pi f \,. \tag{7.16}$$

Při úvaze, že základní časový krok Δt je dán periodou hodinového signálu ($\Delta t=1/f_c$), můžeme vyjádřit výsledný kmitočet f vztahem

$$f = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} f_c \,. \tag{7.17}$$

Nyní je důležité, na jak jemný krok lze rozdělit periodu generovaného signálu. V daném příkladě (integrovaný obvod firmy Analog Devices) bylo zvoleno 32-bitové slovo, tedy $2\pi \mathrel{\hat{=}} 2^{32}$ a základní díl periody má délku $1/2^{32}$. Řídící číslo n, které pak definuje skutečně zvolený krok $\Delta\varphi$, může být voleno v rozsahu $0 < \Delta\varphi = n < 2^{32}$. Touto volbou, dosazenou do (7.17), je pak řízen výsledný kmitočet podle vztahu

$$f = \frac{n}{2^{32}} f_c \,. \tag{7.17}$$

Je zřejmé, že při volbě $n = 1$ dostaneme nejnižší kmitočet a základní kmitočtový krok. Např. při volbě $f_c = 10$ MHz je základní nastavitelný krok 2,3 mHz, což odpovídá prakticky spojitému ladění, a to vše při základní kmitočtové stabilitě hodinového kmitočtu krystalového oscilátoru. Na druhou stranu je nutno podotknout, že pro maximální hodnotu kmitočtu nelze volit $n = 2^{32}$, protože by nebyl splněn vzorkovací kmitočet. Prakticky je nutno volit maximální kmitočet (a odpovídající hodnotu n) asi 5-10x nižší než f_c, aby bylo možno získat z převodníku po následné filtraci rekonstrukčním filtrem signál o dostatečné čistotě spektra.

8 Analýza elektrických obvodů

Analýza je v širokém vědním pojetí metodou poznávání nebo zkoumání objektu jeho rozdělením na jednotlivé části. Je prostředkem zkoumání, který umožňuje v mnohotvárnosti jevů, vlastností a specifických stránek objektu odhalit to hlavní, základní, co tvoří jeho podstatu.

Pojem **analýza** není v elektrotechnice používán v původním širokém smyslu. Zejména v souvislosti s počítačovým řešením obvodů se pod analýzou obvykle rozumí **konkrétní metody získávání elektrických charakteristik obvodů z jejich modelů** (například kmitočtová nebo stejnosměrná analýza).

8.1 Metody a nejčastější cíle analýzy

Cíle kapitoly:

- Ukázat, že existují tzv. heuristické a algoritmické metody analýzy obvodů. Heuristické jsou vhodné pro „ruční" řešení, algoritmické se využívají zejména při počítačové analýze.
- Vysvětlit, jaké vlastnosti obvodů je možno analyzovat a že metody analýzy je třeba volit s ohledem na cíl analýzy a na druh obvodu.

Metoda analýzy je konkrétní postup od modelu obvodu až po získání cíle analýzy.

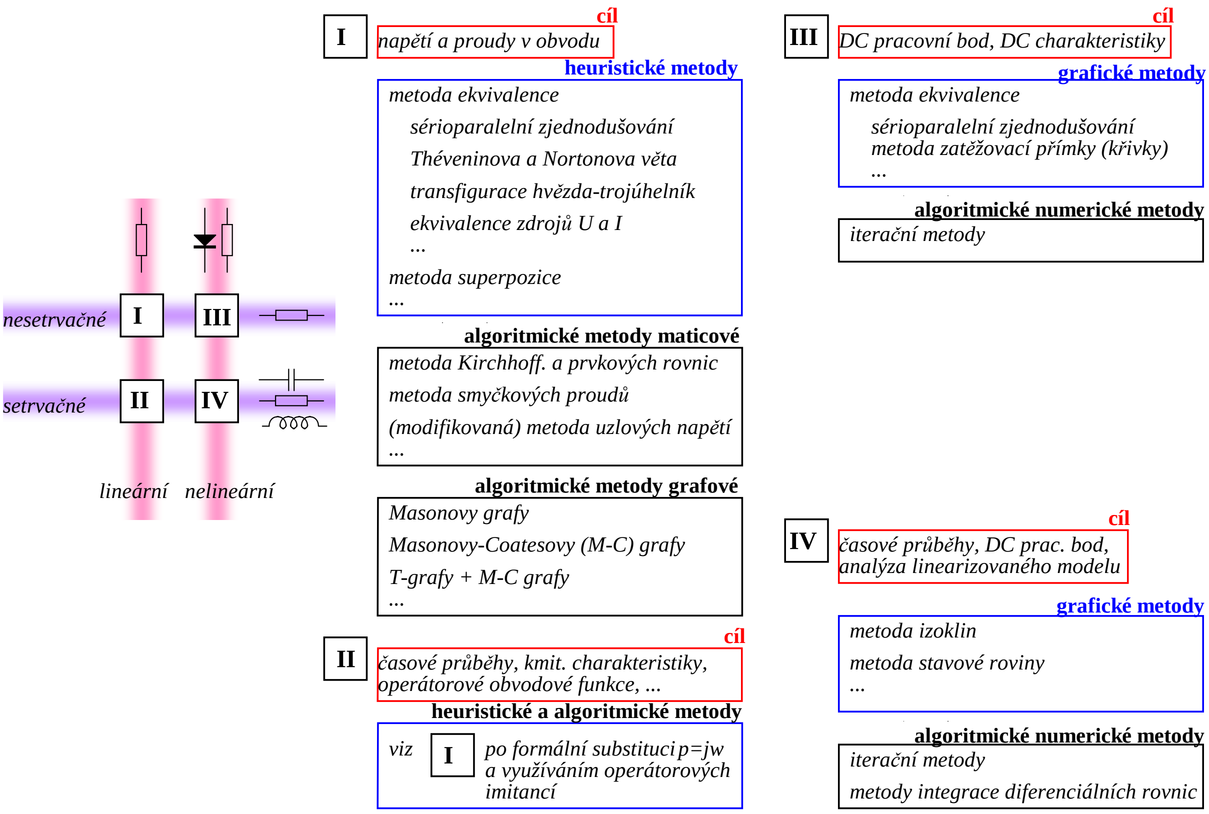
Všechny existující metody analýzy lze rozdělit na **nealgoritmické** a **algoritmické**.

Nealgoritmické (někdy též nazývané **heuristické**) postupy řešitel volí na základě svých předchozích zkušeností s využíváním tvůrčího přístupu. Cestu a způsob řešení si volí sám dle svého uvážení: může obvod zjednodušit metodou transfigurace hvězda-trojúhelník, využít principu superpozice, Théveninovy věty apod. Způsobů, jak vyřešit konkrétní obvod, je vždy několik. Zkušený řešitel by měl zvolit postup, vedoucí k výsledku s co nejmenším úsilím.

Algoritmické metody oproti tomu definují přesný postup – algoritmus, který vždy vede k cíli. Těchto metod využívají především počítačové simulační programy. V řadě případů je však můžeme použít i k jednoduchým ručním výpočtům.

Další členění metod analýzy je založeno na typu obvodu, který se má řešit. Na obr. 8.1 je formou dvojitého kříže ukázáno, že elektrické obvody mohou být **lineární** a **nelineární** a rovněž **nesetrvačné** (odporové) a **setrvačné** (obsahující akumulační prvky typu L a C). Vznikají tak čtyři základní skupiny obvodů a metod jejich řešení **I** až **IV** podle obr. 8.1.

Nejjednodušší jsou metody analýzy lineárních odporových obvodů (**I**). Jednodušší obvody lze snadno řešit „ručně". Vzhledem k tomu, že základní nealgoritmické metody byly předmětem výuky v předchozích semestrech, omezíme se pouze na speciální metody řešení obvodů s operačními zesilovači. Z algoritmických metod budou probrány efektivní postupy, založené na metodě uzlových napětí, zejména pro obvody s tranzistory a operačními zesilovači.



Obr. 8.1: Dělení metod analýzy podle charakteru analyzovaných obvodů.

„Ruční“ řešení obvodů typu **II** až **IV** je vhodné jen u velmi jednoduchých případů. Nealgoritmické metody, uvedené pro úplnost na obr. 8.1, se již využívají jen velmi okrajově. Takovéto úlohy se řeší prostřednictvím specializovaných počítačových programů.

Shrnutí a zobecnění:

- *Při zkoumání dějů v elektrickém obvodu analýzou v širokém smyslu postupujeme v několika fázích:* **1.** *Obvod popíšeme jeho modelem, který může mít různé formy (schéma, rovnice, charakteristiky…).* **2.** *Z modelu zjišťujeme požadované informace analýzou v užším smyslu.* **3.** *Zpracováním výsledků analýzy, jejich konfrontací s vlastní zkušeností a s přihlédnutím k věrohodnosti použitých modelů usuzujeme na chování a vlastnosti reálného obvodu.*
- *Model obvodu je tedy prostředník mezi člověkem, který se snaží zkoumat reálný obvod, a tímto obvodem. Aplikací různých typů analýz můžeme prostřednictvím modelu simulovat chování originálu za různých konkrétních podmínek.*
- *Jednodušší modely elektrických obvodů je možné analyzovat „ručně“, složitější pak pomocí výpočetních prostředků a příslušných programů. Počítačové programy analyzují obvody pomocí algoritmických metod. V některých případech jsou tyto metody vhodné i pro „ruční“ řešení. U jednoduchých obvodů lze řešení snadno nalézt tvůrčí aplikací základních zákonů a obvodových teorémů.*

8.2 Metody analýzy lineárních obvodů

Cíle kapitoly:

- Stručná charakterizace heuristických a algoritmických metod analýzy.
- Vysvětlení heuristických metod analýzy obvodů s ideálními operačními zesilovači VFA, CFA a OTA a s proudovými konvejory CCII.
- Vysvětlení algoritmických metod analýzy linearizovaných obvodů s tranzistory.

8.2.1 Stručně o heuristických a algoritmických metodách

Heuristické metody

Hledáme-li vlastní způsob analýzy konkrétního elektrického obvodu, vycházíme ze znalosti 1. a 2. Kirchhoffova zákona, Ohmova zákona, elektrických charakteristik jednotlivých součástek a způsobu jejich propojení. Dále se můžeme opřít o známé principy, teorémy, věty a poučky, platné v teorii obvodů, které nám mohou cestu k řešení usnadnit. Mezi základní principy (teorémy), často používané k analýze, patří **princip superpozice a princip ekvivalence**.

- **Princip superpozice** je platný pouze pro lineární obvody (s konstantními i časově proměnnými parametry). Umožňuje řešit odezvu obvodu na několik budicích zdrojů tak, že se v první fázi určí samostatně odezvy na každý ze zdrojů, načež se dílčí odezvy sečtou do výsledné odezvy. K složitému výsledku se tedy dospěje opakovaným řešením jednoduššího problému. Praktickou aplikací principu superpozice je *metoda superpozice*, tj. metoda analýzy založená na uvedeném principu.

- **Princip ekvivalence** je velmi obecný, protože v sobě sdružuje další principy a teorémy a je na něm založena řada analyzačních postupů. Všechny mají společné to, že řeší problém náhrady části obvodu jiným obvodem tak, aby napěťové a proudové poměry ve zbytku obvodu zůstaly nezměněny. Tyto postupy mají praktický význam zejména tehdy, jestliže uvedenou náhradou dojde k zjednodušení obvodu a tím pádem k zjednodušení jeho analýzy.

Princip ekvivalence sdružuje:

Princip substituce (platí pro všechny elektrické prvky bez omezení)
Tento princip stanovuje, že pokud se nám podaří měřením nebo výpočtem zjistit, že danou větví protéká proud $i(t)$, nebo že je na ní napětí $u(t)$, pak ji můžeme nahradit ideálním zdrojem proudu $i(t)$, nebo ideálním zdrojem napětí $u(t)$, aniž by se tím změnily poměry ve zbytku obvodu. V některých případech může tento postup zjednodušit další analýzu.

Théveninův a Nortonův teorém (platí pro všechny lineární obvody)
Tyto vlastně dva teorémy jsou velmi obecné. V jejich zjednodušené verzi umožňují nahradit lineární obvod vzhledem k jeho dvěma svorkám reálným zdrojem napětí, resp. proudu, jakkoliv je původní obvod složitý.

Na principu ekvivalence jsou založeny například tyto praktické metody:

Metoda postupného zjednodušování sériově-paralelních kombinací prvků (platí pro všechny elektrické prvky bez omezení)

Metoda ekvivalence napěťových a proudových zdrojů (platí pro lineární neřízené zdroje),
Metoda transfigurace hvězda-trojúhelník (platí pro pasivní lineární obvody) a další.

Hledání požadovaných výsledků analýzy může být komplikováno - nebo naopak paradoxně usnadněno – přítomností obvodových prvků se speciálním chováním, jakými jsou například ideální operační zesilovače. Tyto a další skutečnosti popíšeme v další kapitole.

Algoritmické metody

Tyto metody jsou určeny především pro počítačové řešení obvodů. Kromě toho jich můžeme využít k „pohodlné“ ruční analýze méně rozsáhlých obvodů, jejichž struktura nebo netypické obvodové prvky znesnadňují heuristické řešení.

Řešení probíhá ve dvou základních fázích:

1. Sestavení soustavy rovnic pomocí určitých pravidel přímo ze schématu zapojení.
2. Vyřešení dané soustavy rovnic.

Algoritmické metody jsou založeny na tzv. **obecných metodách analýzy** obvodů. Nejznámější jsou uvedeny v Tab. 8.1.

Tab. 8.1: Charakterizace obecných metod analýzy obvodů.

metoda analýzy	*výhody*	*nevýhody*
Metoda Kirchhoffových a prvkových rovnic	Analýza všech obvodů bez omezení.	Velký počet rovnic. Komplikovaný algoritmus jejich sestavení
Metoda smyčkových proudů	Relativně malý počet rovnic.	Nelze řešit obvody se zdroji proudu. Komplikovaný algoritmus sestavení rovnic.
Metoda uzlových napětí	Relativně malý počet rovnic. Snadný algoritmus jejich sestavení.	Nelze řešit obvody se zdroji napětí.
Modifikovaná metoda uzlových napětí	Analýza všech obvodů bez omezení. Snadný algoritmus sestavení rovnic.	Některé varianty metody vedou na relativně velký počet rovnic.

V tomto učebním textu se z praktických důvodů omezíme na metodu uzlových napětí pro řešení linearizovaných obvodů s tranzistory. Zvládnutím metody uzlových napětí je výhodné alespoň ze dvou důvodů. Jednak lépe porozumíme fungování většiny komerčních simulátorů, které tuto metodu využívají, jednak získáme užitečný nástroj pro vlastní výpočty. Modifikace této metody, které jsou vhodné pro obvody s operačními zesilovači a podobnými bloky, jsou pro případné zájemce podrobně popsány v [3].

8.2.2 Heuristické postupy při řešení obvodů s ideálními operačními zesilovači VFA

Ideální operační zesilovač (IOZ) má natolik výjimečné vlastnosti – nekonečné zesílení, nekonečný vstupní odpor, nulový výstupní odpor, že analýza aplikačních obvodů, které tento zesilovač využívají k své činnosti, může činit určité problémy. Níže uvedená intuitivní metoda je asi to nejlepší, čeho se můžeme držet při heuristické analýze **lineárních** aplikací IOZ typu VFA (Voltage Feedback Amplifier, viz kapitola 6.9).

Intuitivní metoda řešení obvodů s ideálními operačními zesilovači

Vychází z tří **základních vlastností IOZ**:

1. Nekonečný vstupní odpor, jehož důsledkem jsou **nulové proudy tekoucí do vstupů**.
2. Nekonečné napěťové zesílení, které v kombinaci se zápornou zpětnou vazbou v obvodu způsobuje **nulové diferenční napětí** mezi vstupy operačního zesilovače.
3. Nulový výstupní odpor, který způsobuje, že výstup IOZ se chová jako ideální zdroj napětí. Velikost tohoto **napětí tedy nebude záviset na zátěži**, připojené k výstupu.

Před použitím této metody je vhodné se přesvědčit, ***že celková zpětná vazba působící v obvodu je záporná****. Pokud tomu tak není, nelze použít poučku 2 o nulovém diferenčním napětí.*

Postup:

1. Ve schématu vyznačíme pomocí klasických čítacích šipek, že diferenční napětí IOZ je nulové a že do vstupů IOZ netečou proudy.
2. Na zbylou část obvodu aplikujeme Kirchhoffovy zákony, Ohmův zákon a případně další známé teorémy a poučky.

Připomeňme, že **diferenčním napětím** se míní napětí mezi vstupními svorkami IOZ.

Pokud nám chybějí znalosti ke kvalifikovanému ověření, zda v obvodu působí záporná zpětná vazba, pak toto ověření provedeme alespoň intuitivně: u jednodušších zapojení ověříme, zda je signál z výstupu IOZ veden zpět na invertující vstup (záporná zpětná vazba), nebo na neinvertující vstup (kladná zpětná vazba). Zpětné vazbě je věnována kapitola 7.

V závěru bychom měli ověřit, zda vypočtené výstupní napětí operačního zesilovače leží v rozsahu, vymezeném záporným a kladným saturačním napětím OZ. Saturační napětí bývá běžně o 1 až 2 volty nižší než napájecí napětí, u operačních zesilovačů „rail-rail" je saturační napětí přímo rovno napájecímu napětí. Pokud by vypočtené napětí vybočovalo z těchto mezí, znamenalo by to ve skutečném obvodu saturaci OZ, neboli nelineární režim, pro který neplatí mj. poučka o nulovém diferenčním napětí. Jinými slovy, výsledky „lineární" analýzy by neodpovídaly skutečnosti.

Příklad 8.1: *Invertující zesilovač s IOZ*

Vypočtěte výstupní napětí invertujícího zesilovače na obr. 8.2 a stanovte jeho napěťové zesílení.

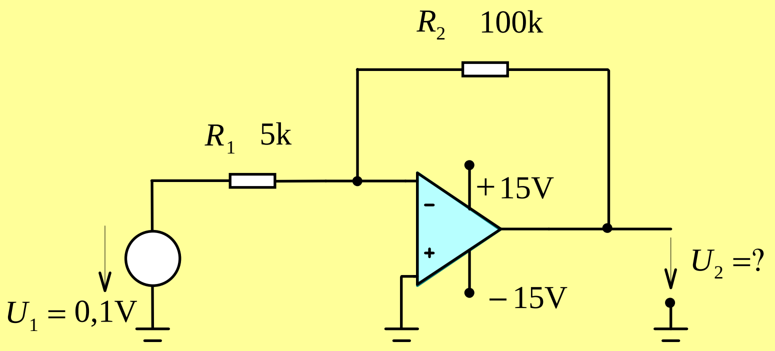
☑ ***Řešení:***

V obvodu působí záporná zpětná vazba z výstupu přes rezistory R2 a R1 na invertující vstup, takže je možné použít poučku o nulovém diferenčním napětí.

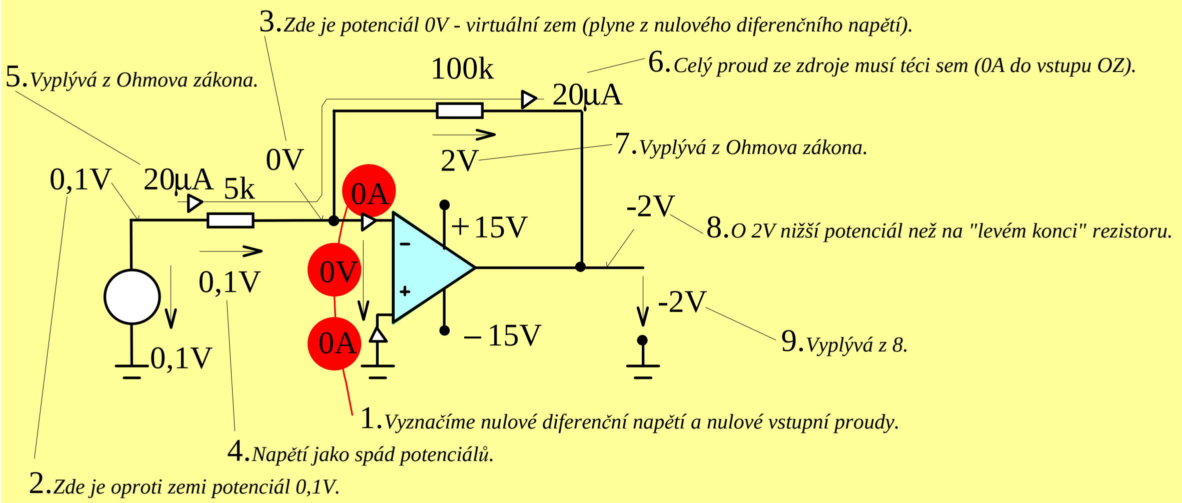
Postup řešení, rozdělený do 9 kroků, je ilustrován na obr. 8.3. Výstupní napětí je -2V, takže zesílení obvodu je -2/0,1 = -20. OZ není v saturaci, výsledky analýzy jsou platné.

Provedeme-li analýzu obecně se symboly odporů R_1 a R_2, nikoliv s číselnými hodnotami, získáme známý vzorec pro zesílení invertujícího zesilovače s IOZ:

$$A = \frac{U_2}{U_1} = -\frac{R_2}{R_1}\,. \tag{8.1}$$



Obr. 8.2: Invertující zesilovač s IOZ.



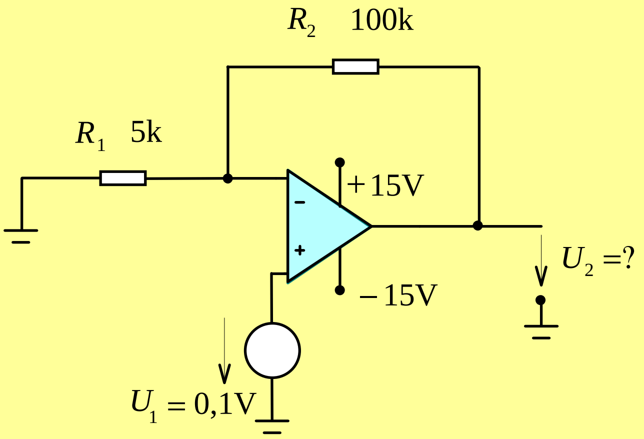
Obr. 8.3: Možný postup analýzy zesilovače z obr. 8.2.

Vstupní odpor zesilovače je dán poměrem vstupního napětí 0,1V a proudem 20µA, který je odebírán ze vstupního zdroje, neboli 5kΩ, což je odpor rezistoru R_1. Výstupní odpor zesilovače je nulový, což je dáno nulovým výstupním odporem IOZ.

■

Příklad 8.2: *Neinvertující zesilovač s IOZ*

Vypočtěte výstupní napětí neinvertujícího zesilovače na obr. 8.4 a stanovte jeho napěťové zesílení.



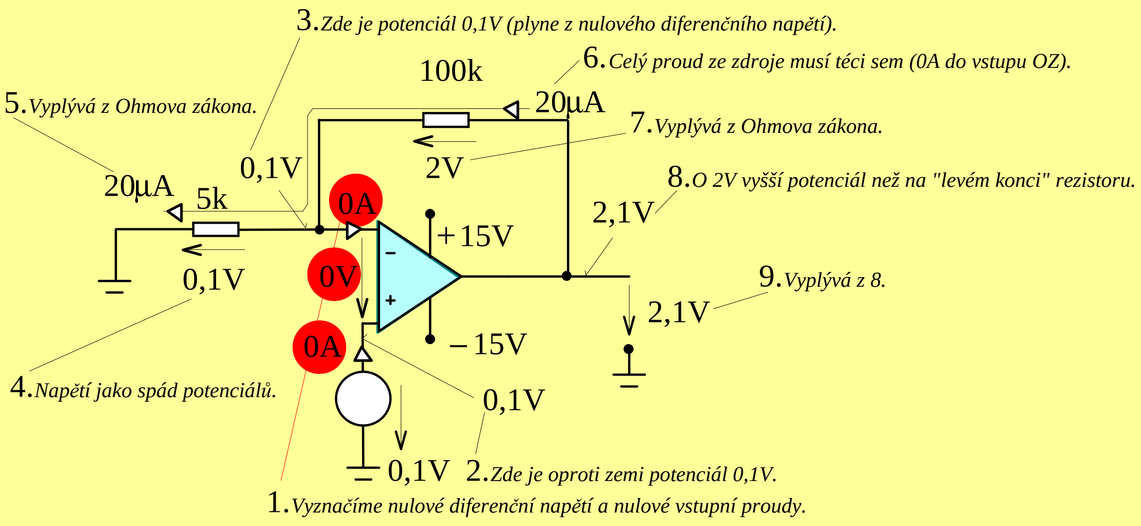
Obr. 8.4: Neinvertující zesilovač s IOZ.

☑ ***Řešení*:**

V obvodu působí záporná zpětná vazba z výstupu přes rezistory R_2 a R_1 na invertující vstup IOZ.

