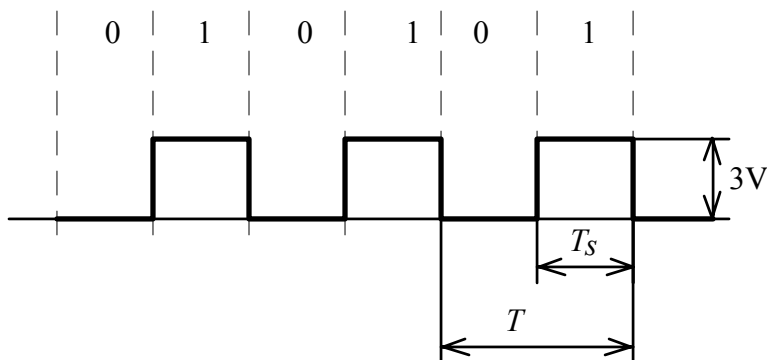


Digitální signály a jejich spektra

1. Vypočítejte stejnosměrnou složku a amplitudu 1. harmonické unipolárního NRZ signálu na obrázku.



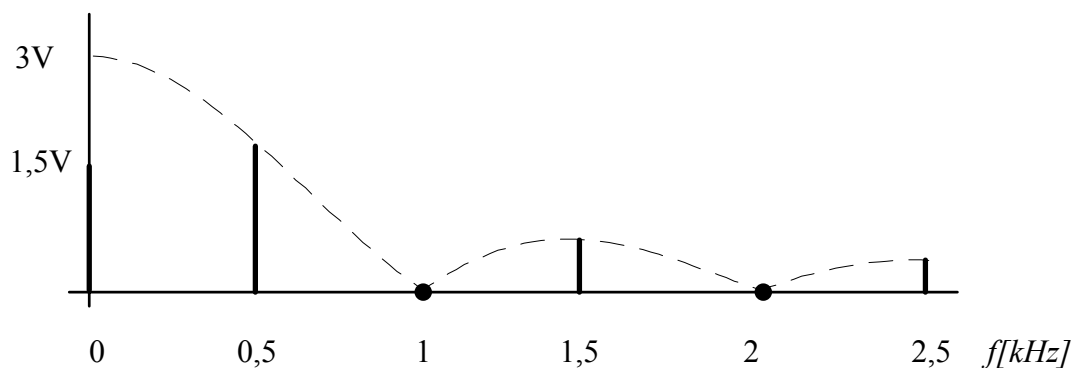
Výsledky: stejnosměrná složka je 1,5V, amplituda 1. harmonické je 1,91V.

2. Vypočítejte modulační a přenosovou rychlost pro signál z příkladu 1, je-li doba trvání signálového prvku 1ms.

Výsledky: modulační rychlost je 1kBd, přenosová rychlost je 1kbit/s.

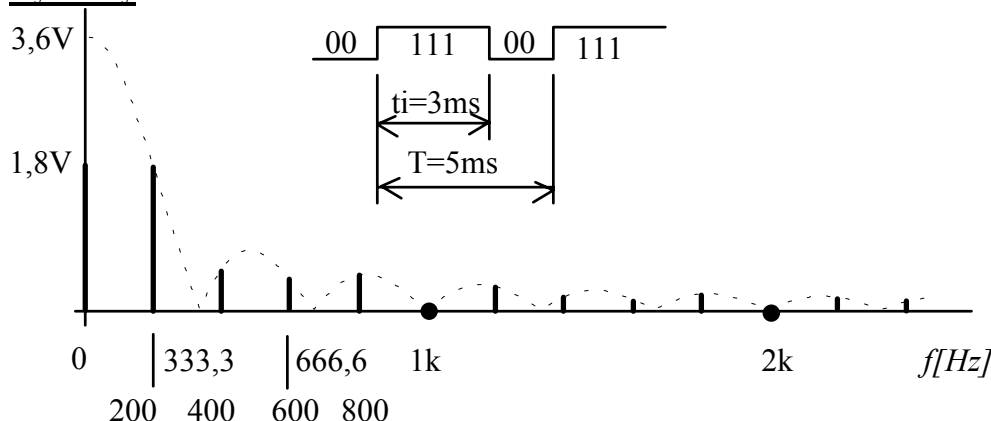
3. Načrtněte amplitudové spektrum signálu z příkladu 1, je-li doba trvání signálového prvku 1ms.