Celý postup analýzy je na obr. 8.5. Výstupní napětí je nyní 2,1V, čemuž odpovídá zesílení 21. „Symbolická“ analýza obvodu vede na známý vzorec

$$A = \frac{U_2}{U_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}. \tag{8.2}$$



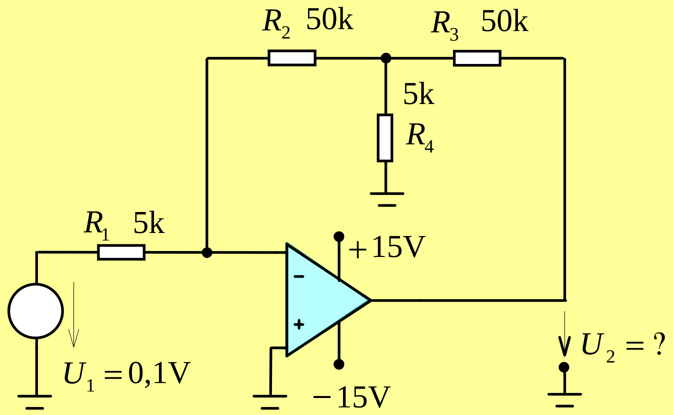
Obr. 8.5: Postupná analýza zesilovače z obr. 8.4.

Vstupní odpor zesilovače je nyní teoreticky nekonečný, neboť ze zdroje napětí U_1 není odebírán proud. Výstupní odpor je opět nulový.

■

Příklad 8.3: *Invertující zesilovač s T-článkem*

Vypočtěte výstupní napětí zesilovače s T-článkem na obr. 8.6 a stanovte jeho napěťové zesílení.



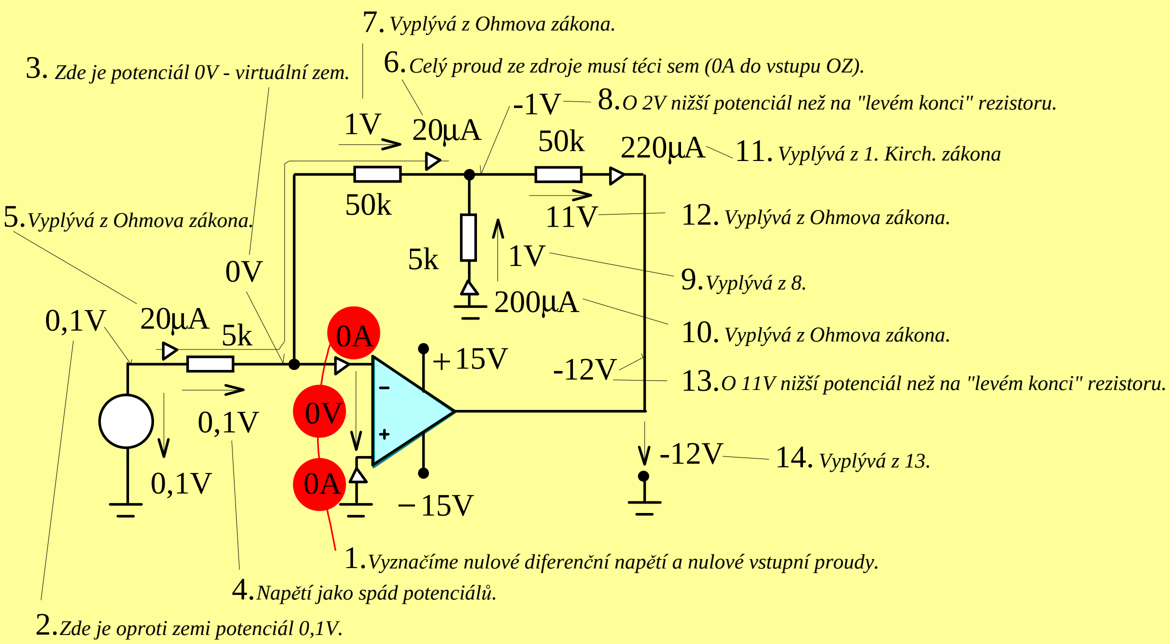
Obr. 8.6: Zapojení zesilovače s T-článkem.

☑ ***Řešení*:**

V obvodu působí záporná zpětná vazba z výstupu na invertující vstup IOZ.

Postup analýzy je na obr. 8.7 rozfázován pro přehlednost do 14 kroků. Výstupní napětí je -12V a zesílení -120. Obecný vzorec pro zesílení je

$$A = \frac{U_2}{U_1} = -\frac{R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_4}}{R_1}. \tag{8.3}$$



Obr. 8.7: Postupná analýza zesilovače z obr. 8.6.

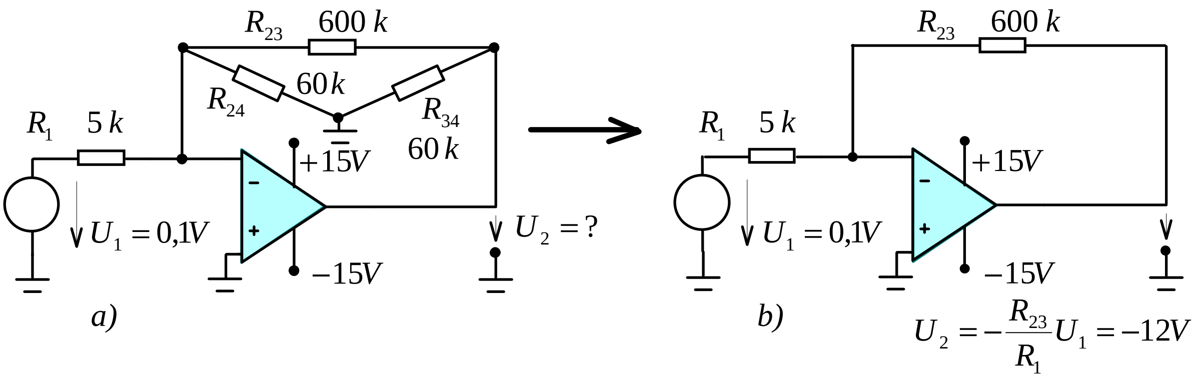
■

Pomocí tohoto zapojení lze dosáhnout poměrně velkých hodnot zesílení při použití rezistorů s nepříliš velkým rozsahem odporů.

Úlohu je možné řešit i jinými cestami. Například je možné *T*-článek R_2-R_3-R_4 podrobit transfiguraci hvězda-trojúhelník, jak je to ukázáno na obr. 8.8 a). Na výstupní napětí nemá vliv ani jeden z rezistorů R_{24} a R_{34}: R_{24} je vlastně připojen mezi vstupní svorky OZ, kde je nulové napětí, takže proud tímto rezistorem neteče a můžeme ho z obvodu odstranit. Rezistor R_{34} je připojen paralelně k výstupní bráně OZ. Zesilovač se chová jako ideální zdroj napětí, takže výstupní napětí nezávisí na připojené zátěži. Obvod na obr. 8.8 b) je obyčejný invertující zesilovač se zesílením

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{R_{23}}{R_1} = -120 \, .$$

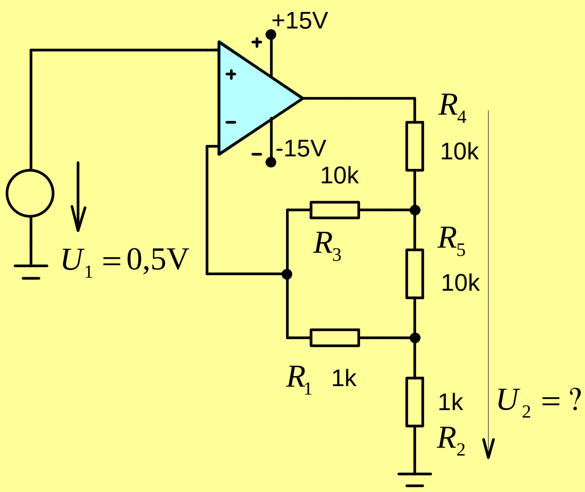
Porovnáním obrázků 8.6 a 8.8 b) dospíváme k poznání, že použití rezistoru s problematicky velkým odporem 600 *k*Ω jsme obešli třemi rezistory o odporech 50 *k*Ω, 50 *k*Ω a 5 *k*Ω.



Obr. 8.8: Obvod z obr. 8.6 po transfiguraci hvězda – trojúhelník a jeho řešení.

Příklad 8.4: *Zesilovač s komplikovanou odporovou sítí*

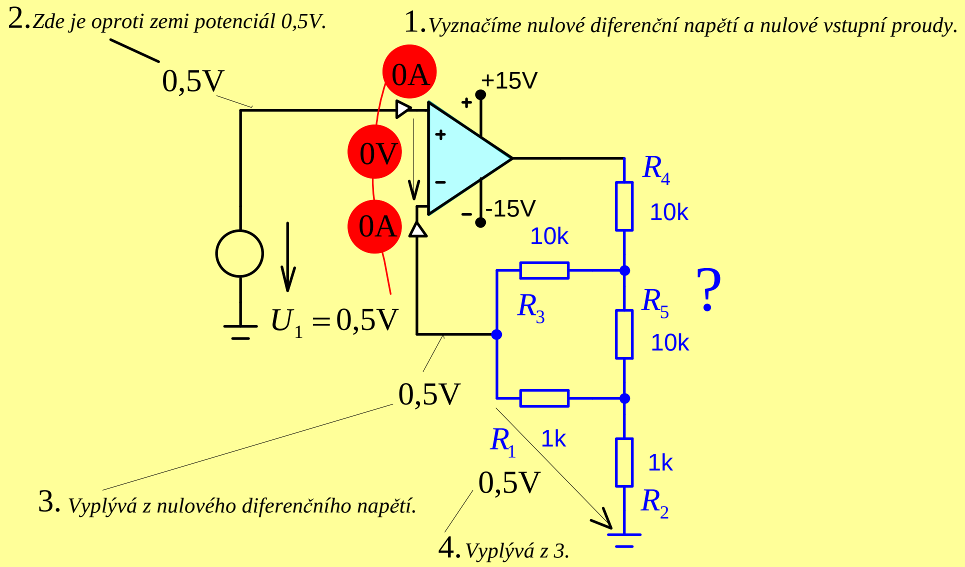
Vypočtěte výstupní napětí zesilovače na obr. 8.9 a stanovte jeho napěťové zesílení.



Obr. 8.9: Analyzovaný zesilovač.

☑ ***Řešení*:**

Analýza „krok za krokem", používaná v předchozích příkladech, nás vede k postupu, ilustrovanému na obr. 8.10.



Obr. 8.10: Postupné řešení obvodu z obr. 8.9.

Postupná analýza vede až k výsledku, že napětí mezi invertujícím vstupem OZ a zemí je 0,5V. Nyní však není zřejmé, jak postupovat v přímém výpočtu napěťových úbytků na rezistorech.

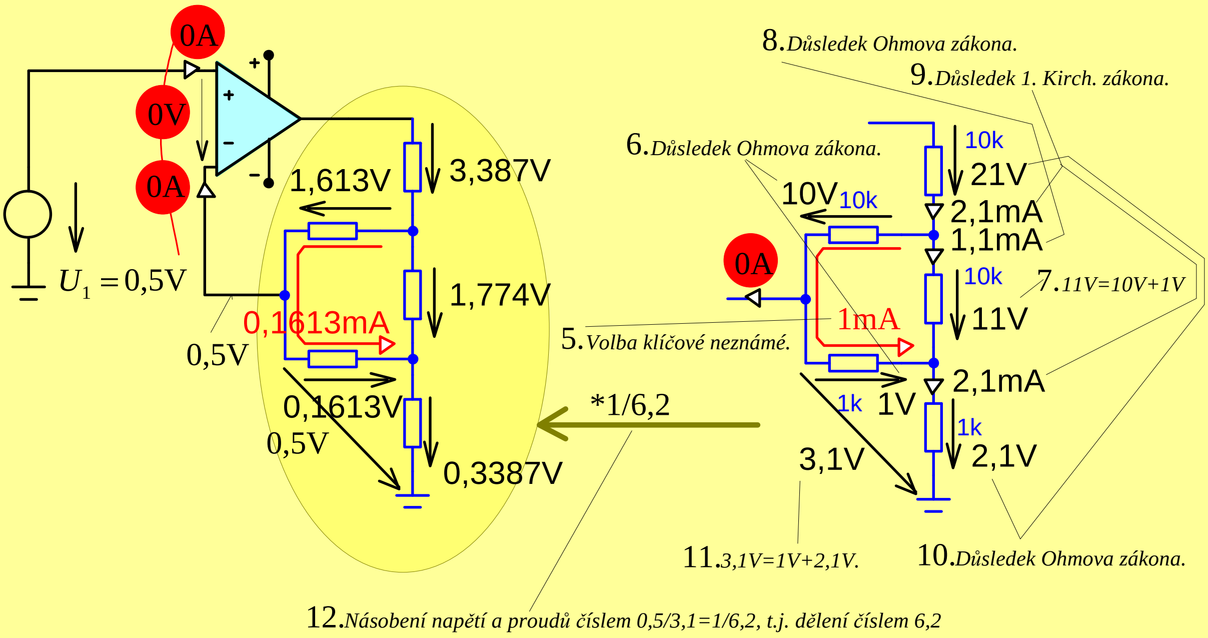
Zbylou část obvodu lze řešit různými způsoby. Použijeme „Metodu klíčové neznámé", někdy též nazývanou „Metoda jednoho pokusu a jednoho omylu". Metoda je použitelná pro lineární obvody a je založena na klasické metodě úměrných veličin [11]. Vychází z toho, že v lineárním obvodu je známa velikost jednoho napětí U_x nebo proudu I_x v obvodu (na obr. 8.10 je to napětí 0,5V v obvodu, sestaveného z rezistorů R_1 až R_5).

Metoda klíčové neznámé (metoda jednoho pokusu a jednoho omylu):

1. V řešeném obvodu vyhledáme napětí nebo proud, jehož znalost by umožnila dopočítat všechny ostatní napětí a proudy krok za krokem. Toto napětí, resp. proud, nazveme klíčovou neznámou. Její volba si vyžaduje určitou zkušenost.
2. Zvolíme podle svého uvážení libovolnou hodnotu klíčové neznámé, různou od nuly. Tím jsme se pravděpodobně dopustili chyby, protože velikost dané neznámé je jednoznačně dána obvodem a již zadaným napětím U_x nebo proudem I_x. Chybu však snadno odstraníme v závěrečné fázi analýzy.
3. Ze znalosti klíčové neznámé dopočteme ostatní napětí a proudy, mj. i U_x, resp. I_x. S velkou pravděpodobností dostaneme odlišné hodnoty U'_x, resp. I'_x od hodnot zadaných U_x, resp. I_x.
4. Všechny vypočtené hodnoty napětí a proudů korigujeme násobícím koeficientem U_x / U'_x, resp. I_x / I'_x.

Metoda je jednoduchým důsledkem principu superpozice, konkrétně principu proporcionality mezi příčinou a účinkem v lineárních systémech [12].

Praktický postup je naznačen na obr. 8.11.



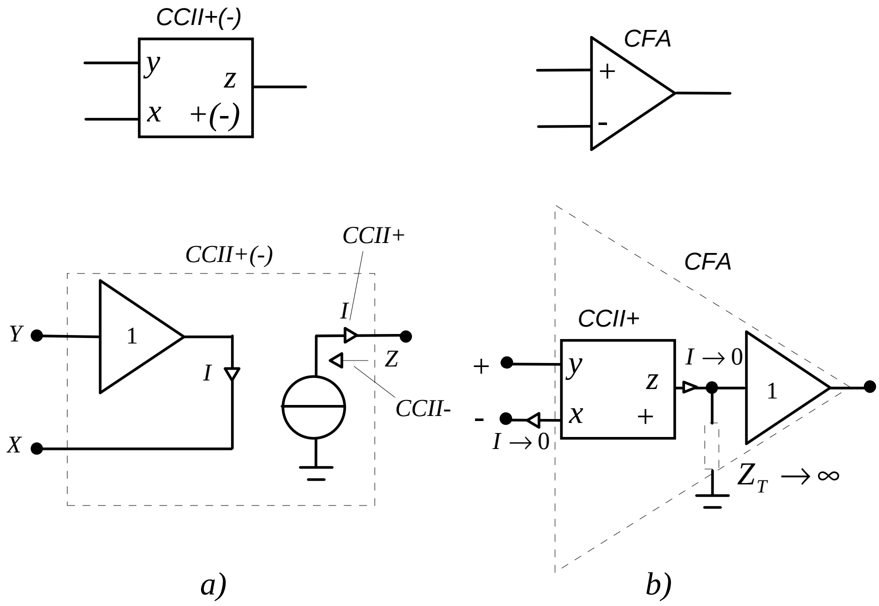
Obr. 8.11: Řešení zbytku obvodu metodou jednoho pokusu a jednoho omylu. ■

Shrnutí a zobecnění:

- *Pokud získáte potřebnou zkušenost s „intuitivním“ řešením stejnosměrných obvodů obsahujících zdroje napětí, proudu a rezistory, pak dokážete vyřešit napěťové a proudové poměry v jakémkoliv obvodu. Budete k tomu potřebovat pouze toto: aktivní znalost Ohmova zákona a dvou Kirchhoffových zákonů.*
- *V některých případech vám výrazně usnadní práci znalost některých principů, platných v lineárních obvodech (ekvivalence, superpozice…) a z nich vyplývajících pouček a metod. K těm nepraktičtějším patří: metoda zjednodušování sériových a paralelních kombinací, metoda náhradního zdroje, metoda superpozice, přepočty napěťových a proudových zdrojů, metoda transfigurace hvězda – trojúhelník.*
- *Řešíte-li obvody s idealizovanými modely operačních zesilovačů, je nutné přidat do arzenálu znalostí jednoduchou poučku o nulovém diferenčním napětí a nulových vstupních proudech (podrobnosti viz „Intuitivní metoda řešení obvodů s operačními zesilovači“).*
- *Obvody s IOZ lze řešit buď přímou metodou (krok za krokem), nebo v kombinaci s metodou jednoho pokusu a jednoho omylu.*
- *Zkušenost s řešením obvodů, která je potřebná právě k tomu, abyste dobře porozuměli tomu, jak tyto obvody fungují, se získává nesnadným, ale logickým způsobem, totiž jejich „ručním“ řešením. Pokuste se detailně porozumět příkladům* 8.1 *až* 8.4. *V dalším kroku se pokuste podobným způsobem vyřešit další jednoduchá zapojení obvodů s operačními zesilovači, kterých je v literatuře a na Internetu celá řada.*

8.2.3 Heuristické postupy při řešení obvodů s proudovými konvejory CCII a s ideálními operačními zesilovači CFA

Na obr. 8.12 a) jsou schématická značka a principiální model proudového konvejoru II. generace (CCII – Current Conveyor II), jehož použití je obdobné jako u klasického operačního zesilovače. Na rozdíl od něj se však konvejor chová jako zdroj proudu. Napětí mezi vstupy *Y* a *X* je udržováno na nulové hodnotě díky tomu, že v interní struktuře konvejoru působí mezi vstupními svorkami jednotkový zesilovač. Výstupní proud zesilovače je kopírován proudovým zrcadlem na výstup. Podle orientace výstupního proudu *I* se proudový konvejor chová jako neinvertující (tzv. pozitivní) nebo invertující (negativní), což se vyznačuje příslušným znaménkem za zkratkou CCII.



Obr. 8.12: Principiální modely a) proudového konvejoru CCII, b) operačního zesilovače CFA.

V kapitole 6.9 bylo ukázáno, že na bázi CCII+ pracuje tzv. proudový operační zesilovač CFA („Current Feedback Amplifier“), někdy též nazývaný transimpedanční operační zesilovač (Transimpedance Amplifier, TIA). Z obr. 8.12 b) vyplývá, že se jedná o pozitivní proudový konvejor s navazujícím oddělovacím jednotkovým zesilovačem. Protože vstupní odpor tohoto zesilovače je značný, výstupní proud CCII+ se může uzavírat pouze přes tzv. transimpedanci Z_T, tvořenou v prvním přiblížení velkým „svodovým“ odporem a parazitní kapacitou. Napětí vzniklé průtokem proudu se kopíruje na výstup. Při růstu transimpedance nade všechny meze teoreticky roste stejně i výstupní napětí, a tedy i napěťové zesílení. Je-li CFA zapojen do obvodu, v němž působí záporná zpětná vazba, zesílení je regulováno na konečnou hodnotu, a to jediným možným způsobem – dostavováním proudu svorky *X* na nulu. Proudové zrcadlo tuto „nulu“ kopíruje do „nekonečné“ transimpedance.

Srovnáme-li ideální zesilovače VFA a CFA z hlediska „vnější“ analýzy, pak mezi nimi nejsou rozdíly: diferenční napětí je nulové, vstupními svorkami neteče proud, výstupní odpor je nulový. Proto při analýze obvodů s ideálními operačními zesilovači není nutné rozlišovat, zda se jedná o součástku typu VFA nebo CFA. Významné rozdíly je však možné zaznamenat v projevech reálných vlastností těchto obvodů.

Intuitivní metoda řešení obvodů s proudovými konvejory CCII

Vychází z tří **základních vlastností CCII**:

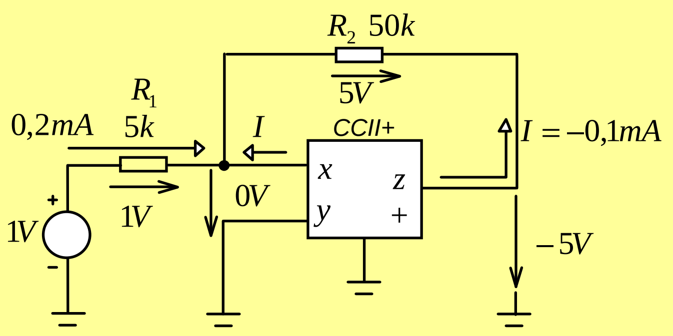
1. Nekonečný vstupní odpor svorky Y, jehož důsledkem je **nulový proud tekoucí do této svorky**.
2. Nulové diferenční napětí mezi svorkami Y a X, které je způsobeno přítomností jednotkového zesilovače, působícího mezi těmito svorkami. Jedná se tedy o zcela odlišný mechanismus „tvorby“ nulového diferenčního napětí než u IOZ.
3. Pokud se CCII nachází v lineárním režimu, pak proud, vytékající ze svorky X, je současně kopírován do výstupní svorky Z. Velikost tohoto **proudu tedy nebude záviset na zátěži**, připojené k výstupu.

<u>Postup (CCII v lineárním režimu):</u>

1. Ve schématu vyznačíme pomocí klasických čítacích šipek, že diferenční napětí CCII je nulové a že do vstupu Y neteče proud.
2. Vyznačíme proud *I*, vytékající ze svorky X, a proud téže velikosti, vytékající ze svorky Z.
3. Na zbylou část obvodu aplikujeme Kirchhoffovy zákony, Ohmův zákon a případně další známé teorémy a poučky. Doporučujeme zvolit proud *I* klíčovou neznámou a obvod vyřešit metodou jednoho pokusu a jednoho omylu.

Příklad 8.5: *Obvod s proudovým konvejorem CCII+*

Vypočítejte výstupní napětí (mezi svorkou *Z* a zemí) obvodu na obr. 8.13.



Obr. 8.13: Analyzované zapojení s pozitivním proudovým konvejorem CCII+.

☑ ***Řešení***:

Víme, že napětí mezi svorkami *X* a *Y* je nulové. Od toho se odvíjí řešení napěťových a proudových poměrů, které je znázorněné na obr. 8.13. V důsledku nulového diferenčního napětí je napětí na R_1 rovno vstupnímu napětí. Ze zdroje je tedy odebírán proud 1V/5 $k\Omega$ = 0,2 mA. Ze svorky *X* vytéká proud *I* a jeho „kopie“ teče i do výstupu CCII přes R_2 zpět do daného uzlu. Z proudové bilance

$$0{,}2\ mA + 2.I = 0$$

vyplývá, že proud I musí být –0,1 mA. Průtokem přes R_2 se na rezistoru vytvoří úbytek napětí 5V, které se pak v důsledku nulového diferenčního napětí „překopíruje“ s opačným znaménkem na výstup.

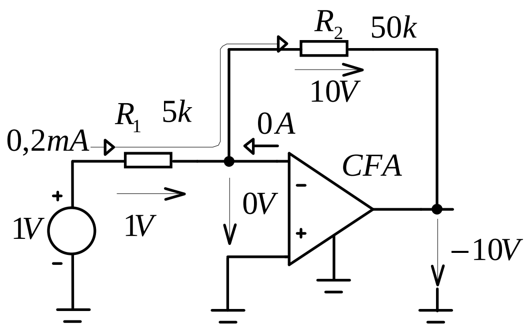
Obvod je možné samozřejmě vyřešit metodou jednoho pokusu a omylu, ale v tomto případě by to oproti našemu postupu neznamenalo zjednodušení analýzy.

■

Kdybychom označili vstupní a výstupní napětí symboly U_1 a U_2, pak přenos napětí by u tohoto obvodu vyšel

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{R_2}{2R_1} .$$

Jestliže proudový konvejor v daném zapojení nahradíme operačním zesilovačem CFA, situace se změní, neboť do sumačního uzlu nyní ze vstupu CFA neteče proud (viz obr. 8.14). Přes rezistor R_2 poteče oproti předchozímu zapojení dvojnásobný proud a vyvolá tudíž dvojnásobný úbytek napětí.



Obr. 8.14: Invertující zesilovač s aktivním prvkem CFA.

Přenos napětí je dán známým vzorcem

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{R_2}{R_1} .$$

8.2.4 Analýza obvodů se zesilovači OTA

Jak již bylo popsáno v kapitole 6.9, transkonduktanční zesilovač, neboli zesilovač *OTA* (*Operational Transconductance Amplifier*), se chová na svém výstupu jako zdroj proudu, který je řízen vstupním diferenčním napětím. Oproti klasickému operačnímu zesilovači se ideální *OTA* liší v těchto bodech:

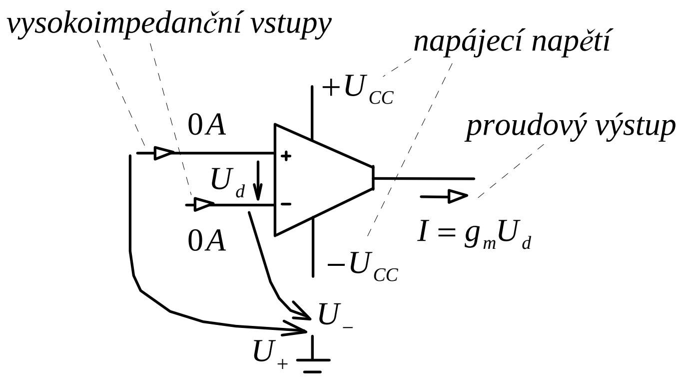
1. Chová se jako ideální zdroj proudu, nikoliv jako ideální zdroj napětí.
2. Vstupní diferenční napětí není nulové. Přitom vstupní impedance je nekonečná, takže můžeme zanedbat proudy do vstupů.

Výstupní proud prvku OTA v lineárním režimu závisí na vstupním diferenčním napětí podle rovnice

$$I = g_m U_d ,$$

kde g_m je tzv. transkonduktance (přenosová vodivost). Její velikost je možné nastavit vnějším řídicím proudem přes pomocnou svorku, čehož se využívá k elektronickému nastavování parametrů, např. k přelaďování kmitočtových filtrů.

Z uvedeného vyplývá postup intuitivní metody analýzy obvodů s prvky OTA.



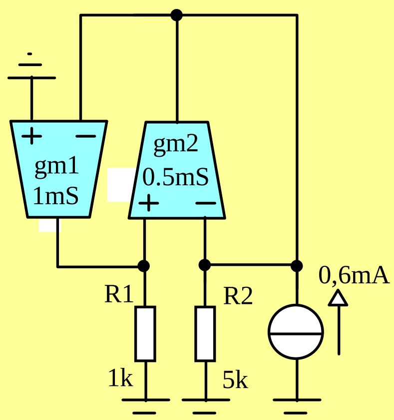
Obr. 8.15: Schématická značka prvku OTA s vyznačenými obvodovými napětími a proudy.

Intuitivní metoda řešení obvodů s prvky OTA (lineární režim)

1. Ve schématu vyznačíme pomocí klasických čítacích šipek, že vstupní proudy OTA jsou nulové.
2. Vyznačíme diferenční napětí OTA, orientované ve směru vstupů + a -, a označíme jej symbolem, např. U_d.
3. Vyznačíme proud, vytékající z výstupu, a označíme jej symbolem $I = g_m.U_d$, kde g_m je transkonduktance prvku.
4. Na zbylou část obvodu aplikujeme Kirchhoffovy zákony, Ohmův zákon a případně další známé teorémy a poučky. Doporučujeme obvod vyřešit metodou jednoho pokusu a jednoho omylu.

Příklad 8.6: *Obvod se zesilovači OTA*

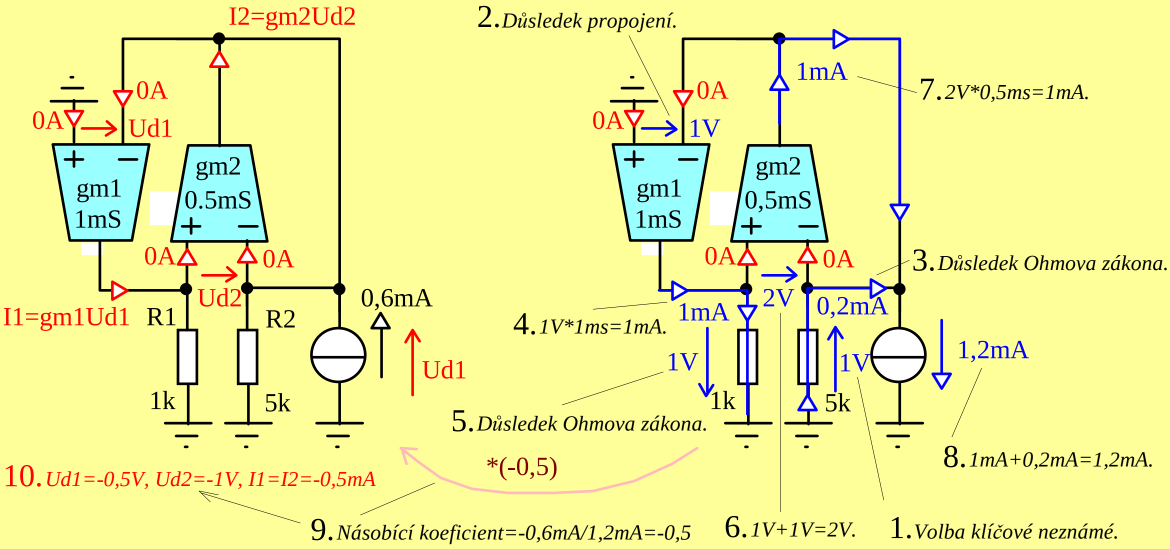
Vypočtěte všechna napětí a proudy v obvodu na obr. 8.16.



Obr. 8.16: Analyzovaný obvod s dvojicí zesilovačů OTA.

☑ ***Řešení*:**

Je popsáno na obr. 8.17. Jedná se o metodu jednoho pokusu a jednoho omylu.



Obr. 8.17: Postup řešení obvodu z obr. 8.16.

■

Shrnutí a zobecnění:

- *Na rozdíl od obvodů s ideálními operačními zesilovači, obvody s prvky CCII a OTA není snadné řešit „jedním tahem“ přímou metodou krok za krokem. Je tomu tak proto, že v těchto obvodech nemůžeme využít zjednodušení výpočtů, které se naskýtalo současným splněním podmínek nulového diferenčního napětí a nulových vstupních proudů IOZ. U obvodů s CCII je sice diferenční napětí nulové, avšak přes vstupní svorku X teče proud. U OTA zesilovače jsou sice vstupní proudy nulové, diferenční napětí však nulové není. Doporučenou metodou řešení těchto obvodů je metoda klíčové neznámé (metoda jednoho pokusu a jednoho omylu).*

8.2.5 Algoritmická metoda uzlových napětí pro řešení obvodů s tranzistory

Nejprve na příkladu připomeneme podstatu metody uzlových napětí (MUN). Formulujeme algoritmus sestavení maticové rovnice obvodu přímo z jeho schématu. Poté se seznámíme s algoritmickými postupy řešení sestavené rovnice. Konkrétně se bude jednat o způsob výpočtu uzlových napětí, přenosu napětí a impedančních poměrů v obvodu z determinantu obvodové matice a z jejich algebraických doplňků. V závěru se naučíme pomocí klasické MUN analyzovat linearizované obvody s tranzistory.

Podstata metody

Tato metoda není přímo použitelná u obvodů, v nichž působí zdroje o známém napětí. Pokud je to možné, je nutné před sestavováním rovnic převést je na ekvivalentní zdroje proudu.

Mnohdy analyzujeme obvod, v jehož modelu nefiguruje žádný zdroj, pouze je třeba uvažovat budicí signál za účelem odvození například napěťového zesílení, vstupního odporu nebo jiné obvodové funkce, která je vždy podílem dvou obvodových veličin. Pak si můžeme dovolit, vzhledem k ekvivalenci účinků zdrojů napětí a proudu, budit obvod – za účelem analýzy metodou uzlových napětí – ze zdroje proudu, i když ve skutečnosti bude třeba použit zdroj napětí.

Metoda uzlových napětí je založena na tomto postupu:

1. Jeden z uzlů obvodu se prohlásí za tzv. **referenční uzel**. Přiřadí se mu číslo 0, případně v počítačovém simulátoru značka uzemnění. Vzhledem k tomuto uzlu se budou vztahovat napětí ostatních uzlů obvodu. Tato napětí se nazývají **uzlová napětí** a **tvoří soustavu neznámých** obvodových veličin metody. V zájmu jednoduchosti algoritmu sestavování rovnic je vhodné, aby všechna uzlová napětí byla orientována tak, aby čítací šipky směřovaly do referenčního uzlu.
   Uzlová napětí jsou neznámými metody i tehdy, je-li naším konečným cílem počítat jiné obvodové veličiny. Každé napětí a každý proud v obvodu jsou totiž vyjádřitelné jako lineární kombinace uzlových napětí. Zatímco simulační program počítá vždy všechny neznámé „najednou“, i když z pohledu zadavatele analyzační úlohy to není třeba, při ručním řešení stačí vypočíst jen ta uzlová napětí, z nichž získáme kýžený výsledek.
2. Pro každý uzel obvodu, vyjma referenčního, **sestavíme rovnici 1. KZ** ve tvaru:
   součet proudů tekoucích dovnitř uzlu z vnějších zdrojů proudu = součet proudů vytékajících větvemi obvodu ven z uzlu.
3. Rovnice vyřešíme, tj. získáme velikosti uzlových napětí. Z nich pak dopočteme požadovaný výsledek analýzy.

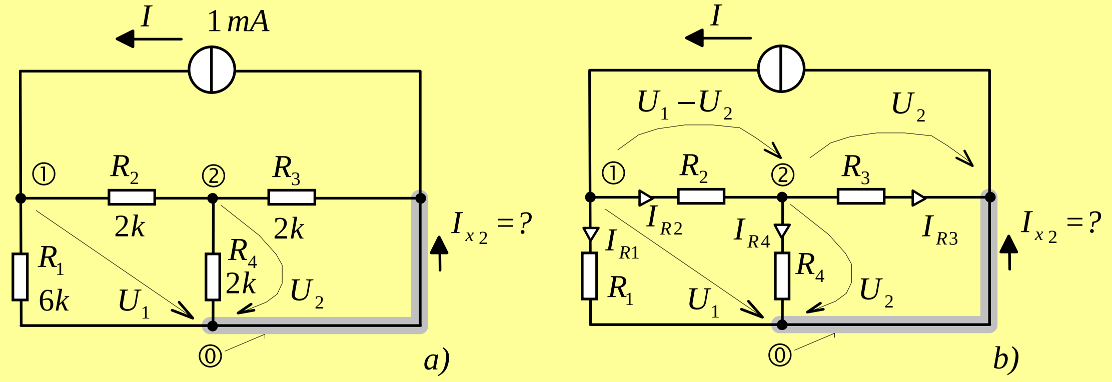
Důležité ovšem je, že proudy na pravé straně rovnice se vyjádří s využitím Ohmova zákona jako součiny vodivostí a napětí na větvích, a větvová napětí pomocí napětí uzlových. V konečném stavu tedy na pravé straně rovnice figurují pouze vodivosti a uzlová napětí. Počet neznámých – uzlových napětí – je stejný jako počet rovnic, a je roven počtu uzlů obvodu mínus 1 (v úvahu se nebere referenční uzel).

Ilustrativní příklad

Metodu objasníme na příkladu zapojení z obr. 8.18 b). Je třeba určit proud I_{x2}. pomocí MUN.

Nejprve očíslujeme uzly. Zvolíme referenční uzel a přiřadíme mu číslo 0. Zde je třeba zdůraznit, že referenční uzel je možno volit zcela libovolně. Většinou se volí tak, aby případné hledané napětí bylo rovno jednomu z napětí uzlových. Dále si všimněme, že uzel, v němž se spojuje rezistor R_3 a proudový zdroj, je vlastně součástí referenčního uzlu a jako takový se přídavně nečísluje – má již označení 0. Tato skutečnost je ve schématu výrazně vyznačena.

Poté ve schématu vyznačíme uzlová napětí U_1 a U_2. Tvoří soustavu dvou neznámých, k níž musíme sestavit dvě rovnice. Budou to rovnice 1. KZ pro uzly 1 a 2. Protože počítáme proud I_{x2}, postačí určit uzlové napětí U_2. Z něj totiž snadno určíme proud rezistorem R_3 a z něj I_{x2}.



Obr. 8.18: Řešení obvodu metodou uzlových napětí (MUN).

Podle obr. 8.18 b) napíšeme rovnice 1. KZ pro rovnováhu proudů v uzlech 1 a 2:

$$①:\ I = I_{R1} + I_{R2}\,,$$
$$②:\ 0 = -I_{R2} + I_{R3} + I_{R4}\,.$$

Poznamenejme, že **orientaci čítacích šipek větvových proudů můžeme volit naprosto libovolně**. Pokud se v orientaci zmýlíme, vyjde nám nakonec u daného proudu opačné znaménko. Je ovšem vhodné orientovat proud takovým směrem, o němž předpokládáme, že bude odpovídat skutečnosti.

Větvové proudy na pravé straně rovnic vyjádříme pomocí větvových vodivostí (použijeme symboly G s příslušnými indexy) a větvových napětí, která závisí na uzlových napětích (viz obr. 8.18 b):

$$①:\ I = G_1U_1 + G_2(U_1 - U_2)\,,$$
$$②:\ 0 = -G_2(U_1 - U_2) + G_3U_2 + G_4U_2\,.$$

Vytknutím neznámých upravíme rovnice na konečný tvar

$$①:\ I = (G_1 + G_2)U_1 - G_2U_2\,, \qquad (8.4)$$
$$②:\ 0 = -G_2U_1 + (G_2 + G_3 + G_4)U_2\,.$$

Dosadíme-li vodivosti v [mS], vyjdou proudy na levé straně v [mA]:

$$①:\ 1 = \frac{2}{3}U_1 - 0{,}5U_2\,,$$
$$②:\ 0 = -0{,}5U_1 + 1{,}5U_2\,.$$

Tyto rovnice mají řešení

$[U_1\ U_2]$ = [2 2/3] V.

Pohledem na schéma na obr. 8.18 b) zjistíme, že při U_2 = 2/3 V bude proud I_{R3}=1/3 mA a hledaný proud I_{x2} vychází z 1. KZ

$$I_{x2} = I - I_{R3} = (1 - \frac{1}{3})\ \text{mA} = \frac{2}{3}\ \text{mA}\,.$$

Pravidla pro sestavování rovnic

Nyní se pokusíme o zobecnění poznatků z předchozího příkladu, která jsou důležitá pro algoritmické řešení obvodů.

Rovnice (8.4) zapíšeme v maticovém tvaru:

$$\begin{array}{ccccc}
 & & & \begin{array}{cc} \quad U_1 \quad & \quad U_2 \quad \end{array} & \\
\begin{array}{c} \text{①} \\ \text{②} \end{array} & \begin{bmatrix} I \\ \; \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2+G_3+G_4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}
\end{array}$$

Všimněme si několika pravidel, které je vhodné při zápisu rovnic dodržovat:

Doporučení při sestavování maticového popisu:

1. Nuly se nemusí do matic zapisovat. Prázdné buňky jsou „normální“ = 0.
2. Nad sloupci čtvercové matice vodivostí je vhodné zapisovat neznámé, kterými jsou v souladu s pravidlem o násobení matice vektorem násobeny prvky v daných sloupcích.
3. Vlevo od vektoru budicích proudů je vhodné poznačit čísla uzlů, kterých se týká příslušná rovnice.

Porovnáme-li maticovou rovnici s původním schématem obvodu, který je danou soustavou rovnic popsán, dospějeme k důležitým pravidlům, která nám umožní sestavit dané rovnice přímo ze schématu, bez jakýchkoliv mezivýpočtů.

Pravidlo o sestavení vektoru budicích proudů na levé straně maticové rovnice:

V *i*-tém řádku je algebraický součet proudů, tekoucích dovnitř *i*-tého uzlu z vnějších zdrojů proudu.

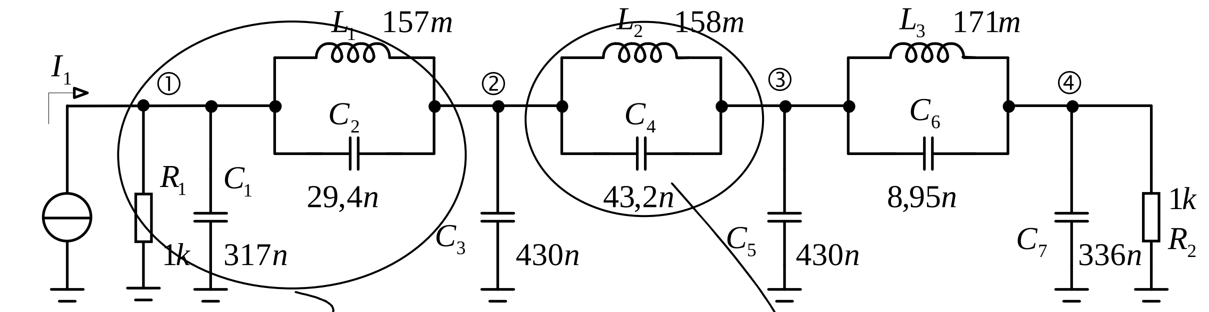
Pravidla o sestavení čtvercové vodivostní (admitanční) matice:

- Prvek *i,i* na hlavní diagonále obsahuje součet všech vodivostí (admitancí), připojených k uzlu *i*.
- Prvek *i,j* ($i \neq j$) mimo hlavní diagonálu obsahuje záporně vzatý součet všech vodivostí (admitancí), které jsou připojeny bezprostředně mezi uzly *i* a *j*.

K poslednímu pravidlu je třeba připojit poznámku. Základní lineární dvojpóly typu *R*, *L* a *C*, zapojené mezi uzly *i* a *j*, jsou reciprocitní v tom směru, že se chovají stejně ve směru uzel $i \rightarrow$ uzel j jako ve směru uzel $j \rightarrow$ uzel i, jinými slovy, že jejich admitance jsou v obou případech stejné. Proto u obvodů s těmito součástkami vykazují admitanční matice symetrii, tj. prvky *i,j* a *j,i* jsou totožné. Toto je další faktor, kterým můžeme urychlit algoritmické sestavování rovnic. Tato vlastnost však přestává platit, pokud se v obvodu objeví nereciprocitní prvek, například tranzistor.

Výše uvedená pravidla ukážeme na příkladu složitějšího obvodu na obr. 8.19. Jedná se o příčkový filtr 7. řádu typu dolní propust o mezním kmitočtu 1 *k*Hz, navržený programem NAF [I10].

Ve schématu vyznačíme 4 nezávislé uzly, kterým přísluší neznámá uzlová napětí U_1 až U_4. Aplikací pravidel přímo zapíšeme soustavu rovnic MUN:



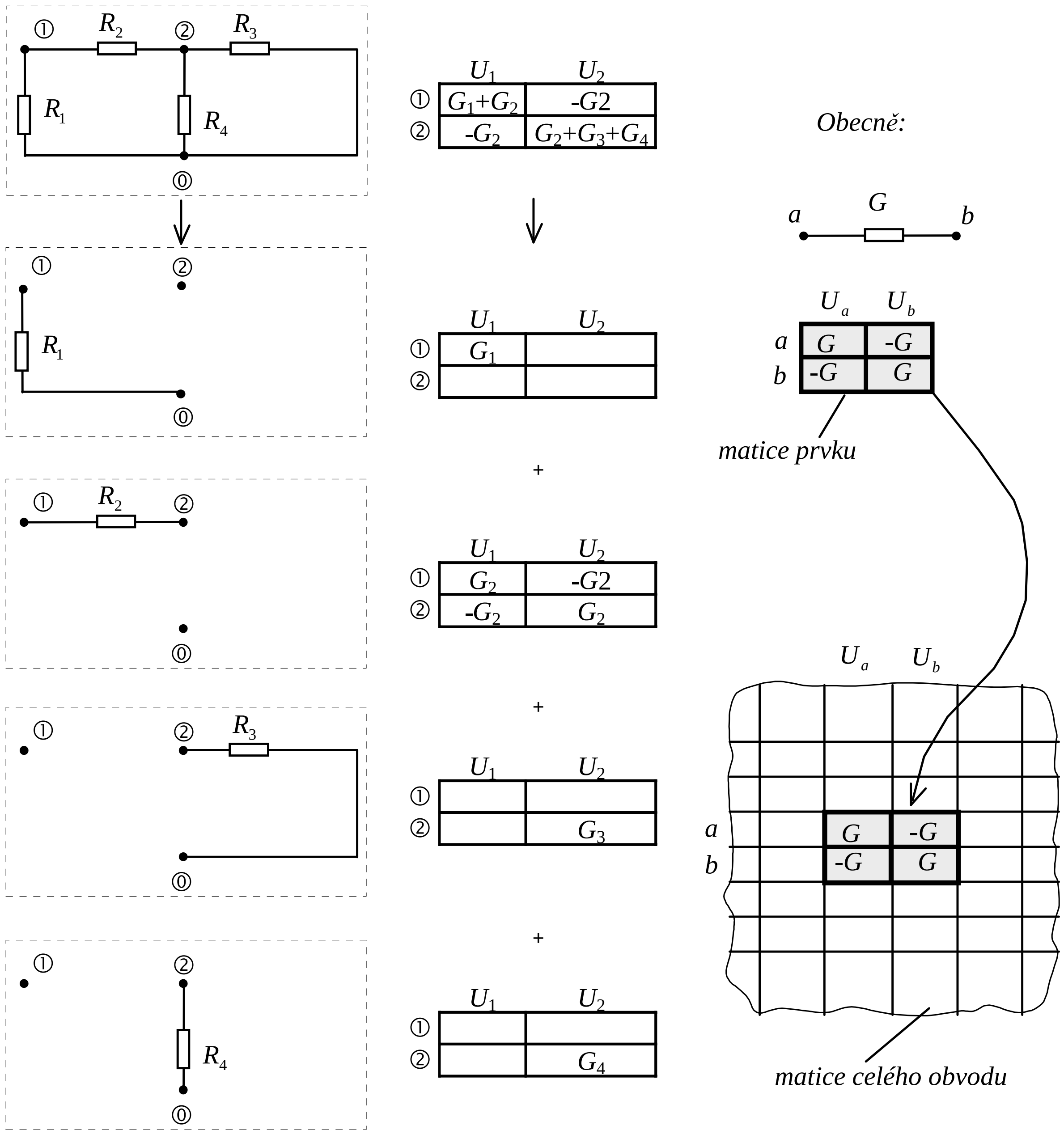
			U_1	U_2	U_3	U_4	
①	I_1		$G_1+p(C_1+C_2)+$ $+1/pL_1$	$-pC_2-1/pL_1$			U_1
②		=	$-pC_2-1/pL_1$	$p(C_2+C_3+C_4)+1/pL_1+$ $+1/pL_2$	$-pC_4-1/pL_2$		U_2
③				$-pC_4-1/pL_2$	$p(C_4+C_5+C_6)+1/pL_2+$ $+1/pL_3$	$-pC_6-1/pL_3$	U_3
④					$-pC_6-1/pL_3$	$G_2+p(C_6+C_7)+$ $+1/pL_3$	U_4

Obr. 8.19: Ukázka algoritmického sestavení rovnic MUN příčkového filtru.

Vodivostní matice se skládá z matic dílčích prvků

Vraťme se ještě k zapojení na obr. 8.18 a). Obr. 8.20 ukazuje, že daný odporový obvod je možné rozložit na jednotlivé elementy a výslednou vodivostní matici chápat jako součet dílčích vodivostních matic jednotlivých elementů. Zjednodušeně řečeno – výslednou vodivostní matici složitého obvodu můžeme postupně skládat z matic dílčích prvků obvodu. V další části se například seznámíme s obecnou maticí linearizovaného modelu tranzistoru. Po zvládnutí zásad jejího „vkládání“ pak budeme schopni analyzovat libovolné linearizované obvody s tranzistory.

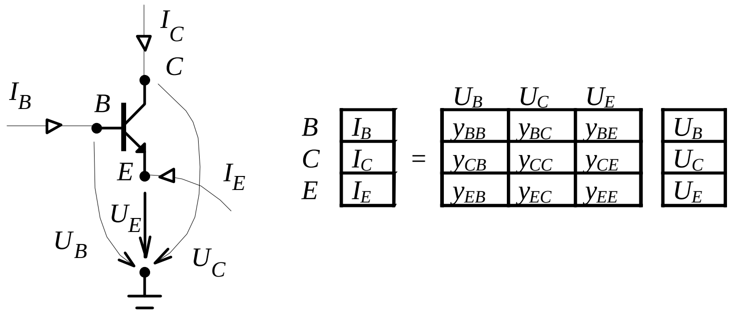
Všimněme si ještě na obr. 8.20 submatice, která přísluší plovoucímu rezistoru R_2. Její zvláštností je, že sečteme-li všechny prvky v libovolném řádku nebo sloupci, dostaneme nulu. Tuto vlastnost má vodivostní (admitanční) matice každého obvodu, kde při analýze umístíme referenční uzel vně tohoto obvodu. Pak daná matice je nazývána **úplnou vodivostní (admitanční) maticí**. Pokud dodatečně prohlásíme za referenční uzel některý z uzlů obvodu, řekněme uzel k, získáme příslušnou vodivostní matici tak, že z úplné vodivostní matice vypustíme k-tý řádek a k-tý sloupec. Tohoto postupu lze využít např. k vzájemným přepočtům linearizovaných parametrů tranzistoru v zapojeních se společným emitorem, bází a kolektorem.