Výsledek:



4. Načrtněte amplitudové spektrum pro periodickou digitální posloupnost ...1110011100..., doba trvání signálového prvku je 1ms, unipolární NRZ, úroveň 0V a 3V.

Výsledky:



5. Viz příklad 2, ale uvažujte unipolární signál RZ.

6. Viz příklad 2, ale uvažujte bipolární signál RZ o úrovních $\pm 3V$.

7. Vypočítejte stejnosměrnou složku signálu z příkladu 1 za předpokladu bipolárních impulsů o úrovních $\pm 3V$.

Výsledek: 0V.

8. Vypočítejte stejnosměrnou složku signálu z příkladu 4 za předpokladu bipolárních impulsů o úrovních $\pm 3V$.

Výsledek: 0,3 V.

9. Čtyřstavový signál má dobu trvání signálového prvku $1\mu s$. Vypočítejte modulační a přenosovou rychlost.

Výsledky : modulační rychlost 1 MBd, přenosová rychlost 2 Mbit/s.

Amplitudová modulace

1. AM, DSB. Harmonická nosná o parametrech 10V/1MHz, harmonický modulační signál 1V/1kHz, amplitudový zdvih $\Delta = 4V$. DSB signál pracuje do zátěže o odporu 50Ω . Určete:

- šířku pásma potřebnou pro přenos AM signálu,
- amplitudu složky v horním postranním pásmu,
- výkon soustředěný v postranních pásmech.

Výsledky: a) 2 kHz, b) 2V, c) 80 mW.

2. AM, DSB. Nosná $u_n(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, modulační signál $u_m(t) = \cos(\Omega t + \theta)$. Vypočítejte počáteční fáze složek v dolním a horním postranním pásmu.

Výsledek: $\varphi_{horní} = \varphi_0 + \theta$, $\varphi_{dolní} = \varphi_0 - \theta$.

3. Nakreslete blokové schéma synchronního detektoru.

4. SSB-SC. Modulačním signálem je telefonní signál ve frekvenčním pásmu 300Hz-3,4 kHz. Vypočítejte minimální šířku pásma pro přenos modulací SSB-SC.

Výsledek: 3,1 kHz.

5. Signál DSB-SC má rozložené spektrum v rozsahu od 23 kHz do 53 kHz. Vypočítejte maximální kmitočet modulačního signálu.

Výsledek: 15 kHz.

6. V sumačním zesilovači jsou sečteny dva harmonické signály o kmitočtech 990 kHz a 1010 kHz:

$$u(t) = \cos(2\pi \cdot 990 \cdot 10^3 t) + \cos(2\pi \cdot 1010 \cdot 10^3 t) \quad [V, s]$$

Načrtněte časový průběh a spektrum amplitud. Který typ modulace je reprezentován tímto signálem?

Návod: použijte identitu

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

7. DSB-SC. Harmonický modulační signál o kmitočtu 10 kHz je namodulován na harmonickou nosnou o kmitočtu 1 MHz technikou DSB-SC:

$$u_{DSB-SC} = U_{\max} \cos(2\pi \cdot 10^4 t) \cos(2\pi \cdot 10^6 t).$$

Vysvětlete princip demodulace pomocí synchronního detektoru.

Návod: odvoďte vzorce signálů na výstupu násobičky a na výstupu vyhlazovacího filtru.

8. SSB. Nosná 1 MHz, harmonický modulační signál 10 kHz:

$$u_{SSB}(t) = U_0 \cos(2\pi \cdot 10^6 t) + U_0 \frac{m}{2} \cos[2\pi(10^6 + 10^4)t] \quad [V, s]$$

Dokažte, že synchronní detekce vede na správnou demodulaci.

Návod: odvoďte vzorce signálů na výstupu násobičky a na výstupu vyhlazovacího filtru.