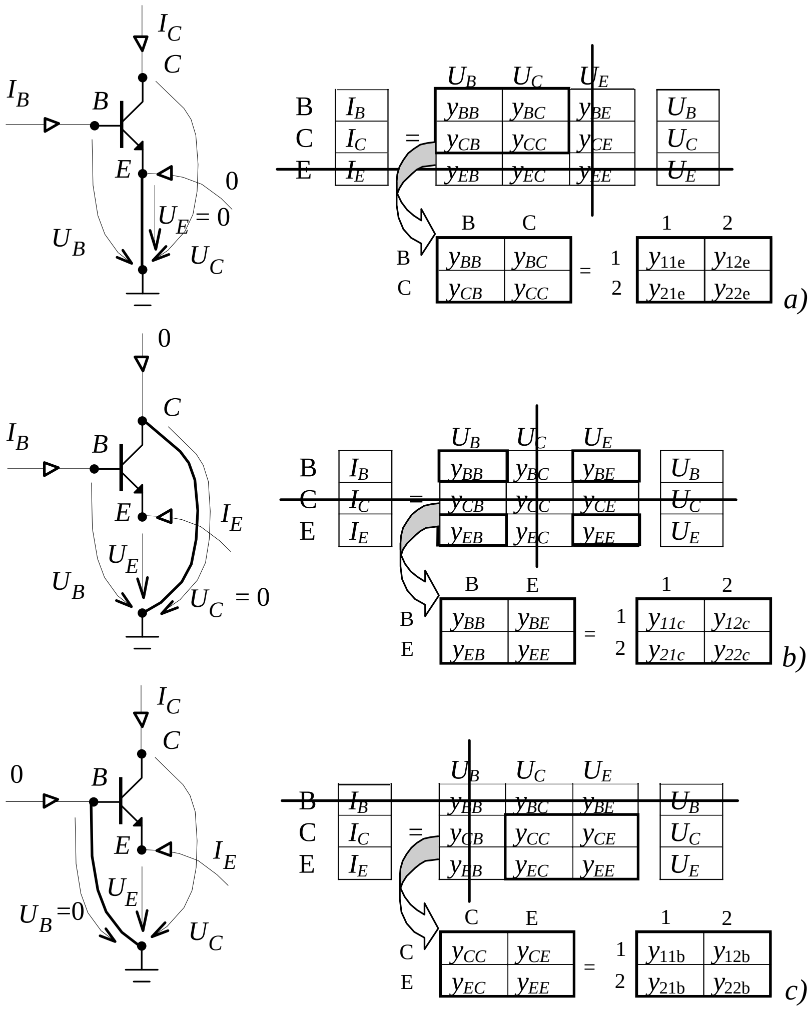
Obr. 8.20: Vodivostní (admitanční) matice obvodu se skládá z matic dílčích prvků.

Maticový linearizovaný model tranzistoru a MUN

Obecný pohled na tranzistor jako trojpól je na obr. 8.21. Jednotlivá napětí a proudy je třeba chápat jako odchylky od stejnosměrného pracovního bodu probíhající libovolně v čase, pokud analyzovaný obvod je čistě rezistivní, bez akumulačních prvků. Pak níže uvedené rovnice obsahují pouze reálné admitance - vodivosti. Častěji řešíme obvod v ustáleném stavu, malosignálově buzený harmonickým signálem. Pak napětí a proudy na obr. 8.21 představují příslušné komplexní fázory a symboly typu „*y*“ v uvedených rovnicích jsou admitance, které pouze na relativně nízkých kmitočtech je možné považovat za reálná čísla. Obecně se pod symboly *U* a *I* mohou chápat operátorové reprezentace obecných časových průběhů malosignálových odchylek kolem pracovního bodu, a symboly „*y*“ pak představují příslušné operátorové admitance. Pro jednoduchost jsme zvolili zápis pomocí velkých písmen *U* a *I*.



Obr. 8.21: Tranzistor v obecném zapojení a soustava jeho linearizovaných rovnic odpovídajících metodě uzlových napětí.



Obr. 8.22: Maticový popis tranzistoru v zapojení se společným emitorem (a), kolektorem (b) a bází (c).

Je-li tranzistor zapojen do obvodu v třech uzlech B, C a E (báze, kolektor a emitor), lze jej popsat trojicí rovnic metody uzlových napětí. Vodivosti (admitance) y_{BB} … y_{EE} v prvcích příslušné matice budou záviset na přenosových vlastnostech tranzistoru.

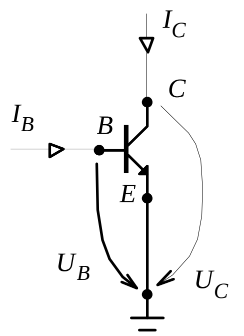
Na obr. 8.22 je znázorněno, jak bude modifikována soustava rovnic, bude-li referenční uzel spojen s jedním z uzlů tranzistoru. Na obr. 8.22 a) je ukázka zapojení tranzistoru se společným emitorem. Emitor je uzemněný, napětí U_E je tedy nulové. Sestavují se pouze 2 rovnice pro uzly *B* a *C*. Z původní soustavy rovnic tedy škrtáme rovnici pro uzel *E* a neuvažujeme napětí U_E. Tranzistor je pak popsán admitanční maticí 2x2. Prvky této matice mají význam *y*-parametrů tranzistoru v zapojení se společným emitorem (index *e*; báze jako vstupní svorka je zastoupena indexem 1, kolektor – výstupní svorka indexem 2). Tuto čtveřici *y*-parametrů získáme buď měřením nebo přepočtem ze známých *h*-parametrů (viz Tab. 4.1 na str. 57).

Admitanční matice 3x3 je úplnou admitanční maticí tranzistoru. Platí proto i pro ni pravidlo, že součet prvků v každém řádku a každém sloupci je nula. Známe-li tedy čtveřici parametrů y_{BB}, y_{BC}, y_{CB} a y_{CC}, což je čtveřice *y*-parametrů tranzistoru v zapojení se společným emitorem, pak je možné snadno dopočítat zbylých 5 parametrů.

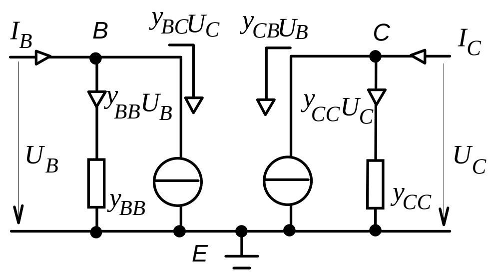
Na obrázcích b) a c) je ukázáno, jak bude vypadat popis tranzistoru v zapojení se společným kolektorem a se společnou bází. V zapojeních, kde všechny tři vývody tranzistoru jsou plovoucí, se ve výsledných rovnicích uplatní všech 9 parametrů tranzistoru.

Souvislost maticového popisu se zjednodušeným modelováním tranzistoru

Vyjdeme z rovnic pro zapojení se společným emitorem na obr. 8.2**3**. Popis pro další varianty lze z těchto rovnic odvodit.



$$I_B = y_{BB}U_B + y_{BC}U_C$$
$$I_C = y_{CB}U_B + y_{CC}U_C$$



Obr. 8.23: Modelování tranzistoru pomocí řízených zdrojů.

Rovnice lze modelovat obvodem s řízenými zdroji. Zanedbáme-li parametr y_{BC}, což bývá vzhledem k jeho číselným hodnotám na nízkých kmitočtech u většiny tranzistorů opodstatněné (viz str. 67), zmizí z náhradního schématu příslušný řízený zdroj. Dospějeme k zjednodušenému modelu tranzistoru, který jsme použili např. na str. 67. Parametr y_{CB} tranzistoru pak má význam strmosti tranzistoru $S = \Delta I_C/\Delta U_{BE}$. Maticový popis je tedy obecný a při komplexních hodnotách admitancí respektuje i chování tranzistoru v oblasti vysokých kmitočtů. Zjednodušený popis na str. 67 je jeho speciálním případem.

Při „typických“ hodnotách vstupního odporu, výstupního odporu a strmosti

$$r_{BE} \approx 2\ k\Omega,\ r_{CE} \approx 100\ k\Omega,\ S \approx 0{,}1\ A/V$$

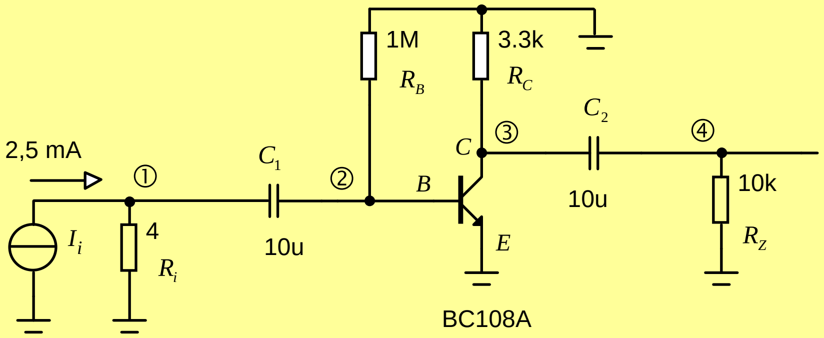
vycházejí „typické“ hodnoty *y*-parametrů takto:

$$y_{BB} \approx 500\mu\mathrm{S},\ y_{CC} \approx 10\mu\mathrm{S},\ y_{BC} \approx 0,\ y_{CB} \approx 0{,}1\mathrm{S},$$

$$y_{BE} \approx -500\mu\mathrm{S},\ y_{CE} \approx -0{,}1\ \mathrm{S},\ y_{EB} \approx -100{,}5\ m\mathrm{S},\ y_{EC} \approx -10\mu\mathrm{S},\ y_{EE} \approx 100{,}5\ m\mathrm{S}.$$

Příklad 8.7: *Linearizovaný model tranzistorového zesilovače*

Sestavte soustavu rovnic linearizovaného modelu tranzistorového zesilovače z obr. 8.24.



Obr. 8.24: Náhradní schéma tranzistorového zesilovače pro střídavý signál.

☑ ***Řešení*:**

V první fázi zapíšeme maticovou rovnici MUN tak, jako kdyby v obvodu nebyl tranzistor:

			U_1	U_2	U_3	U_4	
①	I_i	=	G_i+pC_1	$-pC_1$			U_1
②			$-pC_1$	G_B+pC_1			U_2
③					G_C+pC_2	$-pC_2$	U_3
④					$-pC_2$	G_2+pC_2	U_4

V druhém kroku vepíšeme do admitanční matice matici tranzistoru. Nejjednodušeji to provedeme tak, že do řádků a záhlaví sloupců nejprve doplníme symboly *B* a *C* tak, aby to odpovídalo číslům uzlů, k nimž jsou připojeny báze a kolektor (emitor se zde neobjeví, protože je zapojen na referenční uzel 0, který v matici není zastoupen). Pak do příslušných políček matice vepíšeme jednotlivé admitance tranzistoru, jejichž indexy odpovídají indexům řádků a sloupců. Výsledek je zde:

				U_1	U_2 *B*	U_3 *C*	U_4	
①		I_i	=	G_i+pC_1	$-pC_1$			U_1
②	*B*			$-pC_1$	$G_B+pC_1+y_{BB}$	y_{BC}		U_2
③	*C*				y_{CB}	$G_C+pC_2+y_{CC}$	$-pC_2$	U_3
④						$-pC_2$	G_2+pC_2	U_4

(8.5)

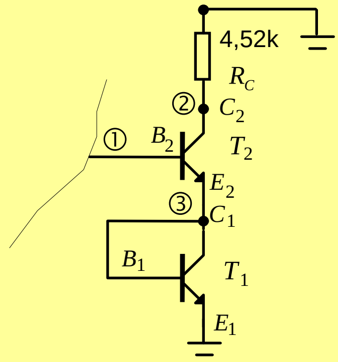
■

Získaná rovnice může být použita k řadě výpočtů. Po dosazení číselných hodnot parametrů se stává východiskem pro výpočty napěťových poměrů v uzlech, přenosů napětí ze vstupu do všech uzlů a impedančních poměrů, to vše pro různé kmitočty buzení podle toho, jaké zvolíme číselné hodnoty komplexního kmitočtu $p = j\omega$. O jednom z možných způsobů výpočtu se zmíníme v části „Způsob výpočtu obvodových funkcí z admitanční matice“ na str. 229.

V dalším příkladu ukážeme, že budeme-li se držet uvedeného postupu, sestavíme rovnice i u obvodů, které obsahují více tranzistorů, a dokonce i tehdy, jestliže budou tranzistory zapojeny „atypicky“, například s různě zkratovanými svorkami.

Příklad 8.8: *Sestavení admitanční matice obvodu s atypicky zapojeným tranzistorem.*

Sestavte admitanční matici části linearizovaného modelu integrovaného obvodu RCA 3040 na obr. 8.25.



Obr. 8.25: Model části integrovaného obvodu RCA 3040.

☑ ***Řešení*:**

Admitanční parametry tranzistorů T_1 a T_2 odlišíme horními indexy ^{1} a ^{2}.

Nejprve sestavíme admitanční matici obvodu bez tranzistorů:

	U_1	U_2	U_3
①			
②		G_C	
③			

Pak vepíšeme matici tranzistoru T_1:

		U_1	U_2	U_3 $B_1\ C_1$
①				
②			G_C	
③	$B_1\ C_1$			$y^1_{BB} + y^1_{BC} + y^1_{CB} + y^1_{CC}$

Všimněme si, že jsme do prvku 3,3 matice vepsali všechny čtyři admitanční parametry, které vyplývají z kombinací symbolů B_1 a C_1 v záhlavích matice.

Nakonec vepíšeme matici tranzistoru T_2:

		U_1 B_2	U_2 C_2	U_3 $B_1\ C_1\ E_2$
①	B_2	y^2_{BB}	y^2_{BC}	y^2_{BE}
②	C_2	y^2_{CB}	$G_C + y^2_{CC}$	y^2_{CE}
③	$B_1\ C_1\ E_2$	y^2_{EB}	y^2_{EC}	$y^1_{BB} + y^1_{BC} + y^1_{CB} + y^1_{CC} + y^2_{EE}$

(8.6)

■

Způsob výpočtu obvodových funkcí z admitanční matice

Sestavení rovnic MUN je první etapou analýzy. Pak je samozřejmě nutné tyto rovnice vyřešit. Ukážeme jednu z možných metod, která je založena na výpočtu obvodových funkcí pomocí tzv. **algebraických doplňků** admitanční matice.

Metodu vysvětlíme na příkladu tranzistorového obvodu z obr. 8.25. Uvažujme následující číselné hodnoty y-parametrů obou tranzistorů:

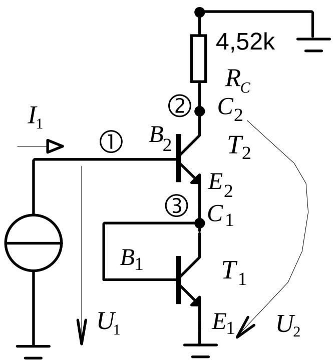
$y_{BB} \approx 200\mu S$, $y_{CC} \approx 10\mu S$, $y_{BC} \approx 0$, $y_{CB} \approx 0{,}2S$.
$y_{BE} \approx -200\mu S$, $y_{CE} \approx -0{,}2$ S, $y_{EB} \approx -200{,}2$ mS, $y_{EC} \approx -10\mu S$, $y_{EE} \approx 200{,}2$ mS.

Pak admitanční matice (8.6) celého obvodu bude

	U_1	U_2	U_3
①	0,2		-0,2
②	200	0,222	-200
③	-200,2	-0,01	400,41

Všechny admitance jsou dosazeny v [mS]. Matice tedy transformuje napětí ve voltech na proudy v miliampérech.

Předpokládejme, že chceme určit impedanci obvodu mezi uzlem 1 a zemí a napěťové zesílení U_2/U_1. K bráně mezi uzel 1 a referenční uzel připojíme zdroj proudu I_1, vypočteme napětí U_1, vyvolané tímto proudem, a jejich podílem určíme vstupní impedanci. Pak vypočteme napětí U_2, vyvolané vstupním buzením, a vydělením U_2 a U_1 vypočteme zesílení. Situace je znázorněna na obr. 8.26.



$$
\begin{array}{c}
① \\ ② \\ ③
\end{array}
\begin{bmatrix} I_1 \\ \\ \\ \end{bmatrix}
=
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} U_1 & U_2 & U_3 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 0{,}2 & & -0{,}2 \\ 200 & 0{,}222 & -200 \\ -200{,}2 & -0{,}01 & 400{,}41 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}
$$

Obr. 8.26: K výpočtu napěťového zesílení U_2/U_1.

Všimněme si, že i když požadujeme výpočet napěťového zesílení, nepotřebujeme k tomu nutně vstupní zdroj napětí.

K výpočtu napětí U_1 z rovnice na obr. 8.26 použijeme **Cramerovo pravidlo**.

Cramerovo pravidlo:

Napětí U_k, $k = 1,2,3$, je podílem dvou determinantů. Ve jmenovateli je determinant Δ admitanční matice. V čitateli je determinant Δ_k matice, která vznikne z admitanční matice záměnou sloupce k vektorem na levé straně rovnice.

Pro napětí U_1 vyjde

$$U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} I_1 & 0 & -0,2 \\ 0 & 0,222 & -200 \\ 0 & -0,01 & 400,41 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0,2 & 0 & -0,2 \\ 200 & 0,222 & -200 \\ -200,2 & -0,01 & 400,41 \end{vmatrix}} = \frac{(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 0,222 & -200 \\ -0,01 & 400,41 \end{vmatrix} I_1}{\begin{vmatrix} 0,2 & 0 & -0,2 \\ 200 & 0,222 & -200 \\ -200,2 & -0,01 & 400,41 \end{vmatrix}} = \frac{\Delta_{1:1}}{\Delta} I_1$$

V čitateli byla použita poučka o rozvoji determinantu podle 1. sloupce.

Symbol $\Delta_{i:j}$, zde konkrétně $\Delta_{1:1}$, představuje tzv. **algebraický doplněk** admitanční matice při vynechání i-tého řádku a j-tého sloupce. Číselně se rovná vzniklému subdeterminantu matice násobenému číslu $(-1)^{i+j}$.

Po vyčíslení determinantů získáme výsledek

$$U_1 \doteq 9,775\, I_1\, [V, mA] \Rightarrow Z_1 = \frac{U_1}{I_1} \doteq 9,775\, k\Omega\,.$$

Impedance (odpor) obvodu mezi uzlem 1 a referenčním uzlem je necelých 10 kΩ.

Obdobným způsobem vypočteme napětí U_2 a z něj napěťový přenos $K = U_2/U_1$.

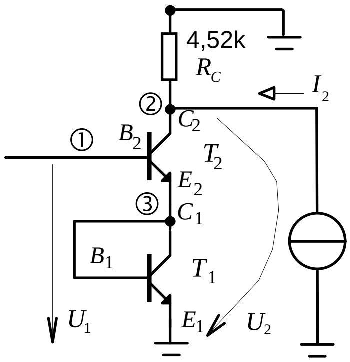
$$U_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 0,2 & I_1 & -0,2 \\ 200 & 0 & -200 \\ -200,2 & 0 & 400,41 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0,2 & 0 & -0,2 \\ 200 & 0,222 & -200 \\ -200,2 & -0,01 & 400,41 \end{vmatrix}} = \frac{(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 200 & -200 \\ -200,2 & 400,41 \end{vmatrix} I_1}{\begin{vmatrix} 0,2 & 0 & -0,2 \\ 200 & 0,222 & -200 \\ -200,2 & -0,01 & 400,41 \end{vmatrix}} = \frac{\Delta_{1:2}}{\Delta} I_1$$

Hledaný přenos napětí bude

$$K = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta_{1:2}}{\Delta_{1:1}} = \frac{(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 200 & -200 \\ -200,2 & 400,41 \end{vmatrix}}{(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 0,222 & -200 \\ -0,01 & 400,41 \end{vmatrix}} \doteq -460,8\,.$$

Dále si ukažme, jak bychom postupovali při výpočtu výstupní impedance mezi uzlem 2 a referenčním uzlem při vstupní bráně naprázdno.

V tom případě bychom připojili budicí zdroj proudu I_2 mezi uzel 2 a referenční uzel, vypočetli napěťovou odezvu U_2 a následně určili impedanci Z_2. Situace je na obr. 8.27 spolu s modifikovanou levou stranou rovnice.



$$\begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \end{array} \begin{bmatrix} \\ I_2 \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} U_1 & U_2 & U_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0{,}2 & & -0{,}2 \\ 200 & 0{,}222 & -200 \\ -200{,}2 & -0{,}01 & 400{,}41 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

Obr. 8.27: Postup při výpočtu výstupního odporu obvodu.

Napětí U_2 nyní bude

$$U_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0{,}2 & & -0{,}2 \\ 200 & I_2 & -200 \\ -200{,}2 & 0 & 400{,}41 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0{,}2 & 0 & -0{,}2 \\ 200 & 0{,}222 & -200 \\ -200{,}2 & -0{,}01 & 400{,}41 \end{vmatrix}} = \frac{(-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 0{,}2 & -0{,}2 \\ -200{,}2 & 400{,}41 \end{vmatrix} I_2}{\begin{vmatrix} 0{,}2 & 0 & -0{,}2 \\ 200 & 0{,}222 & -200 \\ -200{,}2 & -0{,}01 & 400{,}41 \end{vmatrix}} = \frac{\Delta_{2:2}}{\Delta} I_2 \doteq 4{,}505 I_2 \; [V, mA].$$

Výstupní impedance (odpor) proto vyjde

$$Z_2 = \frac{U_2}{I_2} \doteq 4{,}505 \; k\Omega .$$

Na základě předchozího příkladu můžeme formulovat následující pravidla pro výpočty obvodových veličin z admitanční matice obvodu:

Pravidla pro výpočet obvodových veličin a funkcí z admitanční matice obvodu:

Mějme lineární obvod o N uzlech vyjma referenčního uzlu, který je popsán admitanční maticí N x N pomocí metody uzlových napětí. Pomocí algebraických doplňků této matice můžeme spočítat:

Impedanci mezi uzlem k a referenčním uzlem:

$$Z_k = \frac{\Delta_{k:k}}{\Delta} .$$

Přenos napětí z uzlu i do uzlu o:

$$K = \frac{U_o}{U_i} = \frac{\Delta_{i:o}}{\Delta_{i:i}} .$$

Uzlové napětí U_k, je-li obvod napájen z jediného zdroje proudu I_i zapojeného mezi uzel i a referenční uzel:

$$U_k = \frac{\Delta_{i:k}}{\Delta} I_i .$$

Ve všech vzorcích je $\Delta_{i,j}$ algebraický doplněk admitanční matice při vynechání *i*-tého řádku a *j*-tého sloupce a Δ je determinant admitanční matice. Vzorce jsou často používány, neboť umožňují přímé výpočty z admitanční matice bez nutnosti sestavovat celou soustavu rovnic.

Počítačová analýza lineárních obvodů programem SNAP

Nejdůležitější aplikací algoritmických metod analýzy je automatizovaná počítačová analýza obvodů. Soudobé simulační programy využívají jednu z modifikací metody uzlových napětí.

Zjednodušeně řečeno, práce s typickým simulačním programem se uskutečňuje v několika krocích:

1. Zadání modelu obvodu. Zadávání lze provést dvěma různými způsoby – buď nakreslením schématu obvodu v tzv. schématickém editoru, nebo napsáním jednoduchého textového souboru, v němž bude uvedena informace o elektrických vlastnostech modelu: z jakých součástek se skládá, jaké parametry tyto součástky mají, a jak jsou vzájemně propojeny.
2. Zadání požadavků na analýzu, tj. o jaké výsledky analýzy máme zájem.
3. Vyhodnocení výsledků analýzy. Výsledky bývají ve formě grafů nebo textových výstupů.

Všechny příklady, uvedené v této kapitole, a mnoho dalších lze snadno vyřešit pomocí programu SNAP (Symbolic and Numeric Analysis Program), což je program, specializovaný k analýze lineárních obvodů. Doporučujeme stáhnout si z Internetové adresy http://snap.webpark.cz/index.html instalační soubory tohoto programu a zkusit si vyřešit některé z 123 „naprogramovaných" příkladů. Detailní návody a popisy naleznete v pramenech [3, 6, 9, 10].

📖 *Shrnutí a zobecnění:*

- *Ruční řešení použijeme zejména pro kontrolní výpočty v obvodech s uvažováním jednoduchých idealizovaných modelů součástek. Ve všech ostatních případech je rozumné provést analýzu prostřednictvím počítače.*
- *Rozhodnutí o tom, zda k ruční analýze použít heuristické nebo algoritmické postupy, je do jisté míry subjektivní záležitost. Někomu vyhovuje řešit i poměrně složité obvody tvůrčím způsobem za použití mnohdy originálních a netradičních postupů, jiný dá přednost osvědčeným metodám, které vedou vždy k cíli, obvykle však za cenu nepříjemných rutinních výpočtů.*
- *Třetí alternativou je samozřejmě vyřešit jakoukoliv analyzační úlohu pomocí vhodného počítačového programu.*
- *Usoudíme-li, že heuristické postupy jsou nad naše síly nebo jejich použití nepreferujeme z jiných důvodů, pak je na místě uvažovat buď o počítačové analýze, nebo o ručním řešení některou z algoritmických metod. Počítačové řešení se asi stane nutností při analýze rozsáhlejších obvodů nebo obvodů, obsahujících aktivní prvky, jejichž modelování vede na rozsáhlé soustavy rovnic. Typickou aplikací počítačových programů je analýza obvodů s uvažováním vlivů reálných parametrů součástek. Pro analýzu obvodových funkcí v operátorovém tvaru se pak nabízí program SNAP jako výborná alternativa s navazující numerickou analýzou.*

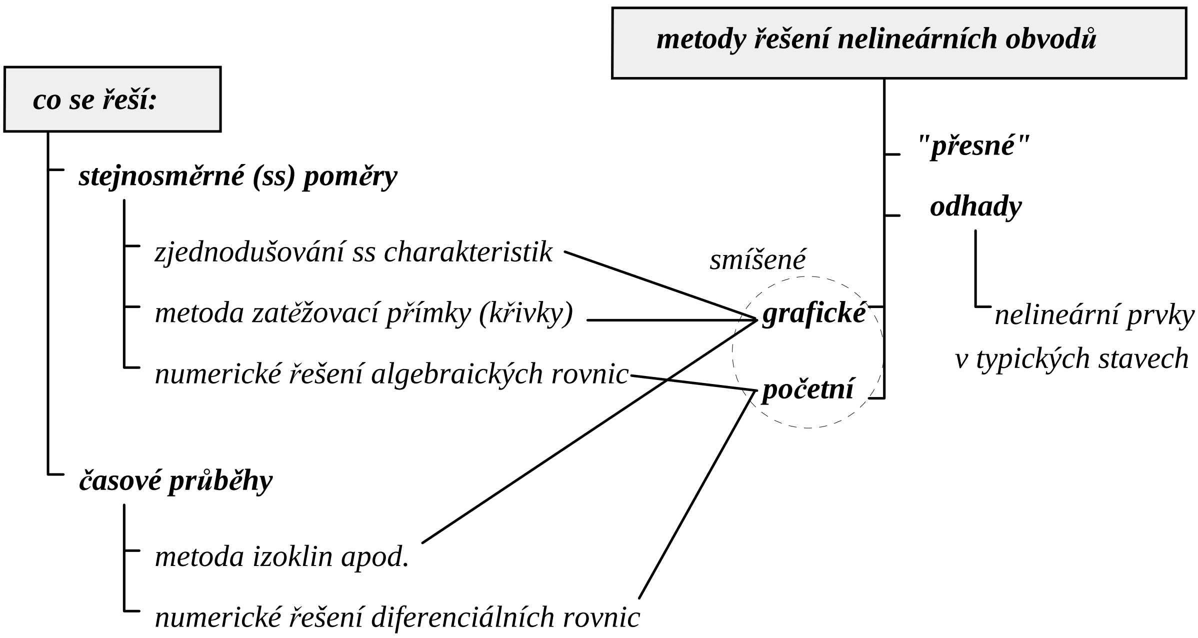
8.3 Metody analýzy nelineárních obvodů

Cíle kapitoly:

- Ukázat, že nelineární obvody se dají řešit buď „ručně“ nebo s využitím specializovaných programů.
- Podat přehled používaných metod řešení nelineárních obvodů.
- Demonstrovat základní problém, řešený v programech pro simulaci obvodů – řešení nelineárních rovnic.
- Vysvětlit metody přibližného řešení obvodů s diodami a tranzistory strategií odhadů.

8.3.1 Přehled metod

Analýza nelineárních obvodů je obecně neporovnatelně složitější úloha než v případě obvodů lineárních. Pro „ruční“ řešení je zde proto relativně málo prostoru a analýza se většinou uskutečňuje počítačově. Uživatel má k dispozici modely nelineárních prvků buď přímo zabudované v simulačním programu, nebo v jednodušších případech vystačí se změřenými stejnosměrnými charakteristikami (např. ampérvoltovou charakteristikou diody apod.) nebo alespoň s odhady, jak se v daném provozním režimu může prvek chovat (např. že na otevřené diodě je úbytek napětí přibližně 0,7 V). Podle charakteru modelu se tedy odvíjí následné použití buď grafických nebo početních metod analýzy, případně pouhých odhadů řešení.



Obr. 8.28: Zjednodušené dělení metod analýzy nelineárních obvodů.

V dnešní době grafické metody „přežívají“ snad jen ve formě metody zatěžovací přímky, resp. křivky, případně při zjednodušování stejnosměrných charakteristik sériově-paralelních struktur. I zde však jsou tyto metody spíše v roli nástroje pro názornou ilustraci funkce nelineárních zařízení, například stabilizátorů s referenčními diodami, než jako nástroje pro přesnou analýzu. Praktický význam tedy dnes mají jednak početní metody, jednak odhady poměrů v obvodech při znalostech chování nelineárních členů v typických stavech.

V této kapitole se proto omezíme jen na některé typické postupy analýzy. Počítačové analýze a simulaci jsou věnovány samostatné publikace [3, 24, 41, 42, 43].

8.3.2 Numerické řešení nelineárních rovnic

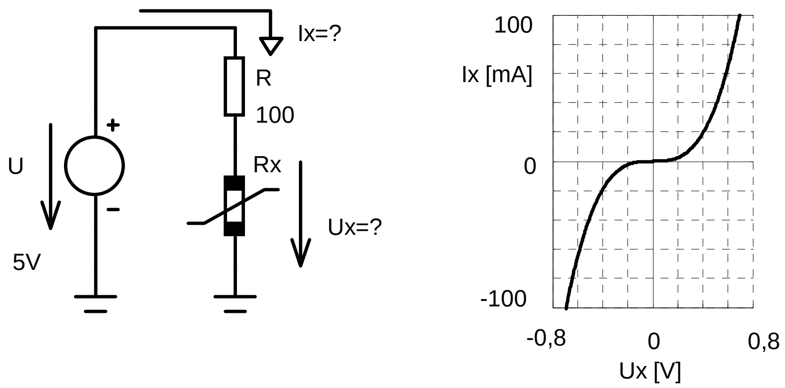
„Ruční" řešení

Uvažujme jednoduchý obvod na obr. 8.29. V sérii s rezistorem o odporu 1kΩ je nelineární rezistor o ampérvoltové charakteristice, která je popsána vzorcem

$I_x = kU_x^3$, kde k = 300mA/V. (8.7)

Vzorec přibližně popisuje chování nelineárního omezovače amplitudy, který lze jednoduše realizovat dvojicí antiparalelně zapojených diod.

Úkolem je vypočítat napětí na nelineárním prvku a proud, odebíraný ze zdroje.



Obr. 8.29: Obvod s nelineárním rezistorem se zadanou ampérvoltovou charakteristikou.

Upozorňujeme, že následující postup ne zcela koresponduje s ději, které se odehrávají v počítačových simulačních programech. Ty jsou velmi zjednodušeně popsány v navazující části „počítačové" řešení.

Z obr. 8.29 vyplývá, že napětí zdroje se rovná součtu napětí na obou rezistorech, neboli

$RI_x + U_x = U$.

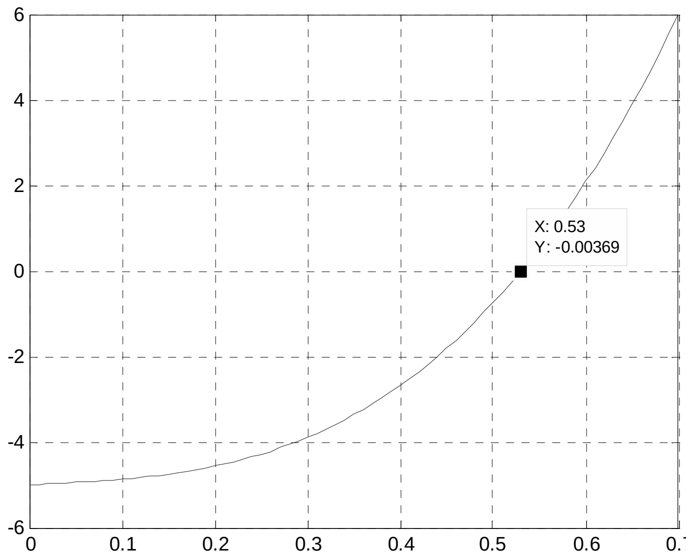
Po dosazení z (4.7) dostáváme nelineární rovnici pro hledané napětí U_x:

$kRU_x^3 + U_x = U$, neboli $30U_x^3 + U_x = 5$ (8.8)

Tato kubická rovnice je sice analyticky řešitelná, ale ne každý ovládá Cardanovy vzorce [1]. Proto použijeme iterační metodu.

Nejprve upravíme rovnici (8.8) na tvar

$f(U_x) = 30U_x^3 + U_x - 5 = 0$. (8.9)



Obr. 8.30: Průběh funkce $f(U_x)$, získaný z MATLABu.

Budeme hledat kořen této rovnice, neboli napětí U_x, pro které prochází definovaná funkce f nulou. Průběh této funkce, který je znázorněn na obr. 8.30, je možno snadno získat například po spuštění tohoto m-souboru v MATLABu:

```
U=5;R=100;k=0.3;
Ux=(0:0.01:0.7);
f=k*R*Ux.^3+Ux-U;
plot(Ux,f)
grid
```

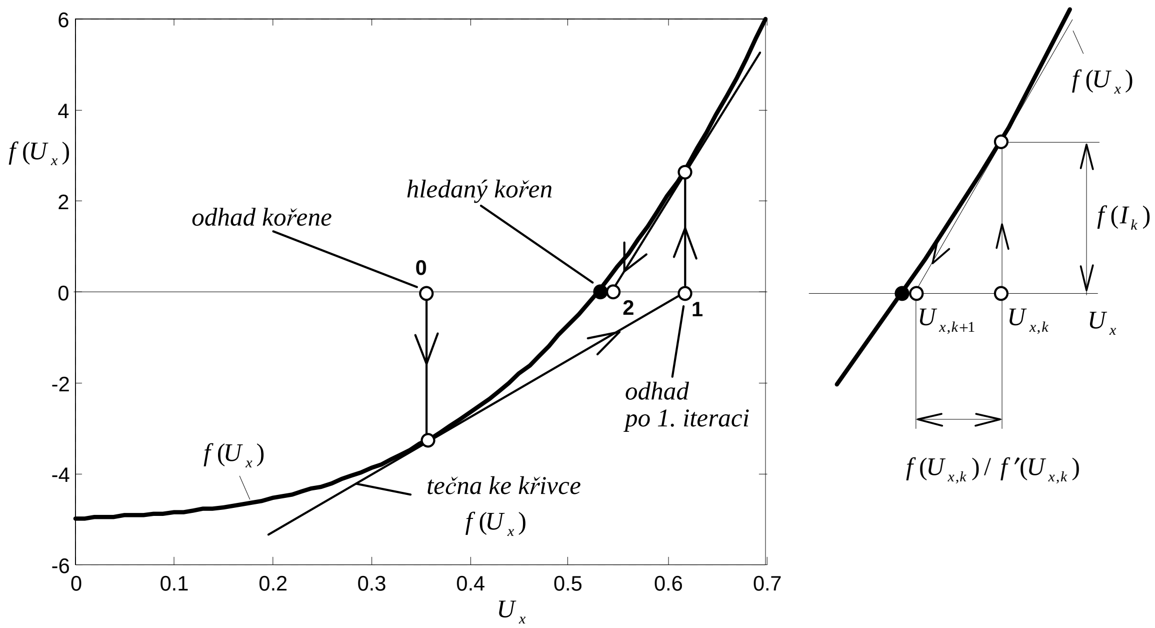
Z grafu můžeme odečíst, že hledané napětí U_x je asi 0,53V.

Přesnější řešení získáme Newtonovou iterační metodou, která je ilustrována na obr. 8.31.

V „nultém“ kroku odhadneme velikost napětí U_x. Dosadíme do funkce $f(U_x)$ a získáme bod na křivce $f(U_x)$, kterým vedeme tečnu. V průsečíku tečny s osou $f(U_x)$=0 najdeme odhad kořene po tzv. první iteraci. Po několika iteracích proces rychle konverguje k hledanému řešení.

Na obr. 8.31 vpravo je ukázáno, jak naprogramovat celý proces, neboli jak matematicky vyjádřit konstrukci tečny a hledání jejího průsečíku s vodorovnou osou. Je třeba naprogramovat v cyklu následující vzorec:

$$U_{x,k+1} = U_{x,k} - \frac{f(U_{x,k})}{f'(U_{x,k})}, \tag{8.10}$$



Obr. 8.31: K vysvětlení iterační metody hledání řešení nelineární rovnice.

kde *f’* značí derivaci funkce *f* podle napětí U_x. Po dosazení vzorce (8.9) a úpravě vyjde

$$U_{x,k+1} = U_{x,k} - \frac{kRU_{x,k}^3 + U_{x,k} - U}{3kRU_{x,k}^2 + 1}, \text{ neboli } U_{x,k+1} = U_{x,k} - \frac{30U_{x,k}^3 + U_{x,k} - 5}{90U_{x,k}^2 + 1} \qquad (8.11)$$

V MATLABu provedeme naprogramování (8.11) jednoduše takto:

```
U=5;R=100;k=0.3;
Ux=0
N=15; maximalni pocet iteraci
for i=1:N
    Ux=Ux-(k*R*Ux^3+Ux-U)/(3*k*R*Ux^2+1)
end
```

Před výpočtem je vhodné v menu MATLABu „File/Preferences” nastavit numerický formát zobrazovaných dat na „long e“, abychom viděli výsledky na 15 desetinných míst.

Zvolíme-li počáteční odhad `Ux=0`, MATLAB nalezne s přesností na 15 desetinných míst řešení v 11. iteraci:

`Ux= 5.301403698508722e-001 V.`

Proud I_x pak z rovnice (8.7) vychází

4.469859630149128e-002 A

Můžete se přesvědčit o tom, že při počátečním odhadu řešení `Ux=1V` se ustálí iterační algoritmus na správném řešení již v 6. kroku. Klíčem k vysvětlení je obr. 8.31.

„Počítačové“ řešení

Od simulačního programu očekáváme, že nalezne řešení libovolného obvodu, tedy obvodu, popsaného různými typy rovnic, bez zásahů uživatele, který by programu „napovídal“, jak má tyto rovnice upravovat, jak má definovat funkci f, jejíž kořeny pak bude vyhledávat.

Protože program není schopen takovéhoto „heuristického“ přístupu k řešení, jsou v něm naprogramovány algoritmické metody, při nichž je postup prakticky stejný při řešení jakéhokoliv obvodu. Program nejprve algoritmicky sestaví obvodové rovnice metodou uzlových napětí a pak počítá všechny neznámé, tj. uzlová napětí. Na rozdíl od výše uvedeného „ručního“ postupu, kdy jsme sestavili jednu nelineární rovnici pro napětí U_x a posléze hledali její řešení, program sestaví tolik nelineárních rovnic, kolik je uzlových napětí, a hledá iterací stejný počet neznámých napětí. Iterační metoda tedy musí být zobecněná pro více proměnných. Nazývá se *Newtonova-Raphsonova iterační metoda*. V různých modifikacích je zabudována do všech stávajících simulačních programů do procedur pro hledání stejnosměrných pracovních bodů.

Určitou nevýhodou této „vícerozměrné“ metody je pomalá konvergence ve srovnání s „jednorozměrným“ případem. V současné době jsou v profesionálních programech naprogramovány pomocné procedury k překonávání problémů s konvergencí. Algoritmus by měl spolehlivě konvergovat při analýze značně rozsáhlých nelineárních obvodů se součástkami se složitými modely. Bez nadsázky je možno zabudované algoritmy označit za výtečně fungující zázrak. I když – nic není dokonalé [3].

8.3.3 Přibližná analýza obvodů s diodami a tranzistory

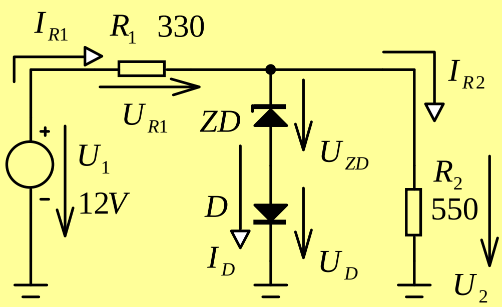
Na dvojici typických příkladů bude ukázán postup přibližné analýzy nelineárních obvodů s diodami a tranzistory, kdy vystačíme s minimem informací o modelech použitých polovodičových součástek. Popsané postupy ovšem nejsou univerzálně použitelné. Co je společné řešeným příkladům? Že na přechodu P-N křemíkové diody či tranzistoru, nacházející se v aktivním režimu, je zhruba 0,65 voltů (s tolerancí jedné desetiny voltu), že dovedeme odhadnout některá napětí a proudy, případně proudové zesílení tranzistoru atd. Velmi dobrých výsledků analýzy dosáhneme u obvodů, které jsou relativně málo citlivé na odhadované veličiny, jako jsou například tranzistorové obvody se stabilizací polohy stejnosměrného pracovního bodu. Dalším podobným příkladem jsou obvody s operačními zesilovači s nelineární zpětnou vazbou. V ostatních případech je však třeba brát výsledky s rezervou.

V každém případě bychom měli dodržovat následující **osvědčený postup**:

1. Stanovíme základní odhady (napětí báze-emitor, …).
2. Na základě základních odhadů provedeme výpočty.
3. Ověříme, zda jsou výsledky výpočtů v souladu se základními odhady. Pokud ne, přejdeme do bodu 1, nebo zkusíme analyzovat jiným způsobem.

Příklad 8.9: *Analýza stabilizátoru napětí.*

Odhadněte napětí na výstupu stabilizátoru na obr. 8.32. Dioda ZD má Zenerovo napětí 5,1V.



Obr. 8.32: Stabilizátor napětí.

☑ ***Řešení:***

1. Předpoklady:

U_{ZD} = 5,1V, U_D = 0,65V, neboli:

diodami teče dostatečně velký proud.

2. Výpočty:

U_2 = 5,1+0,65 = 5,75V, I_{R2} = 5,75/550 = 10,45 *m*A,
I_{R1} = (12-5,75)/330 = 18,94 *m*A, I_D = 18,94-10,45= 8,49 *m*A.

3. Ověření předpokladů: *Diodami teče* 8,49 *m*A.✓

Počítačové simulace ukazují jen nevýznamné odchylky od výsledků, získaných tímto jednoduchým postupem.

Při odhadu napětí na Zenerové diodě jsme neuvažovali úbytek napětí na diferenciálním odporu diody. V případě, že je známa jeho hodnota, je možné uvedené odhady dále zpřesnit.

■

Příklad 8.10: *Analýza stejnosměrného pracovního bodu tranzistorového obvodu.*

Nalezněte klidová napětí a proudy v tranzistorovém zesilovači na obr. 8.33 a).

☑ ***Řešení*:**

Jde o zapojení zesilovače, v němž je technikou „bootstrap" dosaženo vysokého vstupního odporu. V obvodu působí silná stabilizující záporná zpětná vazba přes rezistor R_4. Lze tedy předpokládat, že souřadnice pracovního bodu budou málo citlivé na vlastnosti tranzistoru, zejména na jeho proudový zesilovací činitel.

1. Předpoklady:

Tranzistor je v aktivním režimu, není v saturaci, $U_{BE} \approx 0{,}65V$, $U_{CE} >> 0$, $I_C = h_{21E} I_B$, kde h_{21E} je stejnosměrný proudový zesilovací činitel. Na základě zkušenosti zvolíme jeho velikost 200. Dále zanedbáme proud báze oproti proudu kolektoru, neboli uvažujeme $I_E = I_C$.

2. Výpočty:

$$U_A = U_N \frac{R_3}{R_2 + R_3} - I_B \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \doteq 4{,}048 - 37{,}11 I_B \; [V; mA]$$

.. dělič napětí zatížený proudovým odběrem I_B, řešeno principem superpozice.

$$U_E \approx U_A - R_5 I_B - 0{,}65 \doteq 4{,}048 - 37{,}11 I_B - 20 I_B - 0{,}65 = 3{,}398 - 57{,}11 I_B \; [V; mA]$$

… 2. Kirchhoffův zákon aplikovaný na smyčku R_3-R_5-BE-R_4.

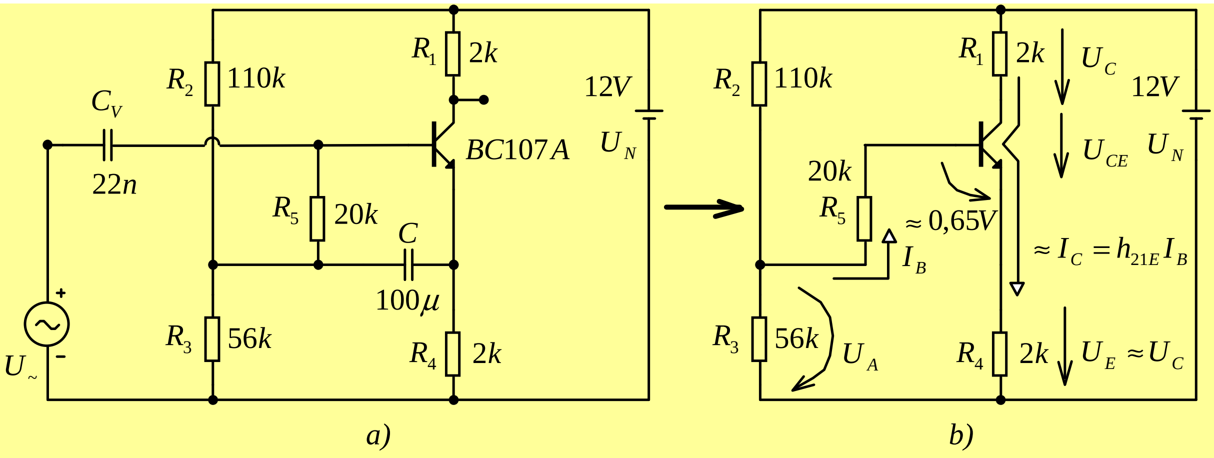
$$U_E \approx R_E I_C = R_E h_{21E} I_B = 400 I_B \; [V; mA].$$

Sloučení posledních dvou rovnic:

$$3{,}398 - 57{,}11 I_B \approx 400 I_B \Rightarrow I_B \approx 7{,}434.10^{-3} mA = 7{,}434 \mu A.$$

$$I_C = h_{21E} I_B \doteq 1{,}487 mA, \; U_C \approx U_E \approx R_E I_C \doteq 2{,}973V, \; U_{CE} = U_N - U_C - U_E \doteq 6{,}054V.$$

3. Ověření: $U_{CE} >> 0$ ✓



Obr. 8.33: a) Jednostupňový tranzistorový zesilovač, b) náhradní schéma pro výpočet stejnosměrných poměrů.

V tabulce 8.2 jsou výsledky našich odhadů zopakovány ve sloupci „odhady“. Je provedeno srovnání se simulací v programu Micro-Cap. Rozdíly ve výsledcích jsou přijatelné. Největší rozdíl je v bázových proudech, díky stabilizační záporné zpětné vazbě jsou však v kolektorovém obvodu rozdíly minimální.

Tab. 8.2: Výsledky řešení zesilovače z obr. 8.33 odhady a profesionálním simulačním programem.

	odhady	*Micro-Cap*
U_{BE} [V]	0,650	0,672
U_A [V]	3,772	3,741
U_C [V]	2,973	2,887
U_E [V]	2,973	2,904
U_{CE} [V]	6,054	6,209
I_B [μA]	7,434	8,271
I_C [mA]	1,487	1,444

■

8.3.4 Analýza (nejen) nelineárních obvodů s využitím simulačních programů

V roce 1971 vytvořil student „University of California“, Berkeley, USA Larry Nagel program SPICE1 (SPICE = Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) jako vývojově vyšší verzi svého předchozího programu CANCER (Computer Analysis of Nonlinear Circuits Excluding Radiation). Program umožňoval analýzu dějů v obvodech, obsahujících zejména bipolární a unipolární tranzistory. O věrohodnost výsledků bylo usilováno propracovaností modelů polovodičových součástek i matematických algoritmů řešení rovnic. Uživatel měl navíc možnost prakticky neomezeného rozšiřování sortimentu analyzovaných součástek technikou makromodelů zakládáním tzv. podobvodů (subcircuits) SPICE.

Protože program byl v podstatě volně šiřitelný, stal se brzo standardním simulačním nástrojem pro elektrotechnické úlohy. Usilovně se pracovalo na jeho zdokonalování.

V roce 1975 byla představena verze SPICE2 s podstatně zdokonalenými modely i numerickými algoritmy. Tato verze byla v průběhu téměř 20 let postupně zdokonalována na Berkeleyské univerzitě až do dnes všeobecně známého standardu SPICE2G.6, který byl v r. 1983 zpřístupněn k volnému používání.

Zdrojové texty SPICE1 a SPICE 2 byly napsány ve Fortranu. Vzhledem k zvýšenému využívání Unixových pracovních stanic padlo v Berkeley rozhodnutí přepsat SPICE 2 do jazyka C. Tak začala vznikat verze SPICE3. Dnes je rozšířena verze SPICE 3F.2. Oproti SPICE2G.6 se vyznačuje řadou vylepšení, ovšem z různých důvodů došlo k ztrátě zpětné kompatibility se SPICE2G.6.

S růstem výkonnosti počítačů PC došlo k přepisování programů, dosud běžících na výkonných pracovních stanicích, na programy spustitelné na „PCčkách“. Tak vznikl standard PSpice.

Dnes existuje více simulačních programů, které využívají v podstatě tři ne zcela kompatibilní standardy: SPICE2, SPICE3, PSPICE. Všechny lze rozdělit na tzv. „Spice-like“ a „Spice-compatible“ simulátory.

Označení „**Spice-like**“ znamená, že simulátor je schopen generovat podobné výsledky analýzy jako SPICE, avšak nemusí být schopen číst standardní vstupní soubory SPICE. Typickými příklady jsou staré verze programů Micro-Cap nebo TINA, program SABER apod.

Termínem „**Spice-compatible**“ se označují simulační programy, které dokáží číst standardní vstupní soubory SPICE, provádět klasické SPICE analýzy, a generovat výsledky v standardním SPICE2G.6 tvaru. Ze současných programů jsou to například PSpice, HSpice (standard SPICE3), WINSpice (standard SPICE3), Micro-Cap od verze IV, Multisim a další.