9. DSB. Uvažujte AM signál

$$u(t) = 12[1 + 0,5 \cos(2\pi \cdot 10^6 t - \frac{\pi}{2})] + 3 \cos[2\pi(10^6 + 10^3)t - \frac{3}{4}\pi] + 3 \cos[2\pi(10^6 - 10^3)t - \frac{\pi}{4}].$$

Načrtněte:

- amplitudové a fázové spektrum,
- vektorový diagram pro $t=0$.

10. Vyznačte všechny správné odpovědi:

Obálkový demodulátor je vhodný pro demodulaci signálů:

- a) DSB, b) DSB-SC, c) SSB, d) DSB-VC, e) VSB, f) ISB.

Výsledky: a)

11. Vyznačte správnou odpověď:

Normovaná šířka pásma pro rozhlasové vysílání s využitím amplitudové modulace je:

- a) 15 kHz, b) 9 kHz, c) 4,5 kHz, d) 3,4 kHz, e) 53 kHz, f) 200 kHz, g) 320 kHz.

Výsledek: b)

Úhlové modulace FM a PM

1. FM. Modulační signál $u_m(t) = \cos(2\pi \cdot 10^3 t)$. Kmitočtový zdvih 1,4 kHz. Nosná má kmitočet 10 MHz a amplitudu 1V. Vypočítejte amplitudu a počáteční fázi složky ne spektru FM na kmitočtu 9,998 MHz.

Výsledky: 0,2 V, 0° .

2. FM. S využitím Carsonových odhadů určete maximální kmitočet modulačního signálu, jestliže šířka pásma FM signálu je 250 kHz a kmitočtový zdvih je 50 kHz. Uvažujte že šířka pásma je a) desetiprocentní, b) jednoprocenní.

Výsledky: a) $F_{\max} = 25$ kHz, Carsonovy odhady lze použít,
b) $F_{\max} = 75$ kHz, Carsonovy odhady nelze použít, výsledek je tedy nesprávný.

3. FM. Vyznačte správnou odpověď:

Amplituda modulačního signálu je zvětšena 2x. Index kmitočtové modulace se

- a) dvakrát zvětší, b) dvakrát zmenší, c) nezmění.

Výsledek: a)**4.** FM. Vyznačte správnou odpověď:

Kmitočet harmonického modulačního signálu je zvětšen 2x. Index kmitočtové modulace se
 a) dvakrát zvětší, b) dvakrát zmenší, c) nezmění.

Výsledek: b)**5.** PM. Vyznačte správnou odpověď:

Amplituda modulačního signálu je zvětšena 2x. Fázový zdvih se
 a) dvakrát zvětší, b) dvakrát zmenší, c) nezmění.

Výsledek: a)**6.** PM. Vyznačte správnou odpověď:

Kmitočet harmonického modulačního signálu je zvětšen 2x. Fázový zdvih se
 a) dvakrát zvětší, b) dvakrát zmenší, c) nezmění.

Výsledek: c)

7. Nakreslete blokové schéma tvorby stereofonního signálu. Načrtněte rozložení spektra tohoto signálu. Určete maximální kmitočet ve spektru.

8. FM. Odhadněte desetiprocentní a jednaprocentní šířku pásma pro přenos a) monofonního, b) stereofonního signálu kmitočtovou modulací. Uvažujte kmitočtový zdvih 50 kHz. Odhad proveďte jak pomocí Carsonových odhadů, tak Besselových funkcí.

Výsledky:

a) mono:

	Carson (věrohodné)	Besselovy funkce
$B_{10\%}$ [kHz]	130	120
$B_{1\%}$ [kHz]	190	180

b) stereo:

	Carson (nevěrohodné)	Besselovy funkce
$B_{10\%}$ [kHz]	212	212
$B_{1\%}$ [kHz]	418	318

Digitální modulace s harmonickou nosnou (klíčovací techniky)

1. 2ASK. Přenosová rychlost je 10kbit/s. Určete minimální možnou šířku pásma komunikačního kanálu.

Výsledek: 10 kHz.

2. 2FSK. Modulátor využívá dvou kmitočtů 1 kHz a 2 kHz. Modulační rychlost je 500 Bd. Určete minimální možnou šířku pásma komunikačního kanálu.

Výsledek: 1,5 kHz.