Pro „**Spice-like**“ a „**Spice-compatible**“ simulační programy jsou charakteristické tyto základní analýzy: „Transient“, „DC“, „AC“. Při analýze „Transient“ má uživatel možnost využívat program jako „inteligentní osciloskop“ k vizualizaci časových průběhů napětí, proudů a dalších obvodových veličin. Analýza „DC“ imituje tzv. charakterograf, tj. přístroj pro snímání stejnosměrných charakteristik součástek nebo celých bloků. Příkladem může být vykreslování sítě výstupních charakteristik tranzistorů. Analýza „AC“ umožňuje analýzu kmitočtových charakteristik obvodů, tj. chování linearizovaných modelů obvodů při jejich malosignálovém buzení v závislosti na kmitočtu.

Pro běžného uživatele simulačního programu „**Spice-like**“ nebo „**Spice-compatible**“ jsou důležité dvě věci: 1. Je možné zcela zdarma a legálně používat kvalitní simulační software. Většinou jde o volně šiřitelné profesionální produkty s určitou limitací na maximální velikost analyzovaného obvodu, případně s blokováním určitých druhů analýz. 2. Knihovny součástek, z nichž lze sestavovat simulované obvody, lze neomezeně rozšiřovat stahováním modelů SPICE z Internetu.

Z dostupných profesionálních programů lze doporučit zejména program Micro-Cap, který představuje špičkový a uživatelsky velmi přívětivý „**Spice-compatible**“ simulátor. Jeho volně šiřitelná evaluační verze umožňuje analyzovat relativně složité obvody. Součástí instalace programu je množství vzorových simulačních úloh, které pokrývají širokou škálu analogových, digitálních i smíšených aplikací.

📖 *Shrnutí a zobecnění:*

- *Při „ruční“ analýze nelineárních obvodů bez využití počítačových simulačních programů jsme ze zjevných důvodů omezeni na relativně jednoduché úlohy, především na analýzu stejnosměrných poměrů. Podle toho, v jaké formě máme k dispozici modely nelineárních prvků, zvolíme buď početní nebo grafickou metodu, případně jejich kombinace. Při volbě početní metody je však třeba tak jako tak využívat počítače na úrovni programů pro vědeckotechnické výpočty, v mezním případě alespoň kalkulačky (pokud možno programovatelné). Pro určitou třídu nelineárních obvodů, obsahujících diody a tranzistory, použijeme s výhodou postupy založené na odhadech, popsané v části* 8.3.3.
- *Ve všech případech ale platí, že „ruční“ analýza bude tím efektivnější, čím více porozumíme funkci jednotlivých součástek obvodu i funkci analyzovaného obvodu jako celku. Tato zásada se zde projevuje ještě o poznání silněji než při analýze lineárních obvodů.*
- *Solidní práce s nelineárními obvody je dnes nemyslitelná bez profesionálních simulačních programů, jejichž výstupy poměrně věrně kopírují chování reálných obvodů, a to díky propracovaným modelům součástek a výkonnému výpočetnímu jádru. Díky Internetu jsou takovéto programy přístupné prakticky pro každého zájemce.*

8.4 Využití operátorového počtu k analýze obvodů

Při analýze lineárních obvodů, které obsahují kapacitory, induktory, případně další modely kmitočtově závislých součástek, se běžně využívá **operátorového počtu**, založeného na **Laplaceové transformaci**. Existuje několik způsobů využití operátorového počtu k řešení obvodů. Shrnutí je uvedeno v dodatku „Operátorový počet v elektrotechnice“. Nejznámější postupy spočívají v tom, že výchozí schéma lineárního obvodu se převede na tzv. **operátorové schéma**, a to tak, že každý obvodový prvek se nahradí svým náhradním operátorovým modelem a signály – funkce času – se nahradí jejich **Laplaceovými obrazy**. Operátorový model rezistoru je opět rezistor. Řešíme-li obvod s nulovými počátečními podmínkami, pak prvky typu C a L jsou modelovány jejich **operátorovými impedancemi** $1/pC$ a pL. V případě nenulových počátečních podmínek jsou tyto impedance doplněny o přídavné zdroje napětí nebo proudu (viz příloha). Počátečními podmínkami se zjednodušeně rozumí napětí na kapacitorech a proudy induktory obvodu v počátečním čase analyzovaných průběhů.

Operátorové schéma se řeší některou z heuristických nebo algoritmických metod analýzy. Výsledkem řešení je ovšem **Laplaceův obraz** hledané obvodové veličiny. Časový průběh signálu lze určit **zpětnou Laplaceovou transformací**.

Mnohdy nejsou cílem analýzy časové průběhy, ale například **kmitočtové charakteristiky**. Tyto snadno získáme z operátorové obvodové funkce po substituci $p = j\omega$.

Dodatky:

Operátorový počet v elektrotechnice

Schulzův a Bergův diagram

9 Operátorový počet v elektrotechnice

„Používám metodu, která byla vynalezena Heavisidem před nějakými 25-30 lety a která, jak se zdá, byla již zapomenuta. Je podivuhodně krásná a umožňuje velmi jednoduchým způsobem počítat přechodné děje v téměř libovolném obvodu… .“

Volně přeloženo z dopisu E.J. Berga C.P.Steinmetzovi při příležitosti vydání knihy E.J.Berg, Electrical Engineering Advanced Course, New York, McGraw-Hill Book Co., 1916.

Roku 1812 odvodil francouzský matematik *Pierre Simon de Laplace* (1749-1827) speciální integrální transformaci, která byla později pojmenována po něm jako Laplaceova transformace. Pro potřeby inženýrů a dalších pracovníků z technické praxe vytvořil na podobných základech anglický fyzik *Oliver Heaviside* (1850-1925) speciální operátorový počet, v němž hrál významnou úlohu komplexní operátor *p*. Teprve později byly Heavisideovy postupy uznávány i v matematických kruzích, když byly podány některé matematické důkazy „intuitivních“ pouček Heavisidea a jejich úzké souvislosti právě s Laplaceovou transformací.

Níže je stručně shrnuta syntéza klasické Laplaceovy transformace a Heavisideova přístupu pro modelování jevů v lineárních setrvačných obvodech.

Formální zavedení operátoru p

Operátor p je zaveden jako zkrácený zápis derivace podle času:

$$p \equiv d/dt. \tag{9.1}$$

Namísto zápisu derivace funkce $df(t)/dt$, případně $f'(t)$, se operátor připojí k této funkci:

$$\frac{d}{dt} f(t) \equiv pf(t).$$

Je zřejmé, že je-li funkce složena z lineární kombinace jiných funkcí, např.

$f(t) = a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)$, a_1, a_2 konstanty,

pak

$$\frac{d}{dt} f(t) = a_1 \frac{d}{dt} f_1(t) + a_2 \frac{d}{dt} f_2(t) \equiv a_1 pf_1 + a_2 pf_2 .$$

Jsou-li výrazy a_1, a_2 konstanty nezávislé na čase, pak je lhostejné, v jakém pořadí zapisujeme symboly a_1, p, f_1, příp. a_2, p, f_2. Operátor p působí pouze na funkci času, s níž je v součinu.

Platí-li

$y = x' \Rightarrow y \equiv px,$

pak je platný i další zápis z toho formálně vyplývající:

$$x = \int y dt \Rightarrow x \equiv \frac{1}{p} y .$$

S operátorem *p* lze tedy pracovat jako se symbolem, pro nějž platí běžné algebraické operace, zavedeme-li operátor integrace

$$\frac{1}{p} \equiv \int \quad . \tag{9.2}$$

Operátorem lze jednoduše vyjádřit i vyšší derivace:

$f' \equiv pf$

$f'' = [f']' \equiv p[pf] = p^2 f$

:

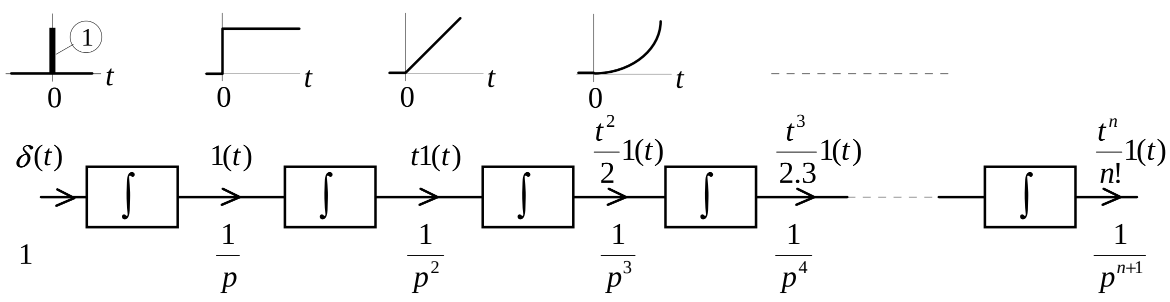
$f^{(n)} \equiv p^n f.$

Vyjádření signálu pomocí operátoru p

Modelování signálu časovou funkcí je mnohdy velmi nepohodlné. Signály mění při průchodu elektrickými obvody své vlastnosti, což se popisuje funkcemi času velmi složitě a nepohodlně. Lze ukázat, že lineární obvod působí na procházející signál operacemi, které lze složit z integračních a derivačních procesů. Integraci a derivaci lze však snadno popsat operátorovým počtem.

Signál, klasicky popsaný funkcí času, vyjádříme v „kompaktní“ formě jako jednoduchou funkci operátoru *p*. Tomuto „zrcadlení“ signálu v operátorové doméně budeme říkat operátorový (Laplaceův) obraz signálu.

Představme si kaskádu bloků, z nichž každý vykonává integraci signálu, podle obr. 9.1. Na vstup kaskády přivedeme Diracův impuls $\delta(t)$. První integrátor jej transformuje na jednotkový skok [5]. Další integrací jednotkového skoku vznikne lineárně rostoucí funkce atd.



Obr. 9.1: Ilustrace přiřazení operátorových obrazů k elementárním signálům.

Z hlediska operátorového vyjádření signálů v daném řetězci je zřejmé, že operátorové obrazy „sousedních“ signálů se budou lišit násobícím faktorem $1/p$. Jestliže se rozhodneme prvnímu signálu v kaskádě – Diracovu impulsu – přiřadit jednoduchý operátorový obraz 1, pak obraz jednotkového skoku bude $1/p$, obraz lineárně rostoucí funkce $1/p^2$, atd.:

$\delta(t) \equiv 1$

$1(t) \equiv 1/p$

$$t\,1(t) \equiv 1/p^2 \qquad (9.3)$$
$$\vdots$$
$$t^n\,1(t) \equiv n!/p^{n+1}$$
$$\vdots$$

Poznamenejme, že všechny uvedené signály jsou nulové pro záporné časy, což je matematicky vyjádřeno násobením jednotkovými skoky.

Pomocí elementárních signálů (9.3) lze na principu Taylorovy řady "složit" další signály. Uveďme příklad exponenciální funkce času, kde a je reálné číslo:

$$e^{at}1(t) = (1 + at + \frac{(at)^2}{2!} + \frac{(at)^3}{3!} + ...)1(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(at)^k}{k!}1(t) \equiv \frac{1}{p} + \frac{a}{p^2} + \frac{a^2}{p^3} + ... = \frac{1}{p}\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{a}{p})^k = \frac{1}{p-a}.$$

Existuje způsob, jak nalézt operátorový obraz signálu bez nutnosti výpočtů přes Taylorovu řadu. Signál jako funkce času se dosadí do určitého vzorce, který přímo vygeneruje operátorový obraz. Jde o definiční vzorec Laplaceovy transformace.

Laplaceova transformace

Laplaceova transformace jednoznačně přiřazuje signálu $f(t)$, který je nulový pro záporné časy, jeho operátorový obraz $F(p)$ podle vzorce

$$F(p) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt\,. \qquad (9.4)$$

Signál musí splňovat určité podmínky, aby konvergoval integrál v (9.4) a aby tedy existoval Laplaceův obraz signálu. Tyto podmínky jsou popsány v odborné literatuře, např. v [33]. Pro běžné signály z technické praxe jsou automaticky splněny.

Vzorec (9.4) je možné otestovat například pro jednotkový skok:

$$\int_0^{\infty} 1(t)e^{-pt}dt = \int_0^{\infty} e^{-pt}dt = -\frac{1}{p}\left[e^{-pt}\right]_0^{\infty} = -\frac{1}{p}(0-1) = \frac{1}{p}\,.$$

Výpočet je správný za předpokladu, že $e^{-pt}\to 0$ pro $t\to\infty$. To je splněno, je-li reálná část operátoru p kladná. Jednotkový skok má tedy Laplaceův obraz $1/p$, kde p může být libovolné komplexní číslo s kladnou reálnou částí. Jinými slovy, toto číslo se musí nacházet v komplexní polorovině vpravo od imaginární osy. Tento výsek komplexní roviny nazýváme **definičním oborem** daného Laplaceova obrazu.

V Tab. 9.1 jsou shrnuty základní vlastnosti Laplaceovy transformace, přímo vyplývající z definičního integrálu (9.4). V Tab. 9.2 jsou uvedeny tzv. limitní teorémy. Stručný slovník Laplaceovy transformace je v Tab. 9.3.

Z údajů v řádku „časová derivace signálu“ Tab. 9.1. vyplývá, že Heavisideova interpretace operátoru p jako symbolu derivace platí jen pro případy, kdy derivovaný signál má v počátku časové osy nulovou hodnotu ve smyslu limity zprava. Této podmínce vyhovují všechny signály, uvedené na obr. 9.1 a v relacích 9.3, s výjimkou jednotkového skoku.

Tab. 9.1: Základní vlastnosti Laplaceovy transformace. Symboly 0^+ a 0^- označují limity zprava a zleva.

vlastnost	signál $f(t)$	Laplaceův obraz $F(p)$	poznámka
násobení signálu konstantou	$a.f(t)$	$a.F(p)$	
součet signálů	$f_1(t)+f_2(t)$	$F_1(p)+F_2(p)$	
časové zpoždění signálu	$f(t-\tau)1(t-\tau)$	$F(p)e^{-p\tau}$	$\tau \geq 0$
exponenciální tlumení signálu	$f(t)e^{-at}$	$F(p+a)$	a je libovolné reálné
změna časové osy	$f\left(\frac{t}{a}\right)$	$a.F(ap)$	$a > 0$ reálné
násobení signálu časem	$t.f(t)$	$-\frac{dF(p)}{dp}$	
časová derivace signálu	$\frac{df(t)}{dt}$	$pF(p)-f(0^+)$	$f(0^+)=\lim\limits_{t\to 0+} f(t)$
časová integrace signálu	$\int_{0-}^{t} f(x)dx$	$\frac{F(p)}{p}$	
konvoluce dvou signálů	$f_1(t)*f_2(t)$	$F_1(p)F_2(p)$	$f_1(t)*f_2(t)=$ $=\int_{0-}^{t} f_1(x)f_2(t-x)dx=$ $=\int_{0-}^{t} f_2(x)f_1(t-x)dx$

Tab. 9.2: Limitní teorémy. Symbol 0^+ označuje limitu zprava. Termín **pól** je vysvětlen na str. 109 a 248.

	poznámka
Teorém o počáteční hodnotě signálu	
$\lim\limits_{t\to 0+} f(t)=\lim\limits_{\mathrm{Re}\, p\to\infty}[pF(p)]$	
Teorém o konečné hodnotě signálu	platí jen pokud limita existuje a je konečná, neboli pokud $F(p)$ má všechny póly v levé komplexní polorovině
$\lim\limits_{t\to\infty} f(t)=\lim\limits_{p\to 0}[pF(p)]$	

Tab. 9.3: Stručný slovník Laplaceovy transformace.

	Laplaceův obraz	signál	poznámka
1	1	$\delta(t)$	jednotkový (Diracův) impuls
2	$\frac{1}{p}$	$1(t)$	jednotkový (Heavisideův) skok
3	$\frac{1}{p^2}$	$t1(t)$	
4	$\frac{1}{p^{n+1}}$	$\frac{t^n}{n!}1(t)$	n je celé kladné číslo
5	$\frac{1}{p+a}$	$e^{-at}1(t)$	
6	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$te^{-at}1(t)$	
7	$\frac{1}{(p+a)^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}1(t)$	n je celé kladné číslo
8	$\frac{1}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{b-a}1(t)$	$b \neq a$, reálná čísla
9	$\frac{p}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{be^{-bt}-ae^{-at}}{b-a}1(t)$	$b \neq a$, reálná čísla
10	$\frac{1}{p(p+a)}$	$\frac{1}{a}(1-e^{-at})1(t)$	$a \neq 0$
11	$\frac{1}{p(p+a)^2}$	$\frac{1}{a^2}[1-(1+at)e^{-at}]1(t)$	$a \neq 0$
12	$\frac{1}{p(p+a)(p+b)}$	$\frac{1}{ab}\left(1-\frac{b}{b-a}e^{-at}+\frac{a}{b-a}e^{-bt}\right)1(t)$	$b \neq a$
13	$\frac{1}{p^2(p+a)}$	$\frac{1}{a^2}(at-1+e^{-at})1(t)$	$a \neq 0$
14	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\sin\omega t1(t)$	
15	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$\cos\omega t1(t)$	
16	$\frac{\omega^2}{p(p^2+\omega^2)}$	$(1-\cos\omega t)1(t)$	
17	$\frac{p}{(p^2+\omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega}t\sin\omega t1(t)$	
18	$\frac{1}{(p+a)^2+\omega^2}$	$\frac{1}{\omega}e^{-at}\sin\omega t1(t)$	$\omega \neq 0$
19	$\frac{p}{(p+a)^2+\omega^2}$	$\frac{1}{\omega}e^{-at}(\omega\cos\omega t-a\sin\omega t)1(t)$	$\omega \neq 0$
20	$\frac{1}{p}\frac{1}{(p+a)^2+\omega^2}$	$\frac{1}{a^2+\omega^2}[1-\frac{1}{\omega}e^{-at}(a\sin\omega t+\omega\cos\omega t)]1(t)$	$\omega \neq 0$

Fyzikální interpretace Laplaceovy transformace signálu

Laplaceův obraz konkrétního signálu je funkcí operátoru p. Tento operátor je obecně komplexní číslo

$$p = \sigma + j\omega, \tag{9.5}$$

jehož reálnou a imaginární složku si v podstatě volí “uživatel” v souladu s jejich zcela konkrétním fyzikálním významem, který bude objasněn v dalším textu.

S přihlédnutím k (9.5) přepíšeme definiční vztah Laplaceovy transformace (P.4) takto:

$$F(p) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} [f(t)e^{-\sigma t}]e^{-j\omega t}dt\,. \tag{9.6}$$

Uvědomíme-li si, že signál $f(t)$ je nulový pro záporné časy a tudíž že dolní integrační mez může být změněna na -∞, aniž by se změnila velikost integrálu, pak Laplaceova transformace signálu $f(t)$ je rovna Fourierově transformaci tohoto signálu, násobeného exponenciální funkcí $e^{-\sigma t}$. Jinými slovy,

Laplaceova transformace signálu $f(t)$ vyjadřuje spektrum tohoto signálu po jeho zatlumení exponenciálním signálem $e^{-\sigma t}$ s časovou konstantou tlumení $\tau = 1/\sigma$.

Přesněji řečeno, pro $\sigma > 0$ se jedná o tlumení, pro $\sigma < 0$ o exponenciální zesilování. Situace je ilustrována na obr. 9.2.

Obrázek 9.3 ukazuje konkrétní rozložení modulu Laplaceova obrazu

$$\frac{p}{(p+\frac{1}{\tau})^2+\Omega^2} = \frac{p}{(p+250)^2+(50\pi)^2}\,,\ \tau = 4\text{ms}.$$

Podle řádku 19 tabulky 9.3. jde o obraz signálu, složeného ze sinové a kosinové složky o kmitočtu 25Hz, tlumeného exponenciálně s časovou konstantou 4ms.

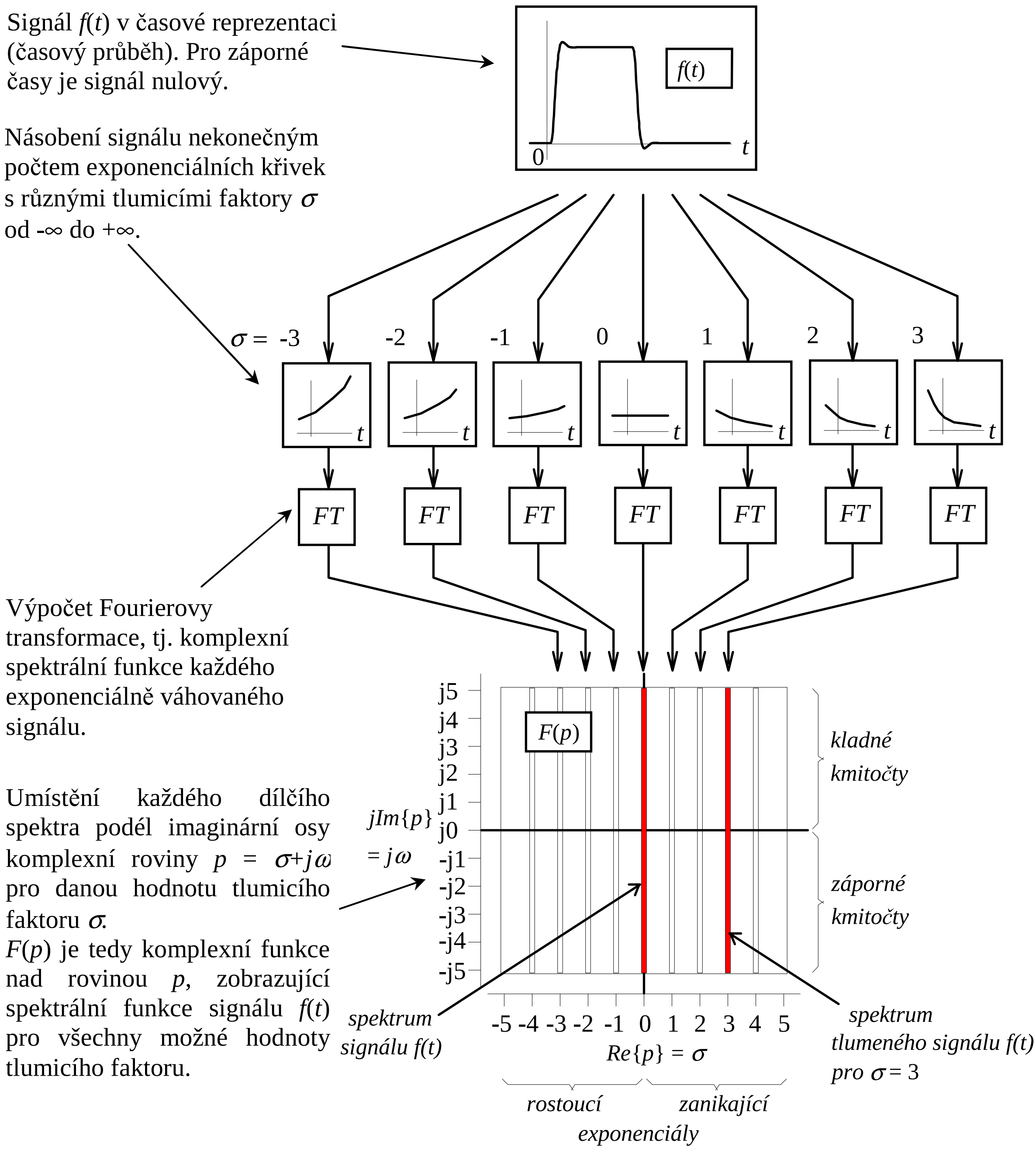
V počátku komplexní roviny, tedy pro $p = \sigma + j\omega = 0$, vychází Laplaceův obraz nulový. Daná plocha nad komplexní rovinou se “propadá” do tzv. **nulového bodu**. Naopak pro hodnoty operátoru p, pro něž je jmenovatel Laplaceova obrazu nulový, neboli pro

$$p = -\frac{1}{\tau} \pm j\Omega = -250 \pm j50\pi$$

roste modul Laplaceova obrazu nade všechny meze. Daná plochy vytváří jakési „komíny“ v místech komplexní roviny, kterým se říká **póly**.

Spektrální funkci signálu získáme řezem zobrazené plochy rovinou, která prochází imaginární osou a je kolmá ke komplexní rovině $p = \sigma + j\omega$. Kdybychom posouvali rovinu řezu směrem do záporných hodnot tlumení σ, jinými slovy, pokud bychom signál násobili “rostoucí” exponenciální funkcí, pak pro hodnotu $\sigma = -1/\tau$ bychom protli plochu v místech, kde jsou lokalizovány póly. Spektrum signálu by pak vykazovalo v oblastech pólů nekonečný nárůst. Došlo by k vykompenzování tlumení harmonického signálu, takže jeho amplituda je konstantní, čemuž odpovídá neohraničený nárůst energie signálu v kmitočtovém pásmu v okolí kmitočtu Ω.

Shrňme, že ze souřadnic pólů lze zjistit kruhový opakovací kmitočet signálu (souřadnice imaginární složky) a míru exponenciálního tlumení nebo nárůstu signálu (souřadnice reálné složky). Poloha nulového bodu určuje proporce mezi amplitudami sinové a kosinové složky (viz řádek 19 tab. 9.3) a tudíž souvisí s počáteční fází harmonického signálu.



Obr. 9.2 [40]**:** Laplaceova transformace jako zobecnění Fourierovy transformace signálu.