3. BPSK. Přenosový kanál má šířku 3 kHz. Vypočtete maximální možnou přenosovou rychlost.

Výsledek: 3 kbit/s

4. 2ASK. Tok digitálních dat je tvořen periodicky se střídajícími nulami a jedničkami. Signálem NRZ je modulována nosná o klidové amplitudě 5V. Nakreslete amplitudové spektrum ASK. Vypočtete amplitudy spektrálních složek na kmitočtu nosné a prvních postranních pásmech.

5. ASK signál z příkladu 4 je filtrován ideální pásmovou propustí s centrálním kmitočtem f_0 (shoduje se s kmitočtem nosné) a s šířkou pásma R (shoduje se s přenosovou rychlostí). Nakreslete časový průběh výstupního signálu filtru se zaměřením na obálku vysokofrekvenčních složek.

6. Nakreslete fázorový diagram modulace BPSK.

7. Nakreslete fázorový diagram modulace QPSK.

8. 64QAM. Vypočtete počet stavů v kanálu I.

Výsledek: 8

9. MQAM. Tok digitálních dat je rozdělen do tříbitových párů. První tříbitové slovo reprezentuje data kanálu Q, druhé tříbitové slovo reprezentuje data v kanálu I. Vypočtete počet stavů M.

Výsledek: 64

10. MQAM. Uvažujte modulaci z příkladu 9. Doba trvání výstupního signálového prvku je 1 ms. Vypočtete modulační a přenosovou rychlost.

Výsledky: modulační rychlost 1 kBd, přenosová rychlost 6 kbit/s.

Analogové impulsové modulace. AD a DA převod.

1. PAM I. Impulsní nosná má opakovací kmitočet 10 kHz a šířku impulsů 50μs. Modulační signál je harmonický o kmitočtu 2 kHz. Načrtněte amplitudové spektrum signálu PAM I.

2. PAM I z příkladu 1. K demodulaci je použita dolní propust. Navrhněte její lomový kmitočet tak, aby byla zaručena správná demodulace. Načrtněte časový průběh demodulovaného signálu.

3. PAM II. Viz příklad 1, ale místo PAM I uvažujte PAM II.

4. PAM II. Kmitočet nosné je 100 Hz, šířka impulsu 5 ms. Nejprve uvažujte harmonický modulační signál o kmitočtu 12,5 Hz a pak o kmitočtu 25 Hz. Vypočtete číslo

$$\Delta_{\%} = \frac{U_{12,5} - U_{25}}{U_{12,5}} \cdot 100,$$

kde $U_{12,5}$ (U_{25}) je amplituda harmonické složky ve spektru na kmitočtu 12,5 (25) Hz.

Výsledek: 1,9%

5. SH obvod. Uvažujte kmitočtově omezený signál o parametru $F_{max} = 15$ kHz. Tento signál je vzorkován obvodem SH. Vzorkovací kmitočet je 50 kHz. Vypočtěte útlum spektra na kmitočtu 15 kHz, způsobený aperturovým zkreslením. Dále vypočtěte teoretický útlum na polovině vzorkovacího kmitočtu.

Výsledky: 1,33 dB, 3,92 dB.

6. Uvažujte 8-bitový AD převodník se vstupním rozsahem od $-5V$ do $+5V$. Vypočtěte:

- kvantizační krok,
- střední hodnotu kvantizačního šumu,
- výkon kvantizačního šumu,
- efektivní hodnotu kvantizačního šumu.

Výsledky: a) 39 mV, b) 0, c) 127 μW , d) 11,3 mV.

7. Uvažujte AD převodník z příkladu 6. Vstupní napětí je harmonické o amplitudě a) 5 V, b) 0,5 V. Vypočtěte odstup signál/kvantizační šum.

Výsledky: a) 50 dB, b) 30 dB.

8. PC interface obsahuje AD převodník a další subsystémy pro měření kmitočtových charakteristik filtrů s dynamikou 60 dB. Navrhněte počet bitů AD převodníku.

Výsledek: alespoň 10 bitů.

Digitální kódové modulace.

1. Vysvětlíte princip PCM.

2. Nakreslete blokové schéma modulátoru a demodulátoru delta. Vysvětlíte funkci.

3. Vyberte správnou odpověď:

Přetížení modulátoru delta je vyvoláno:

- příliš malou zatěžovací impedancí,
- příliš strmým vstupním signálem,
- příliš velkou přenosovou rychlostí.