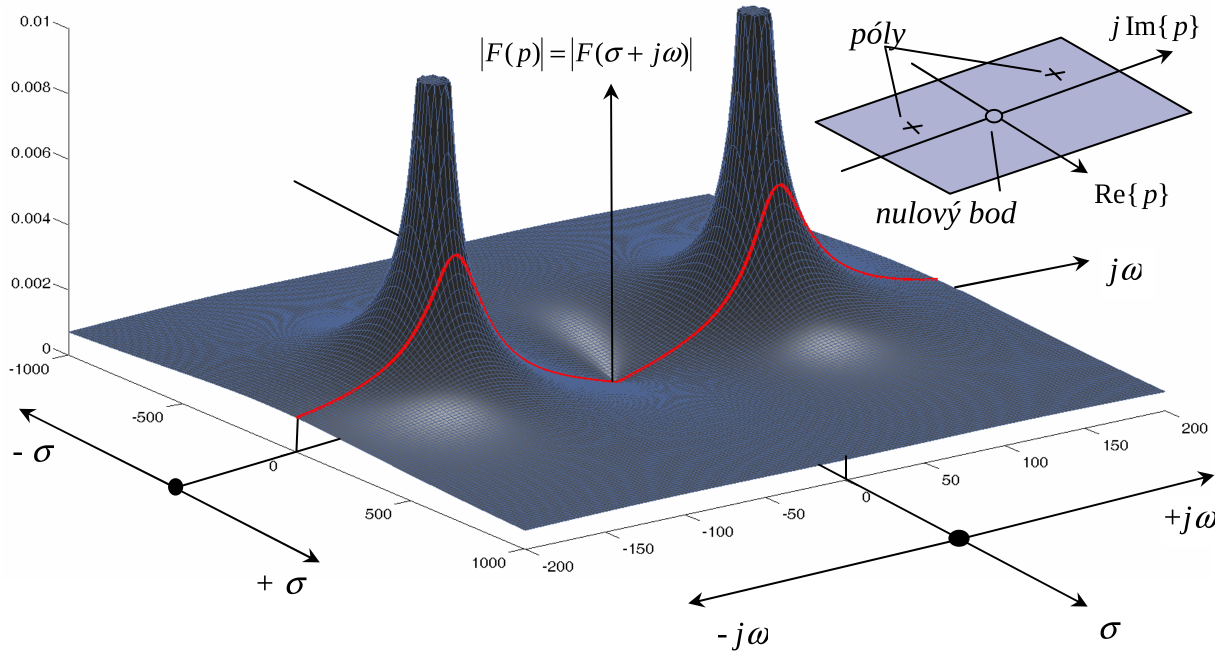
Zpětná Laplaceova transformace

Tato transformace převádí Laplaceův obraz signálu zpět na původní signál. Integrální definice, popsaná v matematické literatuře, např. v [33], se v technické praxi příliš nevyužívá. Většinou se postupuje pomocí slovníků Laplaceovy transformace, kde se k danému obrazu dohledá originál. Této závěrečné fázi převodu předchází rozklad Laplaceova obrazu na dílčí obrazy, které jsou obsaženy ve slovníku. Rovněž se často používá různých pouček a vlastností Laplaceovy transformace, shrnutých v tabulkách 9.1 a 9.2.

Níže jsou popsány praktické postupy rozkladu Laplaceového obrazu na parciální zlomky. Laplaceův obraz je uvažován ve tvaru racionální lomené funkce

$$F(p)=\frac{P(p)}{Q(p)}=\frac{b_m p^m+b_{m-1}p^{m-1}+\ldots+b_1 p+b_0}{a_n p^n+a_{n-1}p^{n-1}+\ldots+a_1 p+a_0}=\frac{b_m p^m+b_{m-1}p^{m-1}+\ldots+b_1 p+b_0}{a_n(p-p_1)(p-p_2)\ldots(p-p_n)},\ m<n.$$

Symboly p_1, p_2, … ve jmenovateli představují kořeny jmenovatele a současně póly $F(p)$.



Obr. 9.3: Příklad zobrazení modulu Laplaceova obrazu tlumeného harmonického signálu o kmitočtu 25Hz a časové konstantě tlumení 4ms. Řez v rovině imaginární osy určuje spektrální funkci signálu.

Při rozkladu na parciální zlomky je vhodné rozlišovat mezi čtyřmi případy, pomocí nichž lze ošetřit všechny možné konfigurace pólů:

1. Póly $p_1, p_2, \ldots, p_n$ jsou reálné různé:

$$F(p)=\frac{b_m p^m+b_{m-1}p^{m-1}+\ldots+b_1 p+b_0}{a_n(p-p_1)(p-p_2)\ldots(p-p_n)}=\frac{A_1}{p-p_1}+\frac{A_2}{p-p_2}+\ldots+\frac{A_n}{p-p_n}.$$

2. Póly jsou reálné, p_1 je k-násobný:

$$F(p)=\frac{b_m p^m+b_{m-1}p^{m-1}+\ldots+b_1 p+b_0}{a_n(p-p_1)(p-p_2)\ldots(p-p_n)}=\frac{A_1}{p-p_1}+\frac{A_2}{(p-p_1)^2}+\ldots+\frac{A_k}{(p-p_1)^k}+\frac{A_{k+1}}{p-p_{k+1}}+\ldots+\frac{A_n}{p-p_n}$$

3. Póly p_1, p_2 jsou jednoduché komplexně sdružené $a\pm jb$:

Existují dvě možnosti rozkladu:

a) viz **1**, konstanty A_1, A_2 budou komplexní a současně komplexně sdružené.

b) $(p-p_1)(p-p_2)=p^2-p(p_1+p_2)+p_1p_2=p^2-2ap+a^2+b^2\Rightarrow$

$$F(p)=\frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1}+\ldots+b_1 p+b_0}{a_n(p^2-2ap+a^2+b^2)(p-p_3)\ldots(p-p_n)}=\frac{A_1 p+A_2}{p^2-2ap+a^2+b^2}+\frac{A_3}{p-p_3}+\ldots+\frac{A_n}{p-p_n}.$$

4. Póly p_1, p_2 jsou k-násobné komplexně sdružené $a \pm jb$:

Existují dvě možnosti rozkladu:

a) viz **2**, konstanty A_k budou komplexní.

b)

$$F(p)=\frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1}+\ldots+b_1 p+b_0}{a_n(p^2-2ap+a^2+b^2)^k(p-p_{2k+1})\ldots(p-p_n)}=$$

$$=\frac{A_1 p+A_2}{p^2-2ap+a^2+b^2}+\frac{A_3 p+A_4}{(p^2-2ap+a^2+b^2)^2}+\ldots$$

$$+\frac{A_{2k-1} p+A_{2k}}{(p^2-2ap+a^2+b^2)^k}+\frac{A_{2k+1}}{p-p_{2k+1}}+\ldots+\frac{A_n}{p-p_n}.$$

Konstanty A_i, i=1, 2, .., n lze stanovit například takto:

a) Parciální zlomky se převedou na společného jmenovatele. Koeficienty u jednotlivých mocnin operátoru p v čitateli se porovnají s koeficienty rozkládaného zlomku. Sestaví se soustava rovnic pro neznámé konstanty A_i a vyřeší se.

Příklad:

$$F(p)=\frac{5p+1}{(p+1)(p+2)}=\frac{A_1}{p+1}+\frac{A_2}{p+2}.$$

Převedení na společného jmenovatele:

$$F(p)=\frac{5p+1}{(p+1)(p+2)}=\frac{A_1}{p+1}+\frac{A_2}{p+2}=\frac{p(A_1+A_2)+2A_1+A_2}{(p+1)(p+2)}.$$

Srovnání koeficientů:

$$\left.\begin{aligned}A_1+A_2&=5\\2A_1+A_2&=1\end{aligned}\right\}A_1=-4,\ A_2=9.$$

b) Použije se speciálních postupů, popsaných například v [34].

Poznámka: Pokud Laplaceův obraz obsahuje v čitateli polynom o stupni stejném nebo vyšším než je stupeň polynomu ve jmenovateli, pak výše uvedené rozklady na parciální zlomky nelze uskutečnit. V tom případě je nutno napřed provést speciální úpravu Laplaceova obrazu, jak vysvětluje následující příklad.

$$\frac{2p^2-4}{p^2+8p+25}=2\frac{p^2-2}{p^2+8p+25}=2\frac{p^2+8p+25-(8p+25)-2}{p^2+8p+25}=$$

$$=2\left(1-\frac{8p+27}{p^2+8p+25}\right)=2-\frac{16p+54}{p^2+8p+25}.$$

První člen, číslo 2, je Laplaceův obraz Diracova impulsu, násobeného dvěma. Druhý člen se již dá rozložit na parciální zlomky, protože řád polynomu v čitateli je o jedničku menší než ve jmenovateli.

Operátorové modely pasivních prvků R, L a C

Vztahy mezi napětími a proudy pasivních součástek typu *R*, *L* a *C* jsou následující:

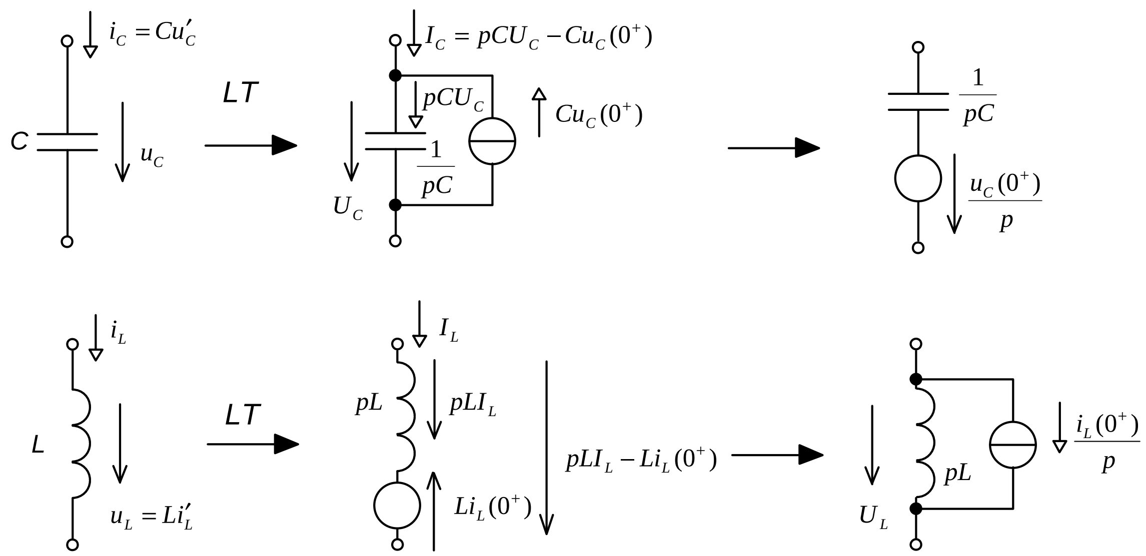
$$u_R(t) = Ri_R(t)\,,\; u_L(t) = L\frac{d}{dt}i_L(t)\,,\; i_C(t) = C\frac{d}{dt}u_C(t)\,.$$

Rovnice převedeme do operátorové oblasti Laplaceovou transformací s využitím pouček o násobení signálu konstantou a obrazu derivace (viz Tab. 9.1):

$$U_R(p) = RI_R(p)\,,\; U_L(p) = pLI_L(p) - Li_L(0^+)\,,\; I_C(p) = pCU_C(p) - Cu_C(0^+)\,. \quad (9.7)$$

Z první rovnice vyplývá, že Ohmův zákon platí nejen pro okamžité hodnoty napětí a proudu rezistoru, ale i pro jejich Laplaceovy obrazy. U induktoru a kapacitoru je poměr operátorových obrazů napětí a proudu dán operátorovými reaktancemi *pL* a 1/*pC*. Do hry však vstupují i počáteční hodnoty proudu induktorem a napětí na kapacitoru, tzv. **fyzikální počáteční podmínky**. Z jejich spojitosti vyplývá, že není třeba rozlišovat mezi limitami zleva a zprava, neboli že ve vzorcích (9.7) není nutné – až na speciální případy – uvádět index +.

Operátorové modely akumulačních prvků *L* a *C*, přímo vyplývající z rovnic (9.7), jsou shrnuty na obr. 9.4. Model se zdrojem proudu je uveden vždy i s modelem se zdrojem napětí a naopak. K přepočtu modelů je využita poučka o ekvivalenci napěťových a proudových zdrojů.



Obr. 9.4: Operátorové modely pasivních prvků *C* a *L* s nenulovými počátečními podmínkami.

Použití Laplaceovy transformace tedy vede k tomu, že u obvodů s kapacitory a induktory respektujeme diferenciální vztahy mezi napětím a proudem zavedením **operátorových reaktancí**, které přecházejí v klasické reaktance zavedené v teoretické elektrotechnice po záměně

$$p = j\omega. \quad (9.8)$$

Substituce (9.8) je v elektrotechnice často používaná. Je založena na vztahu mezi Laplaceovou a Fourierovou transformací. Při nulových počátečních podmínkách a s uvažováním substituce (9.8) přecházejí operátorová schémata kapacitoru a induktoru v klasická reaktanční schémata, běžně používaná k výpočtu harmonických ustálených stavů symbolicko-komplexní metodou.

Operátorový model rezistoru se neliší od jeho klasického modelu. Poměrem operátorových obrazů napětí a proudu je opět odpor.

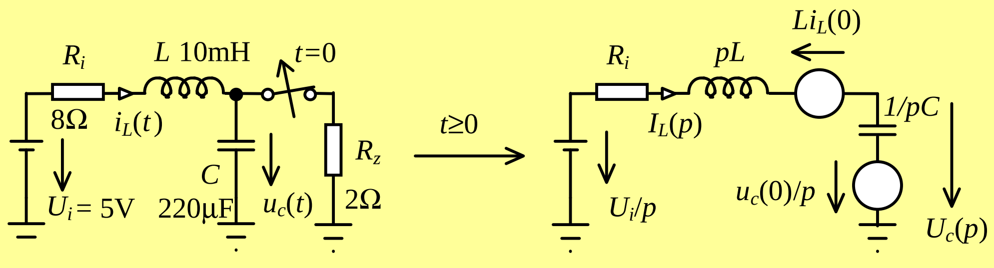
Metoda operátorových schémat k řešení lineárních obvodů

Tato metoda se často používá při řešení přechodových jevů. Podstata metody je následující:

- Schéma obvodu překreslíme tak, že akumulační prvky typu L a C nahradíme jejich operátorovými modely podle obr. 9.4. Lze použít modely se zdroji napětí nebo proudu. Rozhodneme se pro variantu, která nám lépe vyhovuje. V případě nulových fyzikálních počátečních podmínek tyto zdroje odpadají úplně a zbudou pouze operátorové kapacitní a induktivní reaktance $1/pC$ a pL.
- Signály v obvodu nahradíme jejich Laplaceovými obrazy.
- Analýzou operátorového schématu zjistíme Laplaceův obraz hledané veličiny.
- Zpětnou Laplaceovou transformací zjistíme odpovídající časové průběhy.

Příklad 9.1: *Analýza přechodného děje operátorovou metodou.*

Obvod na obr. 9.5 a) se nachází v ustáleném stavu. V čase t = 0 je spínačem odpojena zátěž od kapacitoru. Určete časový průběh napětí na kapacitoru a proudu induktorem po rozpojení spínače.



Obr. 9.5: a) Analyzovaný obvod, b) jeho operátorové schéma pro řešení přechodného děje po rozpojení spínače.

☑ ***Řešení*:**

Nejprve určíme fyzikální počáteční podmínky přechodného děje, neboli napětí na kapacitoru a proud induktorem v okamžiku před rozepnutím spínače: v ustáleném stavu se induktor chová jako zkrat a kapacitor jako rozpojený obvod. Řešením dostáváme $u_C(0)$ = 1 V, $i_L(0)$ = 0,5A.

Na obr. 9.5 b) je sestavené operátorové schéma pro $t \geq 0$. Zde je výhodné použít modely kapacitoru i induktoru se zdroji napětí. V obvodu jsou nyní tři zdroje napětí v sérii, což usnadní celou analýzu.

Z obr. 9.5 b) přímo vyplývá výpočet operátorového obrazu proudu induktorem:

$$I_L(p)=\frac{\frac{U_i}{p}+Li_L(0)-\frac{u_c(0)}{p}}{R_i+pL+\frac{1}{pC}}=\frac{\frac{U_i-u_c(0)}{L}+pi_L(0)}{p^2+p\frac{R_i}{L}+\frac{1}{LC}}\,. \tag{9.9}$$

Po dosazení číselných hodnot a úpravě vychází

$$I_L(p)\doteq\frac{400+0{,}5p}{p^2+800p+4{,}\overline{54}.10^5}\doteq\frac{400}{(p+400)^2+542{,}7^2}+\frac{0{,}5p}{(p+400)^2+542{,}7^2}\,. \tag{9.10}$$

Ze slovníku Laplaceovy transformace v Tab. 9.3, řádky 18 a 19, pak vyplyne výsledek:

$$i_L(t)\doteq\{\frac{400}{542{,}7}e^{-400t}\sin(542{,}7t)+\frac{0{,}5}{542{,}7}e^{-400t}[542{,}7\cos(542{,}7t)-400\sin(542{,}7t)]\}1(t)\,.$$

Po konečné úpravě

$$i_L(t)\doteq[0{,}369\sin(542{,}7t)+0{,}5\cos(542{,}7t)]e^{-400t}1(t). \tag{9.11}$$

Obdobně lze analyzovat napětí na kapacitoru. Z obr. 9.5 b) a rovnice (9.9) vyplývá postup:

$$U_c(p)=\frac{1}{pC}I_L(p)+\frac{u_c(0)}{p}=\frac{U_i-u_c(0)}{LC}\frac{1}{p}\frac{1}{p^2+p\frac{R_i}{L}+\frac{1}{LC}}+\frac{i_L(0)}{L}\frac{1}{p^2+p\frac{R_i}{L}+\frac{1}{LC}}+\frac{u_c(0)}{p}\,.\,.$$

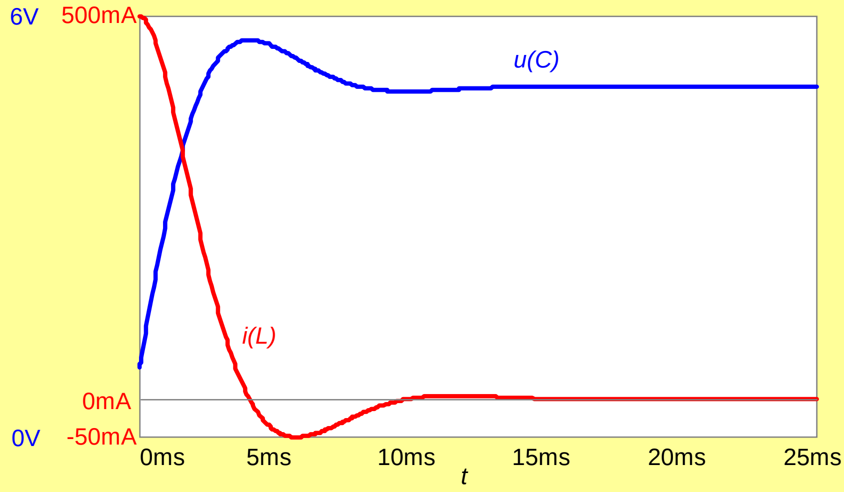
Dosadíme numerické hodnoty a upravujeme na tvary ve slovníku:

$$\begin{aligned}U_c(p)&\doteq\frac{1{,}\overline{81}.10^6}{p}\frac{1}{p^2+800p+4{,}\overline{54}.10^5}+\frac{2{,}\overline{27}.10^3}{p^2+800p+4{,}\overline{54}.10^5}+\frac{1}{p}\doteq\\&\doteq\frac{1{,}\overline{81}.10^6}{p}\frac{1}{(p+400)^2+542{,}7^2}+\frac{2{,}\overline{27}.10^3}{(p+400)^2+542{,}7^2}+\frac{1}{p}.\end{aligned} \tag{9.12}$$

Časový průběh zjistíme pomocí korespondencí v řádcích č. 2, 18 a 20 v Tab. 9.3:

$$\begin{aligned}u_c(t)\doteq\{&\frac{1}{400^2+542{,}7^2}-\frac{1}{400^2+542{,}7^2}\frac{1{,}\overline{81}.10^6}{542{,}7}e^{-400t}[400\sin(542{,}7t)+542{,}7\cos(542{,}7t)]+\\&+\frac{2{,}\overline{27}.10^3}{542{,}7}e^{-400t}\sin(542{,}7t)+1\}1(t)\doteq\{[1{,}239\sin(542{,}7t)-4\cos(542{,}7t)]e^{-400t}+5\}1(t).\end{aligned}$$

Časové průběhy proudu induktorem a napětí na kapacitoru jsou na obr. 9.6. Přechodný děj má kmitavý charakter, což odpovídá dvojici komplexně sdružených pólů řešeného obvodu. Reálná část -400 znamená útlum – postupný zánik přechodného děje (záporné znaménko) s časovou konstantou 1/400 = 2,5ms. Imaginární část $\pm j542{,}7$ značí zákmity přechodného děje o kruhovém kmitočtu 542,7rad/s, neboli $542{,}7/(2\pi)=86{,}4$Hz, což odpovídá periodě kmitů 11,6ms. Srovnejte tyto údaje s obrázkem 9.6.



Obr. 9.6: Průběh přechodného děje v obvodu z obr. 9.5 a).

■

Operátorová přenosová funkce

Z předchozího příkladu operátorového řešení přechodného děje, zejména z obr. 9.5b) vyplývá, že sledovaná výstupní veličina obvodu – například napětí na kapacitoru nebo proud induktorem – se mění v důsledku působení dvou různých typů zdrojů: vnějších zdrojů (baterie) a vnitřních zdrojů (počáteční napětí na C a počáteční proud L, tedy fyzikálních počátečních podmínek). V důsledku linearity obvodu můžeme k řešení použít princip superpozice, neboli můžeme stanovit odděleně odezvu obvodu na nenulové počáteční podmínky při nepůsobení vnějších zdrojů (tzv. **přirozená odezva**), pak určíme odezvu obvodu na vnější buzení při nulových počátečních podmínkách (tzv. **vynucená odezva**), a nakonec obě odezvy sečteme (tzv. **celková** neboli **úplná odezva**).

V elektrotechnických výpočtech má zvlášť velký význam právě vynucená odezva obvodu na vstupní signál. Z hlediska operátorového řešení lze tuto odezvu snadno získat řešením zjednodušeného operátorového schématu obvodu při neuvažování počátečních podmínek, kdy modely akumulačních prvků jsou reprezentovány pouze jejich operátorovými impedancemi. Postupuje se v těchto fázích:

1. Sestaví se operátorový model obvodu s uvažováním nulových počátečních podmínek.
2. Provede se analýza obvodu s cílem výpočtu tzv. **přenosové funkce** $K(p)$, což je poměr Laplaceových obrazů výstupního a vstupního signálu:

$$K(p) = \frac{Výstup(p)}{Vstup(p)}. \tag{9.13}$$

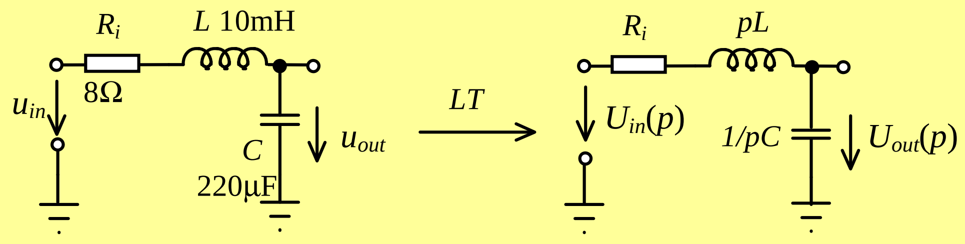
3. Laplaceův obraz vynucené odezvy se určí vynásobením Laplaceova obrazu vstupního signálu a přenosové funkce:

$$Výstup(p) = K(p).Vstup(p) \tag{9.14}$$

Přenosová funkce nezávisí na vstupním signálu, je to charakteristika řešeného obvodu. Může být tedy využita k opakovanému výpočtu vynucených odezev obvodu na různé budicí signály.

Příklad 9.2: *Výpočet přenosové funkce obvodu..*

Vypočtěte přenosovou funkci obvodu na obr. 9.7 a), je-li vstupním signálem u_{in} a výstupním signálem u_{out}.



a) *b)*

Obr. 9.7: Způsob zjišťování přenosové funkce obvodu řešením jeho operátorového modelu při nulových počátečních podmínkách.

☑ ***Řešení:***

1. Nakreslíme operátorové schéma podle obr. 9.7 b).
2. Vypočteme poměr výstupního a vstupního napětí například metodou děliče napětí:

$$K(p)=\frac{U_{out}(p)}{U_{in}(p)}=\frac{\dfrac{1}{pC}}{R_i+pL+\dfrac{1}{pC}}=\frac{1}{p^2LC+pR_iC+1}=$$
$$=\frac{1}{LC}\frac{1}{p^2+p\dfrac{R_i}{L}+\dfrac{1}{LC}}\doteq\frac{4{,}\overline{54}.10^5}{p^2+800p+4{,}\overline{54}.10^5}$$

Výsledek můžeme dále využít například k nalezení reakce obvodu na připojení pětivoltové baterie k vstupním svorkám (vynucená odezva): Přenosovou funkci vynásobíme Laplaceovým obrazem 5/*p* a provedeme zpětnou Laplaceovu transformaci. Nalezením kořenů jmenovatele můžeme zjistit ještě před výpočtem přechodného děje jeho charakter podle toho, zda kořeny (póly) vycházejí reálné či komplexní atd.