Výsledek: b)

4. DM. Modulačním signálem delta modulátoru je telefonní signál o maximálním kmitočtu 3,4 kHz. Signál se mění v rozsahu od $-5V$ do $+5V$. Kvantizační krok 39 mV je stejný jako pro 8-bitovou modulaci PCM. Navrhněte minimální vzorkovací frekvenci tak, aby nedocházelo k přetěžování modulátoru.

Výsledek: vzorkovací kmitočet musí být alespoň 2,73 MHz.

5. Uvažujte 8-bitový modulátor PCM. Vstupní signál má spektrum omezeno do 1 kHz a jeho hodnoty se mění v intervalu od $-5V$ do $+5V$. Vzorkovací kmitočet je 1 MHz.

Uvažujte modulátor DPCM se stejnými přenosovými vlastnostmi, u něhož je predikce vzorků zabezpečována jednoduchým zpožďovacím obvodem. Navrhněte počet bitů systému DPCM.

Výsledek: 1 bit.

6. Vypočítejte přenosovou rychlost 8-bitového systému PCM, je-li vzorkovací kmitočet 8 kHz.

Výsledek: 64 kbit/s.

7. Telefonní signál je vzorkován 8000 krát za sekundu a následně kódován 8-bitovým PCM. Pomocí TDM je do jediného kanálu sdruženo 32 takových signálů. Vypočítejte přenosovou rychlost celého systému.

Výsledek: 2,048 Mbit/s.

8. Binární posloupnost ...001110101... je kódována kódem a) unipolárním NRZ, b) bipolárním NRZ, c) unipolárním RZ, d) bipolárním RZ, e) Manchester. Nakreslete příslušné časové průběhy.

9. Binární posloupnost je generována s modulační rychlostí 1 kBd. Posloupnost je transformována linkovým kódem 4B3T, přičemž pro výstupní signál je použita původní modulační rychlost. Vypočítejte přenosovou rychlost a) před, b) po kódování.

Výsledky: a) 1 kbit/s, b) 4/3 kbit/s.

Šum v základním pásmu.

1. Unipolární NRZ signál o úrovních 0 V a 2 V je zarušen normálním šumem o efektivní hodnotě 1,5 V. Vypočítejte pravděpodobnost chyby.

Výsledek: 25%.

2. Bipolární NRZ signál o úrovních $-D_1$ a $+D_1$ je zarušen normálním šumem o efektivní hodnotě 100 mV. Navrhněte úroveň signálu tak, aby byla garantována chybovost pod 2×10^{-4} .

Výsledek: $D_1 \geq 0,354$ V.

3. Unipolární NRZ signál o úrovních $D_1 = 0$ V a $D_2 = ?$ V je zarušen normálním šumem o neznámé efektivní hodnotě σ . Chybovost je lepší než 10^{-6} . Vypočítejte poměr signál – šum definovaný vzorcem

$$SNR = 20 \log \frac{D_2 - D_1}{\sigma}.$$

Výsledek: 19,6 dB.

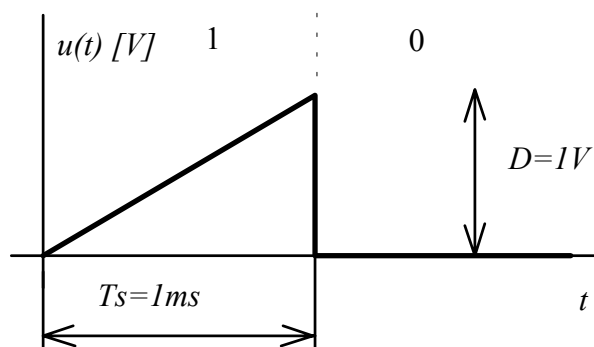
4. Digitální data jsou přenášena zašuměným kanálem metodou opakovaného přenosu. Potřebujeme zlepšit odstup signál – šum o 40 dB. Navrhněte počet opakování.

Výsledek: 10000.

5. Signálový prvek má tvar podle obrázku. Navrhněte:

- impulsní charakteristiku přizpůsobeného filtru,
- jednoduché schéma zapojení přizpůsobeného filtru složeného z prvků R a C .

Nakreslete výstupní signál filtru, je-li na vstupu signálový prvek. Kde je bod rozhodnutí?



Úzkopásmový šum.

1. Vyberte správnou odpověď:

Úzkopásmový šum: statistické rozložení počáteční fáze je

a) normální, b) Riceovo, c) rovnoměrné.

Výsledek: c).

2. Vyberte správnou odpověď:

Úzkopásmový šum: statistické rozložení amplitudy je

a) normální, b) Riceovo, c) Rayleighovo.

Výsledek: c).

3. Vyberte správnou odpověď:

Úzkopásmový šum: nízkofrekvenční obálka soufázové (v_c) a kvadrurní (v_c) složky úzkopásmového šumu má statistické rozložení

a) normální, b), Rayleighovo, c) Riceovo.

Výsledek: a).

4. Vyberte správnou odpověď:

Směs úzkopásmového šumu a harmonické nosné: statistické rozložení amplitudy je

a) Gaussovo, b), Rayleighovo, c) Riceovo.

Výsledek: c).

5. Úzkopásmový šum dodává do jednotkové zátěže $1\ \Omega$ výkon $1\ \mu\text{W}$. Vypočtete:

a) efektivní hodnotu šumu, b) pravděpodobnost, že amplituda šumu nepřevyší $1\ \text{mV}$.

Výsledky: a) $1\ \text{mV}$, b) $60,7\%$.

6. Klíčovací techniky. Amplituda nosné je $1\ \text{V}$. Úzkopásmový šum má efektivní hodnotu $0,1\ \text{V}$. Vypočtete pravděpodobnost chybného příjmu pro a) ASK, b) FSK, c) BPSK, je-li k demodulaci použit synchronní detektor.

Výsledky: a) $2,87 \cdot 10^{-7}$, b) $1,5 \cdot 10^{-12}$, c) $7,62 \cdot 10^{-24}$.

7. AM. Synchronní detekce. Na vstupu přijímače je poměr signál – šum $20\ \text{dB}$. Určete poměr signál – šum na výstupu pro případ modulace a) DSB-SC, b) SSB-SC.

Výsledky: a) $40\ \text{dB}$, b) $20\ \text{dB}$.

8. PM. Fázový zdvih je $\pi/2$ radiánů. Na vstupu přijímače je poměr signál – šum $20\ \text{dB}$. Určete poměr signál – šum na výstupu.

Výsledek: $23,9\ \text{dB}$.

9. FM. Monofonní vysílání je uskutečňováno s parametry: kmitočtový zdvih $50\ \text{kHz}$, maximální kmitočet modulačního signálu $15\ \text{kHz}$, šířka pásma přijímače $180\ \text{kHz}$. Demodulátor je zakončen dolní propustí o mezním kmitočtu $15\ \text{kHz}$. Vypočtete poměr signál – šum na výstupu filtru, je-li poměr signál – šum na vstupu demodulátoru $20\ \text{dB}$.

Výsledek: 43 dB.

Základy teorie informace

1. V binární zprávě se v průměru vyskytují jedničky a nuly stejně často. Určete množství informace, které obdržíte ve zprávě, že příštím přijatým znakem bude nula.

Výsledek: 1 Sh.

2. Viz příklad 1, ale jednička se objevuje v průměru v 90 procentech případů. Určete množství informace, které obdržíte ve zprávě, že příštím přijatým znakem bude a) nula, b) jednička.

Výsledky: a) 0,152 Sh, b) 3,322 Sh.

3. Na výstupu demodulátoru BPSK se objevují jedničky a nuly s pravděpodobnostmi $P(1) = 0,9$ a $P(0) = 0,1$. Jaké množství informace získáme přijetím zprávy 1101?

Výsledek: 3,78 Sh.

4. Viz příklad 3, ale $P(1) = P(0) = 0,5$.

Výsledek: 4 Sh.

5. Zpráva je složená ze znaků A, B, C a D s pravděpodobnostmi výskytu $P(A) = P(B) = 0,3$, $P(C) = 0,25$, $P(D) = 0,15$. Vypočtěte entropii abecedy [A B C D].