Z přenosové funkce lze snadno zjistit vstupně-výstupní diferenciální rovnici obvodu. Například pro výše uvedenou přenosovou funkci platí:

$$\frac{U_{out}(p)}{U_{in}(p)}=\frac{4{,}\overline{54}.10^5}{p^2+800p+4{,}\overline{54}.10^5}\Rightarrow$$
$$p^2U_{out}(p)+800pU_{out}(p)+4{,}\overline{54}.10^5U_{out}(p)=4{,}\overline{54}.10^5U_{in}(p)$$

Uvědomíme-li si, že násobení Laplaceova obrazu operátorem *p* je ekvivalentní derivaci časového originálu, pak výše uvedenou rovnici můžeme přímo mechanicky přepsat na hledanou diferenciální rovnici mezi vstupním a výstupním signálem:

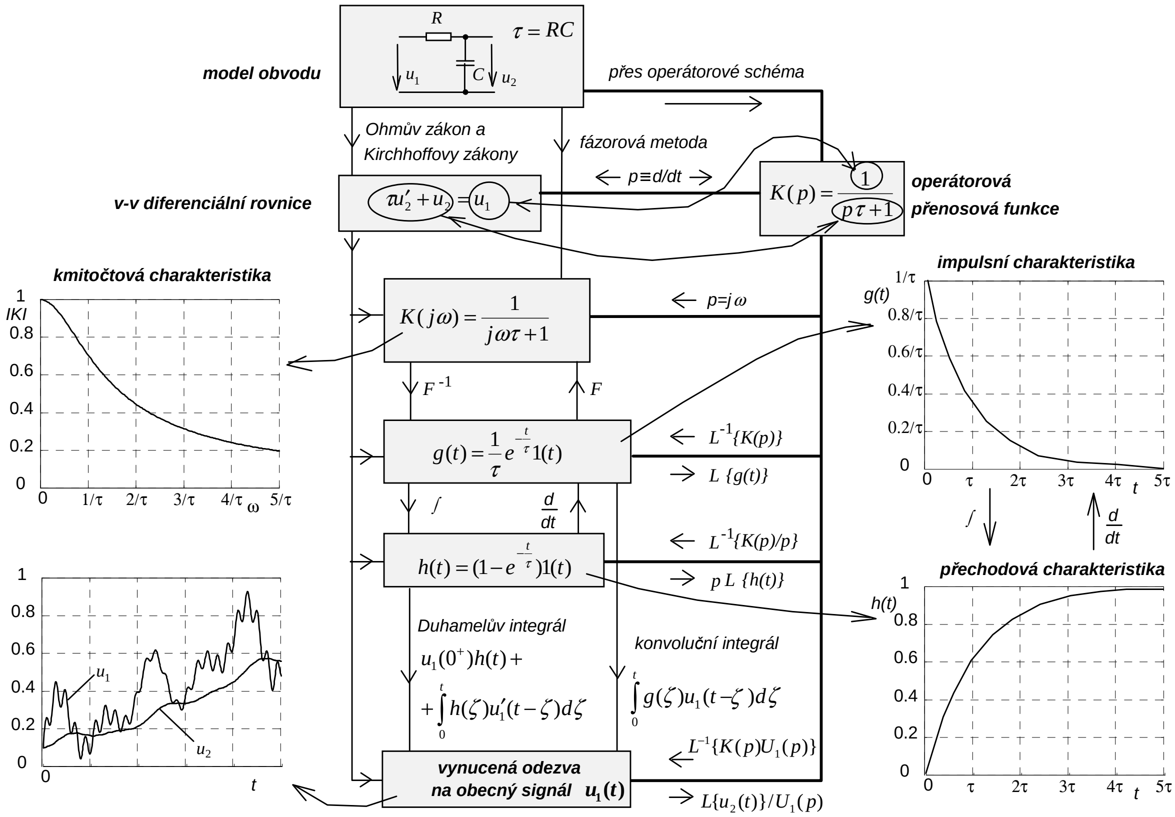
$$u''_{out}(t)+800u'_{out}(t)+4{,}\overline{54}.10^5u_{out}(t)=4{,}\overline{54}.10^5u_{in}(t)\,.$$

Každý jiný způsob „ručního“ hledání této diferenciální rovnice je komplikovanější.

■

Přenosová funkce je využitelná k další analýze důležitých vlastností a charakteristik obvodu, jako jsou stabilita, kmitočtové charakteristiky, chování obvodu v čase – impulsní a přechodová charakteristika či vynucené odezvy na obecná buzení. Podrobněji je o této problematice pojednáno v kapitole 5.

Obr. 9.8 znázorňuje některé souvislosti mezi charakteristikami lineárního obvodu. Je zřejmé, že sjednocující charakteristikou je právě **operátorová přenosová funkce**.



Obr. 9.8: Přenosová funkce jako sjednocující charakteristika obecného lineárního obvodu.

10 Oříznutý harmonický signál a jeho spektrum

Zobecněním jednocestně usměrněného signálu je signál na obr. 10.1. Úroveň ořezání je dána tzv. **polovičním úhlem otevření** Θ. Pro Θ = π/2 radiánů dostáváme jednocestné usměrnění. Tento signál se často používá k modelování chování řady zařízení, kde určitý obvodový prvek, např. dioda nebo tranzistor, pracují v nelineárním režimu (usměrňovače, rezonanční zesilovače, násobiče kmitočtu apod.). Spektrální složení takového signálu bude silně závislé od úhlu otevření.

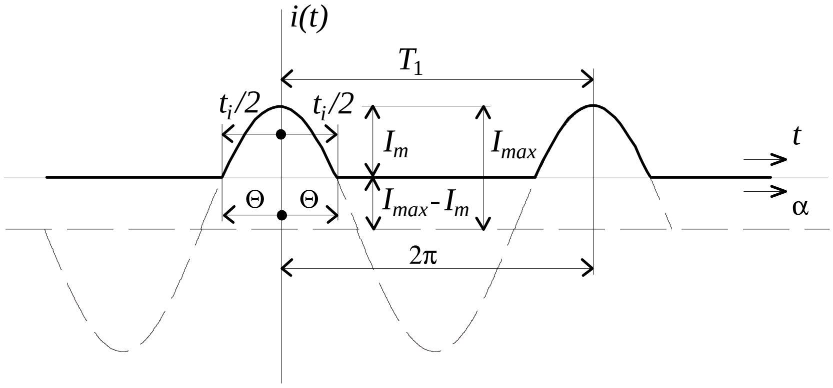
V rámci jedné periody lze signál popsat takto:

$t \in (-t_i/2, t_i/2)$, $\alpha \in (-\Theta, \Theta)$:

$$i(t) = \begin{matrix} I_{\max}\cos(\Omega_1 t) - (I_{\max} - I_m) & pro\ |t| < t_i/2 \\ 0 & pro\ |t| \geq t_i/2 \end{matrix}, \quad i(\alpha) = \begin{matrix} I_{\max}\cos\alpha - (I_{\max} - I_m) & pro\ \alpha < \Theta \\ 0 & pro\ |\alpha| \geq \Theta \end{matrix},$$

kde $\Omega_1 = 2\pi / T_1$. Z obr. 10.2 dále vyplývá vztah mezi velikostmi I_{max} a I_m:

$$I_{\max} - I_m = I_{\max}\cos\Theta \quad \Rightarrow \quad I_{\max} = \frac{I_m}{1 - \cos\Theta} \tag{10.1}$$



Obr.10.1: Kosinový signál s obecným ořezáním.

Stanovení spektra:

$B_k = 0$ (sudý signál);

$$A_k = \frac{2}{T}\int_T i(t)\cos(k\Omega t)dt = \frac{1}{\pi}\int_{-\Theta}^{\Theta}(I_{\max}\cos\alpha - I_{\max} + I_m)\cos(k\alpha)d\alpha\,.$$

Výpočet integrálu vede na tento výsledek:

$$A_k = I_{\max}\frac{\Theta}{\pi}\{\mathrm{sinc}[(1+k)\Theta] + \mathrm{sinc}[(1-k)\Theta] - 2\cos\Theta.\mathrm{sinc}(k\Theta)\},\ k = 0, 1, 2,\ldots \tag{10.2}$$

Pro amplitudy harmonických složek tedy platí:

$$I_k = \left|\chi_k(\Theta)\right| I_{\max}, \tag{10.3}$$

kde $\chi_k(\Theta)$ jsou tzv. **Bergovy koeficienty**, dané vzorci

$$\chi_k(\Theta) = \frac{\Theta}{\pi}\left\{\mathrm{sinc}\left[(1+k)\Theta\right] + \mathrm{sinc}\left[(1-k)\Theta\right] - 2\cos\Theta . \mathrm{sinc}(k\Theta)\right\} \text{ pro k>0} \tag{10.4}$$

$$\chi_0(\Theta) = \frac{1}{\pi}\left\{\sin\Theta - \Theta\cos\Theta\right\}. \tag{10.5}$$

Počáteční fáze jednotlivých harmonických jsou buď nulové nebo 180° podle toho, jestli jsou příslušné Bergovy koeficienty kladné nebo záporné.

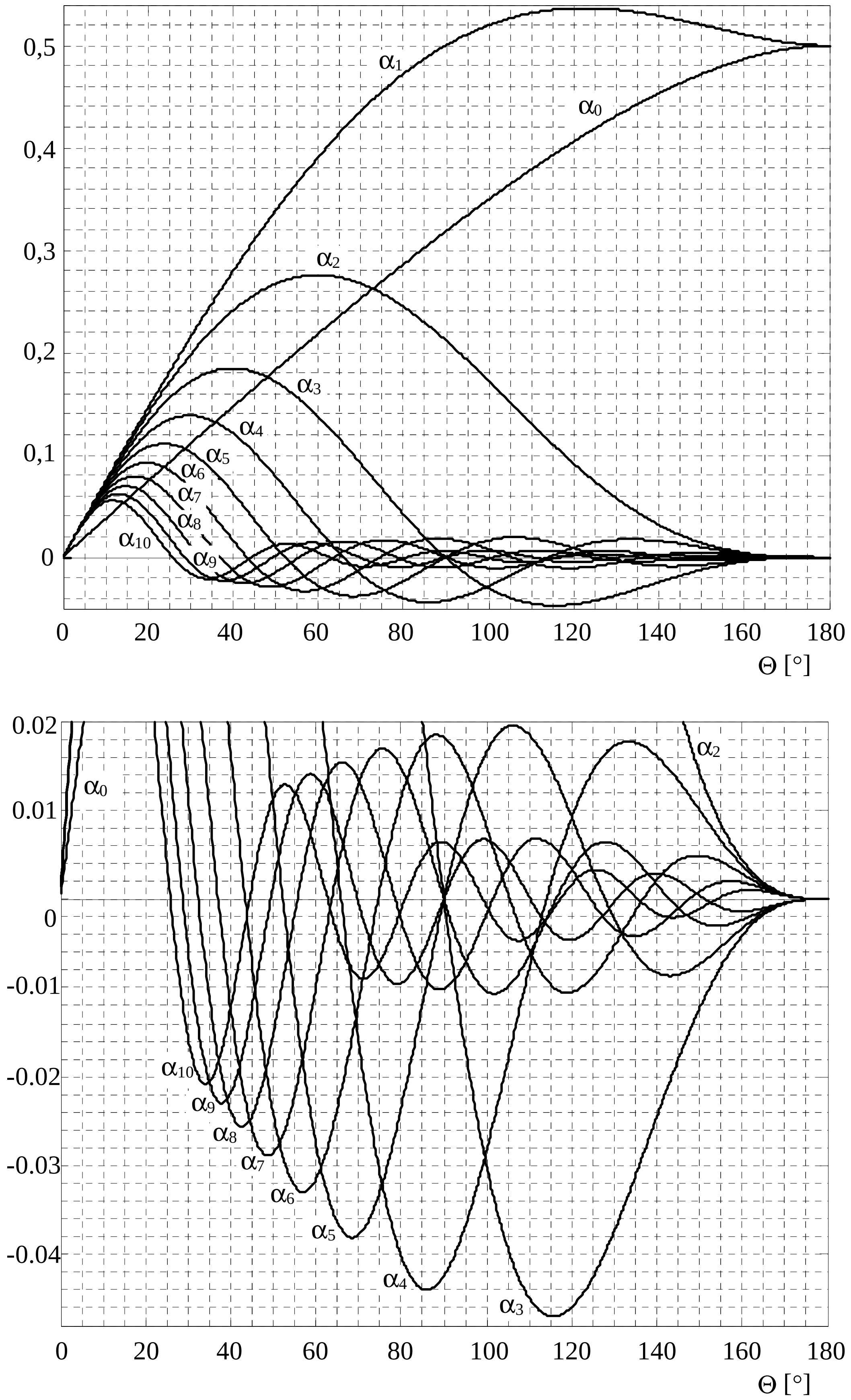
Někdy je výhodnější počítat spektrum nikoliv pomocí údaje I_{max}, nýbrž I_m. Pak s využitím (10.1) můžeme psát:

$$I_k = \left|\alpha_k(\Theta)\right| I_m, \tag{10.6}$$

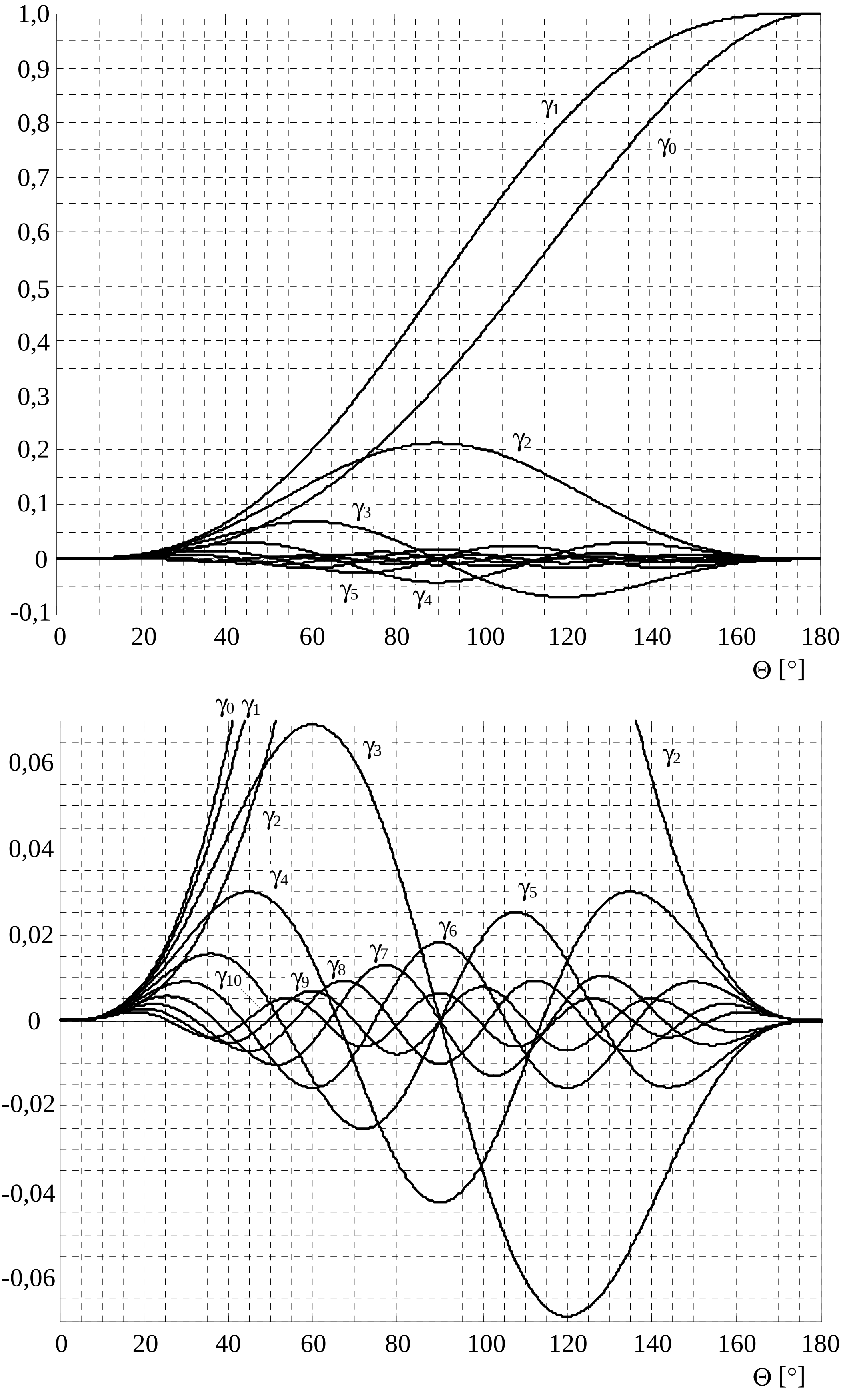
kde $\alpha_k(\Theta)$ jsou tzv. **Schultzovy koeficienty**, dané vzorci

$$\alpha_k(\Theta) = \frac{\chi_k(\Theta)}{1-\cos\Theta}. \tag{10.7}$$

Schultzovy, resp. Bergovy koeficienty je možné získat na základě znalosti polovičního úhlu otevření Θ z tzv. **Schultzova**, resp. **Bergova diagramu** (viz obr. 10.2 a 10.3). Stanovení spektra signálu je pak snadné: zjistíme hodnoty Θ, I_m, resp. I_{max}, z diagramu odečteme příslušné koeficienty a jejich vynásobením s I_{max}, resp. I_m (viz (10.3), resp. (10.6)) určíme harmonické složky.



Obr. 10.2: Schulzův diagram.



Obr. 10.3: Bergův diagram.

11 Výsledky testů

11.1 Vstupní test

1 c, d, c, c

2 c, b, a, c

3 c, a, c, d

4 b, b

5 c, a, b

6 c, c, b

7 a, a, a

11.2 Kapitola 3

1 a
2 b
3 b
4 a
5 a
6 a
7 c
8 a
9 b
10 b
11 c
12 b

12 Seznam použité literatury

[1] BARTSCH, H.J. Matematické vzorce. SNTL, Praha 1987.

[2] BIOLEK, D. a kol. Systémy, procesy a signály I. Sbírka příkladů. Skripta FEI VUT Brno, 1996.

[3] BIOLEK, D. Řešíme elektronické obvody aneb kniha o jejich analýze. BEN-technická literatura, 2004.

[4] BIOLEK, D. Elektrické systémy. S-1589, VA Brno, 1995.

[5] BIOLEK, D. Elektrické signály a systémy. S-2584, VA Brno, 1998.

[6] BIOLEK, D. Počítačová simulace elektronických obvodů. S-1678, VA Brno, 2004.

[7] BIOLEK, D. Analýza elektronických obvodů (nejen) na počítači. Slaboproudý obzor, Vol. 58, č. 4, prosinec 2001, s.25-31.

[8] BIOLEK, D. Počítačová analýza a simulace elektrických obvodů– část 1 až 4. Slaboproudý obzor, 2003, roč. 60, č. 1 až 4, Příloha (nejen) pro mladé inženýry.

[9] BIOLEK, D. Využití programů pro symbolickou a semisymbolickou analýzu elektrických obvodů ve výuce i výzkumu. ELEKTROREVUE, prosinec 1999.
K dispozici na http://www.elektrorevue.cz/clanky/99012/index.htm

[10] BIOLEK, D. Program SNAP v. 2.6: Nové možnosti pro výuku i výzkum. STO-7, VA Brno, 1999, s. 66-69. ISBN 80-214-1392-1.
K dispozici na http://user.unob.cz/biolek/veda/articles/STO7_3.pdf

[11] ČAJKA, J., KVASIL, J. Teorie lineárních obvodů. TKI, SNTL/ALFA 1979.

[12] DESOER, CH.A., KUH, E.S. Basic Circuit Theory. McGraw-Hill, New York, 1969.

[13] DOSTÁL, J. Operační zesilovače. SNTL Praha, 1981.

[14] HÁJEK, K., SEDLÁČEK, J. Kmitočtové filtry. BEN-technická literatura, 2002.

[15] HÁJEK, K., SEDLÁČEK, J. The New TICFU Transitional Approximation. Proc. of ECCTD'95, Istanbul, 1995, Vol. 2, pp. 913-916.

[16] HLÁVKA, J., KLÁTIL, J., KUBÍK, S. Komplexní proměnná v elektrotechnice. Praha, SNTL 1990.

[17] HOFFNER, V. Úvod do teorie signálů. Praha, SNTL 1979.

[18] HOROWITZ, P., HILL, W. The Art of Electronics. Cambridge University Press, Second edition, 2001.

[19] HAYES, T., HOROWITZ, P. Student's manual for The Art of Electronics. Cambridge University Press, 2002.

[20] KOUKAL, S., POTŮČEK, R. Fourierovy trigonometrické řady a metoda komplexních amplitud. Skriptum VA Brno, S-1573, 2002.

[21] KUO, B.C. Linear Networks and Systems. McGraw-Hill, New York, 1967.

[22] KWAKERNAAK, H., SIVAN, R. Modern Signals and Systems. Prentice Hall, Englewood Cliffs.

[23] LÁNÍČEK, R. Elektronika – obvody, součástky, děje. BEN, Praha 1998.

[24] LÁNÍČEK, R. Simulační programy pro elektrotechniku. BEN, Praha 2000.

[25] LEVINŠTEJN, M.L. Operátorový počet v elektrotechnice. SNTL , Praha 1977.

[26] MAYER, D. Úvod do teorie elektrických obvodů. SNTL/ALFA, Praha 1978.

[27] MAYER, D. Analýza elektrických obvodů maticovým počtem. ACADEMIA Praha, 1966.

[28] MOERDER, C., HENKE, H. Praktické výpočty v tranzistorové technice. Praha, SNTL 1978.

[29] MORRIS, N.M. Mastering Electronic and Electrical Calculations. MacMillan, Press Ltd., 1996.

[30] NEUMANN, P., UHLÍŘ, J. Elektronické obvody a funkční bloky 1. Vydavatelství ČVUT, Praha 1999.

[31] NEUMANN, P., UHLÍŘ, J. Elektronické obvody a funkční bloky 2. Vydavatelství ČVUT, Praha 2001.

[32] OPPENHEIM, A. V., WILLSKY, A. S., YOUNG, I. T. Signals and Systems. London, Prentice-Hall International, Inc. 1983.

[33] PÍRKO, Z., VEIT, J. Laplaceova transformace. SNTL/ALFA, 1972.

[34] PRCHAL, J. Signály a soustavy. SNTL/ALFA, Praha 1987.

[35] PUNČOCHÁŘ, J. Operační zesilovače – historie a současnost. BEN, 2002.

[36] PUNČOCHÁŘ, J. Operační zesilovače v elektronice (páté vydání). BEN, Praha 2002.

[37] SALLEN, R. P., KEY, E. I. A practical Method of Designing RC-Active Filters. IEEE Trans. Circuit Tudory, Vol. 7, CT-2, March 1955, pp. 74-85.

[38] SCHAUMANN, R., GHAUSI, M.S., LAKER, K.R. Design of Analog Filters. Prentice Hall, New Jersey, 1990. ISBN 0-13-200288-4.

[39] SIEBERT, W.McC. Circuits, Signals, and Systems. The MIT Press, McGraw-Hill Book Company, 1986. 2 díly. Dostupný též ruský překlad "SIBERT, U.M. Cepi, signaly, sistemy, Moskva, Mir, 1988".

[40] SMITH, S.W. The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. K dispozici online na http://www.dspguide.com/.

[41] VLADIMIRESCU, A. The SPICE Book. John Willey & Sons, Inc., 1994.

[42] VLACH, J. Basic Network Theory with Computer Applications. Van Nostrand Reinhold, New York, 1992.

[43] VLACH, J., SINGHAL, K. Computer Methods for Circuit Analysis and Design. Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1982. K dispozici je též ruský překlad Mašinnyje metody analiza i projektirovanija elektronnych schem, Moskva, Radio i Svjaz, 1988.

[44] ZAPLATÍLEK, K., DOŇAR, B. MATLAB pro začátečníky. BEN-technická literatura, 2003.

Internetové odkazy

[I1] Micro-Cap – http://www.spectrum-soft.com

[I2] Electronics Workbench a Multisim – http://www.cadware.cz/cad204.htm, http://www.electronicsworkbench.com/

[I3] PSpice – http://www.cadence.com/orcad/, http://www.orcad.com/forums/

[I4] TINA – http://www.designsoftware.com/TINA.HTM

[I5] SNAP – http://snap.webpark.cz/index.html

[I6] Programy Prof. Valsy – http://www.utee.feec.vutbr.cz/CZ/programy_ke_stazeni.htm

[I7] Dynast - http://virtual.cvut.cz/cacsd/msa/dynast.html

[I8] Programy využívané na FEL ČVUT v Praze – http://hippo.feld.cvut.cz/~bores/prog/uvod.htm

[I9] MATLAB – http://www.mathworks.com, http://www.humusoft.cz

[I10] NAF – http://user.unob.cz/biolek/download/naf.zip

[I11] Internetové stránky firmy *Linear Technology Corp.*, www.linear.com

[I12] Internetové stránky firmy *Maxim Integrated Products, Inc.*, www.maxim-ic.com

[I13] Internetové stránky firmy *National Semiconductor*, www.national.com

[I14] Internetové stránky firmy *Microchip Technology Inc.*, www.microchip.com

[I15] Internetové stránky firmy *Analog Devices*, www.analog.com