Výsledek: 1,953 Sh/znak.

6. Viz příklad 5. Najděte takové rozložení pravděpodobností výskytu znaků A, B, C a D, aby entropie byla maximální možná.

Výsledek: rovnoměrné rozložení pravděpodobností: $P(A) = P(B) = P(C) = P(D) = 0,25$, entropie $H_{max} = 2$ Sh/znak.

7. Znaky A, B, C a D z příkladu 5 jsou reprezentovány signálovými prvky o délce trvání 1 ms. Vypočtěte průměrné množství informace nesené zprávou za sekundu.

Výsledek: 1953 Sh/s (odpovídá přenosové rychlosti 1,953 kbit/s).

8. Znaky A, B, C a D z příkladu 6 jsou reprezentovány signálovými prvky o délce trvání 1 ms. Vypočtěte průměrné množství informace nesené zprávou za sekundu.

Výsledek: 2000 Sh/s (odpovídá přenosové rychlosti 2 kbit/s).

9. Symetrický binární kanál bez paměti, spolehlivost 95%. Binární znaky $\{0, 1\}$ se na vstupu objevují s pravděpodobnostmi $P(x_1) = P(0) = 0,4$, $P(x_2) = P(1) = 0,6$. Vypočtěte pravděpodobnosti výskytu těchto znaků na výstupu kanálu.

Výsledek: $P(y_1) = 0,41$ (nula na výstupu), $P(y_2) = 0,59$ (jednička na výstupu).

10. Na vstup symetrického binárního kanálu bez paměti o spolehlivosti 95% z příkladu 9 je vyslána binární zpráva. Pravděpodobnosti výskytu nul a jedniček ve zprávě jsou stejné a nezávisí na předchozích znacích. Vypočtěte entropii zprávy na vstupu a výstupu.

Výsledek: $H(X) = H(Y) = 1$ Sh/znak.

11. Viz příklad 10. Vypočtěte a) průměrné množství informace na znak zprávy, které se „ztratí“ na cestě od vstupu kanálu k příjemci, b) vzájemnou vstupně-výstupní informaci.

Výsledek: a) 0,286 Sh/znak, b) 0,714 Sh/znak.

12. Vypočtěte vzájemnou vstupně-výstupní informaci a podmíněné entropie $H(Y/X)$ a $H(X/Y)$ pro binární symetrický kanál bez paměti o spolehlivosti a) 100%, b) 50%, c) 0% za předpokladu stejných pravděpodobností výskytu symbolů na vstupu.

Výsledky: a) $H(Y/X) = H(X/Y) = 0$ Sh/znak, $I(X,Y) = 1$ Sh/znak,
b) $H(Y/X) = H(X/Y) = 1$ Sh/znak, $I(X,Y) = 0$ Sh/znak,
c) $H(Y/X) = H(X/Y) = 0$ Sh/znak, $I(X,Y) = 1$ Sh/znak.

13. Vypočtěte entropii na vstupu a výstupu a vzájemnou vstupně-výstupní informaci pro binární symetrický kanál bez paměti o spolehlivosti 95%, jestliže jedničky a nuly se objevují na vstupu s pravděpodobnostmi a) stejnými, b) $P(1) = 1$, $P(0) = 0$.

Výsledky: a) $H(X) = H(Y) = 1$ Sh/znak, $I(X,Y) = 0,714$ Sh/znak,
b) $H(X) = 0$ Sh/znak, $H(Y) = 0,286$ Sh/znak, $I(X,Y) = 0$ Sh/znak,

14. Vypočtěte kapacitu binárního symetrického kanálu bez paměti o spolehlivosti 95%.

Výsledek: 0,714 Sh/znak.

15. Telefonní signál je modulací PCM přenášen symetrickým binárním kanálem. Je požadována chybovost přenosu $BER \leq 10^{-4}$. Navrhněte kapacitu kanálu.

Výsledek: 0,9985 Sh/znak.

16. Viz příklad 15. Délka trvání signálového prvku je 10 μ s. Navrhněte kapacitu kanálu v Sh/s.

Výsledek: 99,85 kSh/s (odpovídá přenosové rychlosti 99,85 kbit/s).